УДК 629.519

© Галактионов В.С., Знак В.А., Знак Н.Е.
Galaktionov V.S., Znak V.A., Znak N.E.

ВЫБОР СТРУКТУРЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АСУ ДВОЙНОГО НАЗНАЧЕНИЯ С ГИБКИМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ ЭФФЕКТИВНОСТИ

SIMULATORS STRUCTURE OPTIMIZATION FOR DOUBLE PURPOSE AUTOMATED CONTROL SYSTEMS WITH FLEXIBLE EFFICIENCY INDEXES

Аннотация. *Совершенствование автоматизированных систем управления двойного назначения требует разработки математического обеспечения с изменяемыми показателями эффективности (оперативности, точности, достоверности , надежности решений и т.п.), которые выбираются в зависимости от заданных критериев оптимизации вычислительного процесса.*
В статье предлагается новый подход к решению этой проблемы, основанный на формировании такой структуры математической модели решения прикладных задач, которая отвечает требованиям оптимальности для заданных частных критериев.

Annotation;. *Double purpose automated control system enhancement demands software development that has variable efficiency indexes such as efficiency, accuracy, validity, reliability etc which is chosen in accordance with given optimization criterion of computational process.*
In the paper is proposed new approach to the problem solution based on forming special structure of mathematical model of the applied task computational process which corresponds to optimality requirements for given particular criterion.

Ключевые слова. *Автоматизированная система управления, математическое обеспечение АСУ, математическая модель, летательный аппарат, показатель эффективности, оперативность решения задачи, критерий оптимизации, целевая функция, структура математической модели, вектор управления, траектория вычислений.*

Key words. *Automated control system, ACS software, mathematical model, aircraft, time of problem solving, efficiency index, criterion function, simulator structure, control vector, calculation path.*

При разработке автоматизированных систем управления и решения различных задач военного и народнохозяйственного назначения к числу наиболее важных вопросов, стоящих перед разработчиками, относится вопрос обеспечения возможности динамической настройки параметров системы в зависимости от заданных частных критериев оптимизации получаемых решений. Особое значение такой подход приобретает при совершенствовании и развитии как существующего, так и разрабатываемого математического обеспечения автоматизированных систем двойного назначения, в том числе автоматизированной системы управления (АСУ) применением современных летательных аппаратов (ЛА). Во всех этих случаях параметры АСУ должны быть динамически настраиваемы на различные показатели в зависимости от заданных частных критериев оптимизации, которые диктуются условиями выполнения поставленных задач. Возможный метод оптимизации процесса получения необходимой информации (ПНИ) по критерию минимизации продолжительности расчетов и доведения данных [1] адаптирован к существующей системе подготовки требуемой информации без изменения структур

Галактионов Владимир Сергеевич – доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, 4ЦНИИ МО РФ;
Знак Валерий Александрович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, 4 ЦНИИ МО РФ, тел. 8-916-718-72-93;
Знак Наталия Евгеньевна – кандидат физико-математических наук, заместитель начальника отдела ГУ– ВШЭ, г.Москва.

Galaktionov Vladimir Sergeevich – Doctor of Engineering Sciences, chief researcher, 4th Central Scientific-Research Institute of Ministry of Defense, Russian Federation.
Znak Valeriy Aleksandrovich – Candidate of Engineering Sciences, senior researcher, 4th Central Scientific-Research Institute of Ministry of Defense, Russian Federation, tel. 8-916-718-72-93;
Znak Natalia Evgenievna – Candidate of Physics and Mathematics, deputy director of department of State university - Higher School of Economics, Moscow.

математических моделей. В этой связи выигрыш в оперативности ПНИ достигался за счет повышения быстродействия электронно-вычислительной техники и организационных мероприятий. Так как существующая методология разработки способов ПНИ ориентирована на использование математических моделей со статическими (неизменяемыми) показателями, а возможности повышения показателя оперативности расчета информации за счет динамического варьирования производительностью используемых вычислительных комплексов (ВК) крайне ограничены, следовательно, вопрос совершенствования математического обеспечения АСУ продолжает оставаться актуальным.

Одним из путей решения этой проблемы является разработка математических методов расчета и контроля данных с изменяемыми показателями эффективности (оперативности, точности и надежности), отвечающих требованиям оптимальности их значений для конкретных условий применения ЛА. Данный подход базируется на методологии и принципах системного программирования и выбора оптимального управления для формировании структуры математической модели решения задач предметной области с гибкими (изменяемыми) показателями эффективности.

Для решения поставленной задачи предполагается наличие библиотеки функциональных подзадач, реализующих на заданном иерархическом уровне решение одних и тех же функциональных задач с различными показателями эффективности. Кроме того, должен быть разработан закон управления формированием требуемой структуры полной математической модели, отвечающей заданным частным критериям. В настоящей статье показан один из возможных подходов к обоснованию теоретических аспектов формирования структуры математических моделей решения задачи расчета и контроля результатов ПНИ с частными (изменяемыми) показателями.

Для того, чтобы определить математическую постановку задачи, уточним ее целевую функцию и выберем состав варьируемых параметров.

Вполне допустимо условие, что решение функциональной задачи по расчету или контролю необходимых данных (P_p) может быть представлено в виде решений ряда функциональных подзадач (Y_i), $(i=\overline{1,n})$, где i – иерархический уровень разбиения полной математической модели на функциональные подзадачи. Пусть на каждом i-м иерархическом уровне существует j вариантов решения функциональной подзадачи, при этом необходимо иметь в виду, что с целью обеспечения необходимых условий получения экстремальных решений на каждом из $(i=\overline{1,n})$ уровней разбиения должны существовать несколько j_i (как минимум два) различных вариантов решения одной и той же i-й функциональной подзадачи, отличающиеся своими показателями. В общем случае можно считать, что решаемая задача содержит i шагов решения (по числу функциональных подзадач).

Пусть на множестве возможных решений $x^q \in X$ существуют подмножества $\sum_{j=1}^{k} y_{j_i} \in Y_i$ для $(i=\overline{1,n})$ и $j_i \in J_i$,

удовлетворяющие условиям

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} y_{j_i} = x^q, \quad j=1,2,\ldots,k^i; \\ \{Y_1\} \cup \{Y_2\} \cup \ldots \cup \{Y_i\} \cup \ldots \cup \{Y_n\} = \{X\}. \end{cases} \qquad (1)$$

Тогда подмножества значений y_{j_i} определяют возможные решения i-й функциональной подзадачи J_i-м методом.

Условия (1) означают, что каждый i-й шаг решения задачи базируется на одном из J_i-х решений, принадлежащих подмножеству и приводящих при полном переборе i=1,2,...,n к одному из искомых решений x^q на множестве X. При этом в общем случае $j_m \neq j_s$, т.е. число возможных j вариантов решения функциональных подзадач на i_m-м и i_s-м шагах решения могут быть различными.

Определим целевую функцию. Для этого воспользуемся определением математической модели [2]. Разбиение задачи P_p на функциональные подзадачи Y_i равносильно разбиению полной модели P_p на функциональные частные модели P_{j_i} [2]. В этом случае модель решения искомой задачи может представлять собой определенную структуру, в которой элементами структуры будут являться частные модели P_{j_i}, обеспечивающие получение решения y_{j_i}, а их отношения между собой (иерархические уровни, подчиненность, вызываемость и т.д.) будут определяться допустимыми связями.

Как правило, при решении системных вопросов основным принципом организации структуры моделей является принцип модульности [3]. В этом смысле с организационной точки зрения любую функциональную подзадачу можно рассматривать в виде модуля, а поэтапное решение общей задачи – в виде обращения к определенной последовательности модулей структуры. Такую последовательность можно трактовать как некоторую «траекторию» вычислительного процесса, определяющую подструктуру математической модели объекта исследования.

В общем случае структура математической модели, определяющая решение поставленной задачи, может быть представлена в виде дерева управления, каждой вершине которого соответствует один из модулей структуры, а дугам – возможные передачи управления в вызывающие модули. Корнем дерева является вызывающий модуль. Таким образом, дуги дерева управления будут определять все возможные траектории вычислительного процесса и совместно с вершинами задавать подструктуры конкретных математических моделей решения рассматриваемой задачи.

Вполне очевидно, что полученные решения для каждой подструктуры математической модели будут отличаться по своим показателям в силу отмеченных выше условий. При этом возможен оптимизационный подход к поиску приемлемого решения, исходя из конкретных требований к показателям функционирования модели.

С учетом сказанного целевой функцией решения рассматриваемой задачи будет являться обоснование возможности построения оптимальных для заданных ограничений траекторий вычислительного процесса. Под ограничениями в данных условиях будем понимать возможные свободы варьируемых параметров.

Если предположить, что класс рассматриваемых задач может допускать как точные, так и приближенные методы их решения, а также методы, разработанные независимыми исполнителями, следовательно, результаты решения одних и тех же функциональных подзадач могут быть получены с различными методическими и вычислительными погрешностями (точностями математических моделей) при соответствующем выигрыше в показателе оперативности расчетов. Таким образом, показатель точности может являться одним из варьируемых параметров. Кроме того, математические модели могут отличаться полнотой учета ограничений на конструктивные особенности систем управления ЛА или любого другого автоматизированного агрегата, отличительных особенностей их конструкции и т.д., т.е. полнотой адекватности (достоверности) моделируемого процесса. При этом также возможен выигрыш в показателе оперативности ожидаемого результата. В этом случае уровень достоверности соответствия математической модели реальному процессу также может являться варьируемым параметром.

Формализуем постановку задачи.

Пусть имеем структуру математической модели P_p с числом i иерархических уровней (i=1, 2, ...,n определяет число функциональных подзадач). На каждом i-м уровне число модулей, обеспечивающих ресурс вариантов решения подзадач i-го типа, соответствует значениям k_i. Всем J_i элементам структуры ставятся в соответствие определенные показатели (параметры):

t_{j_i} – оперативность (быстродействие) модели;

p_{j_i} – достоверность модели;

ρ_{j_i} – точность (погрешность) модели,

где $j_i \in J_i \subset J$, т.е. j_i – й элемент является подмножеством элементов J_i, содержащихся во множестве J.

В этой связи будут иметь место следующие матрицы показателей:

$\|t_{ij_i}\|$ – матрица ресурсов по оперативности решений;

$\|p_{ij_i}\|$, $\|\rho_{ij_i}\|$ – матрицы коэффициентов варьируемых параметров;

$\|t_{j_i}\|_{j_i}$ – матрица ресурсов по оперативности решений для i-го подмножества моделей, для всех j_i=1, 2,..., k_i, и $k_i \in J_i$.

Обозначим через $j_i^{(\nu)}$ – вектор управления, соответствующий ν-й траектории вычислений.

Тогда функцию показателя оперативности, соответствующую этому вектору, можно представить в виде

$$t^{(\nu)} = \sum_{i=1}^{n} t_{ij_i^{(\nu)}} \tag{2}$$

при $(i = \overline{1,n})$, а $j_i^{(\nu)} \in J$.

Очевидно, что общее число допустимых траекторий вычислений (L) может быть определено из выражения

$$L = \prod_{i=1}^{n} C_1^{k_i}.$$

Оптимальными из них будут те, которые удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{cases} t^{(\nu)} \langle\ t_{\text{зад}}; \\ \prod_{i=1}^{n} (P_{j_i}^{(\nu)}) \to \max \end{cases} \tag{3}$$

или

$$\begin{cases} t^{(\nu)} \langle\ t_{\text{зад}}; \\ \sum_{i=1}^{n} \left(\rho_{j_i}^{(\nu)}\right) \to \min. \end{cases} \tag{4}$$

Условия (3) и (4) накладывают также ограничения на неотрицательность и независимость варьируемых параметров.

Таким образом, может быть сформулирована следующая постановка задачи.

На заданной структуре полной математической модели с ij_i элементами, определяющей множество L возможных траекторий вычислений, определить подструктуру математической модели, заданной вектором управления $j_i^{(\nu)}$, которая приводила бы к экстремуму функции точности или достоверности при выполнении ограничений на показатель оперативности проводимых расчетов.

Тогда в математическом выражении постановка задачи примет следующий вид:

определить допустимые значения функции $T_\nu \le t_{\text{зад}}$, приводящие к экстремуму целевую функцию

$G(j_i^{(\nu)}) \to \max_\nu (\min_\nu)$, для $G = \{P, \rho\}$

при следующих ограничениях:

$$T_{\nu} = \sum_{i=1}^{n} tj_i^{(\nu)};$$

$$tj_i^{(\nu)} \in T;$$

$$T_{\min} \le T_{\nu} \le T_{\max}; \qquad (5)$$

$$T_{\min} \le t_{\text{зад}};$$

$$\sum_{N_{\text{ла}}=1}^{N_{\text{ла}}=m} \nu_{N_{\text{ла}}} \to \min. \qquad (6)$$

Условие (5) определяет диапазон изменения возможных значений показателя оперативности решения задач ПНИ. Условие (6) накладывает ограничение на минимизацию числа возможных решений различного класса задач в АСУ, т.е. при разработке математических моделей должен по возможности выполняться принцип их унификации.

Дадим теоретическое обоснование основных аспектов, определяющих закон формирования структуры математической модели с изменяемыми показателями эффективности. Исходной предпосылкой для решения этой задачи является структура полной математической модели, определяющая:

- состав, последовательность и цикличность вызова модулей;
- возможные связи между модулями;
- уровневую иерархию модулей.

При этом должна учитываться взаимосвязь и подчиненность моделей, оформленных в виде отдельных модулей [3,4].

Уточним принципы подчиненности и взаимосвязи между модулями в общей структуре математической модели.

Два произвольных модуля M_i и M_{i+1} могут быть подчиненными, смежными или не быть ни подчиненными, ни смежными. Если обращение к M_{i+1} происходит после выполнения некоторой части операторов модуля M_i, то M_{i+1} подчинен M_i (условная запись подчиненности $M_{i+1} \to M_i$). Если сразу же после завершения модуля M_i должен выполняться модуль M_{i+1}, то M_i и M_{i+1} смежные (условное обозначение M_i, M_{i+1}).

В случае $M_{i+1} \to M_i$ используется внутреннее обращение (M_i вызывает M_{i+1}). Если имеет место M_i, M_{i+1}, то реализуется либо внешнее обращение (оба модуля должны иметь общий вызывающий модуль), либо внутреннее (вызов M_{i+1} осуществляется модулем M_i, причем оператор вызова модуля M_{i+1} становится последним выполняемым оператором модуля M_i). Очевидно, что при $M_{i+1} \to M_i$ внешнее обращение недопустимо.

Как уже отмечалось, последовательность вызова модулей, определяющая процесс их управления, может изображаться в виде дерева управления.

Каждой вершине этого дерева соответствует одна из частных математических моделей (в программной реализации – модуль). Корнем дерева является вызывающий модуль – корневая управляющая программа. Дуги дерева соответствуют процедурам передачи управления в вызываемые модули, либо возврату в вызывающие. Внутреннему обращению соответствует пара смежных вершин, уровень которых отличается на единицу. Внешнему – пара смежных дуг, общая их вершина изображает модуль, вызывающий модуль M_{ij}, затем M_{ij+1} и т.д.. При этом под индексом i будем понимать номер уровня, начиная от корня (уровень корня соответствует i=0) вниз, а под индексом j – номер модуля данного уровня.

Для примера с целью наглядности получим дерево управления математическими моделями обобщенной структуры с числом уровней управления i (i = 0,1,2,3) со следующей схемой подчиненности:

- пусть уровню i = 0 соответствует вызывающий модуль;
- уровню i =1 – управляющие модули решения математических задач;
- уровню i =2 – модули решения функциональных подзадач, обеспечивающих варианты решения задач 1-го уровня;
- уровню i =3 – модули решения частных вариантов подзадач 2-го уровня.

При этом зададимся возможными связями между модулями и их подчиненностью:

- все модули 2-го и 3-го уровней являются подчиненными по отношению модулей 1-го уровня ($M_{1j} \to M_{ij}$);
- модули 1-го уровня разделены на две подгруппы смежности (по группам подчиненных им модулей 2-го уровня), при этом модули M_{1j} для всех j =1,2, ...,μ управляют модулями M_{2j} (2j= 21, 22,...,2r,...,2k), а для j=μ+1,...,p – модулями M_{2j} (2j=2k+1,...,2c,...,2n);
- модули 3-го уровня подчинены только модулям 2-го уровня M_{2j} для всех $J = \overline{2k+1,2n}$;
- модули 1-го уровня первой подгруппы смежности реализуют внешнее обращение по отношению к модулям второй группы смежности, т.е. модули 2-й группы смежности могут вызываться после отработки 1-й группы смежности;
- модули 2-го и 3-го уровней реализуют внутреннее обращение.

Исходя из принятых допущений, найдем выражение для одного из показателей принятой математической модели – оперативности решения задач T_p. Очевидно, что для рассматриваемого варианта

$$T_p = T_p^{1} + T_p^{2}, \qquad (7)$$

где T_p^{1} – затраты времени на решение задач первой группы смежности (P^1);

T_p^{2} – то же для задач второй группы смежности (P^2).

Пусть для решения задачи P^1 альтернативно может быть выбран только один модуль из всех J=1,2,...,m,...,μ имеющихся, а для решения задачи P^2 – один из числа J= μ + 1, μ +2,...,x,..., p. Исходя из принятой схемы подчиненности модулей $M_{1j+1} \rightarrow M_{lj}$, а также с учетом выражения (7), можно записать, что $T_p^{1} = T_{M\,1m} + T_{M\,2r}$ для любых $m = \overline{1,\mu}$ и $r = \overline{1,k}$, отвечающим условиям подчиненности множеств $M_{2r} \rightarrow M_{1m}$, а $T_p^{2} = T_{M\,1X} + T_{M\,2c} + T_{M\,3S}$ для любых $x = \overline{\mu+1, p}$, $c=\overline{k+1,n}$, $s = \overline{1,b}$, отвечающим условиям подчиненности множеств $M_{3S} \rightarrow M_{2c} \rightarrow M_{1x}$.

Дерево управления математическими модулями в рассматриваемой постановке показано на рис1.

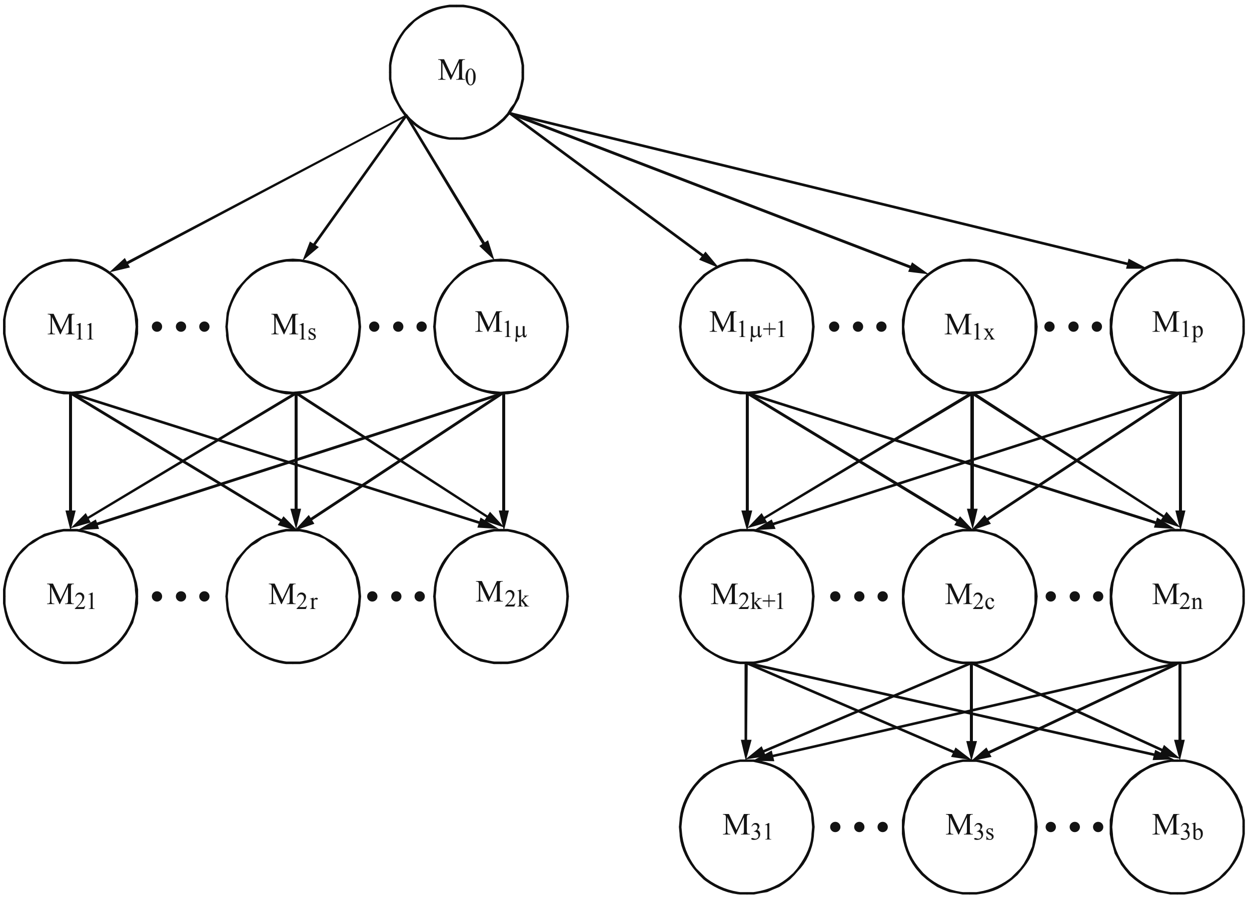

Рис. 1. Дерево управления модулями решения математической задачи

Так как общая математическая модель имеет модульную структуру, то решение каждой функциональной подзадачи из предметной области может осуществляться поэтапно, путем обращения к некоторой последовательности выполнения модулей. Такую последовательность можно трактовать как некоторую «траекторию» вычислительного процесса [3], представляемую линейным графом, в котором дуги соответствуют модулям, а вершины– показателям, характеризующим результат решения задачи этими модулями.

С целью наглядного описания всех возможных траекторий вычислительного процесса на уровне рассматриваемой структуры воспользуемся графом предметной области, изображенным на рис.2.

Таким образом, когда известны возможные траектории вычислительного процесса, можно составить обобщенную математическую постановку задачи, обеспечивающую формирование оптимальной структуры математической модели из имеющегося набора модулей, отвечающих заданным требованиям по показателям оперативности.

Пусть общая математическая модель состоит из X частных моделей. Тогда для всех

$$X = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j_i=1}^{z} M_{ij_i} \qquad (8)$$

определить вектор управления $j_i \in J_i$, для которого при $T_p \leq t_{\text{зад}}$ значения других показателей решения за-

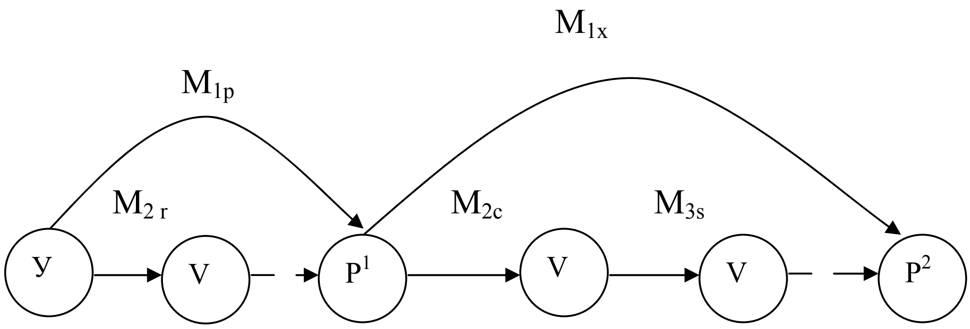

Рис.. 2 . Граф решения задачи

дачи отвечают условиям их экстремальных значений, т.е.

$$P_{ij_i} \to \left\{ P_{ij_i} \right\}_{\max},\ \rho_{ij_i} \to \left\{ \rho_{ij_i} \right\}_{\min},$$

где

$$T_p = a_{1j_1}(t_{1j_1} + a_{2j_2}(t_{2j_2} + ... + a_{nj_n}\ (t_{nj_n} + ... + a_{mj_m} t_{mj_m}))...), \quad (9)$$

$i = 1, 2,..., m$ – количество уровней математической модели;

J_i – область значений числа модулей на каждом i-м уровне;

a_{ij_i} –коэффициент цикличности подчиненного модуля $M_{i+1\,j_{i+1}} \to M_{ij_i}$;

t_{ij_i} – весовой коэффициент ij_i-го модуля по времени его выполнения (дискретная величина).

В связи с тем, что величины t_{ij_i} имеют целочисленные значения, то вполне допустимо, что при различных разрешенных комбинациях M_{ij_i} может быть получено не единственное решение.

Определение функции T_p следует осуществлять для следующих ограничений:

$$\begin{aligned} &\left\| t_{ij_i} \right\| \rangle\, 0; \\ &T_{\min} \le \left\| t_{ij_i} \right\| \le T_{\max}; \\ &\left\{ \begin{array}{l} j_1 = \overline{1,p} \\ ... \\ j_k = \overline{1,n} \\ ... \\ j_m = \overline{1,b} \end{array} \right\}; \quad i = \overline{1,m}\ . \end{aligned} \quad (10)$$

В данной постановке решение рассматриваемой задачи при ограничениях (10) является комбинаторной задачей с конечным числом комбинаций $y = C_p^{\,1}\ C_n^{\,1} ...\ C_b^{\,1}$ и с оптимизацией значений показателя надежности выбранной комбинации вектора управления

$$\prod_{i=1}^{m} P_{ij_i} \to \max$$

или точности получаемых решений

$$\sum_{i=1}^{m} \rho_{ij_i} \to \min.$$

Таким образом, предложен один из возможных подходов к формированию структуры математической модели решения различного класса задач в автоматизированной системе управления на основе наполнения базы данных АСУ библиотекой подпрограмм, обеспечивающих решение функциональных подзадач с различными показателями эффективности, и выбора вектора управления, оптимизирующего целевую функцию по надежности и точности получаемых решений при удовлетворении заданных требований по критерию оперативности.

Литература:

1. Котяшев Н.Н., Гараган С.А. Оптимальное планирование процессов в системе подготовки и доведения данных управления ЛА. // Оборонная техника, 1995, № 7, 53-56.

2. Крушевский А.В. Справочник по экономико-математическим моделям и методам. // Техника, Киев, 1990, 208с.

3. Гурова Л.И., Сахаров С.С. Прикладные программы // Статистика, М, 2000, 280с.

4. Мимиконов А.Г. и др. Модели и методы проектирования информационного обеспечения АСУ. // Статистика, М., 1985, 140с.

Материал поступил в редакцию 03. 02. 2009г.