## © Шевченко В.А., Бойченко И.А., Лапин О.Л. Shevchenko V.A., Boychenko I.A., Lapin O.L.

# КОДИРОВАНИЕ И ПЕРЕМЕЖЕНИЕ В КАНАЛАХ СВЯЗИ СО СЛУЧАЙНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ПОМЕХОЙ, ВЫЗЫВАЮЩЕЙ ГРУППИРОВАНИЕ ОШИБОК

# CODING AND INTERLEAVING IN CHANNEL RELATIONSHIP WITH CASUAL PULSED JAMMING, CAUSING GROUPING ERRORS

**Аннотация.** Исследованы характеристики кодов в каналах с наихудшей случайной импульсной помехой в виде гауссовского шума. Рассмотрен случай канала с памятью. Получена верхняя граница вероятности ошибки на бит для таких каналов. Рассмотрены мягкие и жесткие решения приемника соответственно с наличием и без наличия информации о состоянии канала связи. Проведено сравнение характеристик некоторых сверточных кодов.

**Annotation.** The performance of codes on channels with worst-case pulse Gaussian noise interference is investigated. The case of the channel with memory is considered. The upper bound on coded bit error probability is obtained for such channels. Soft decision receivers with side information and hard decision receivers without side information are considered. The performance of some convolutional codes is compared.

**Ключевые слова.** Помехоустойчивость, пакет ошибок, импульсная помеха, канал связи, кодирование, перемежение.

Key words. Anti-jamming, package errors, pulse jamming, channel, coding, interleaving.

#### 1. Введение

Для защиты широкополосных каналов связи от случайной импульсной помехи с ограниченной средней мощностью наряду с кодированием применяется перемежение [1,2]. Выбор параметров перемежения, как правило, осуществляется таким образом, чтобы исключить поражение одиночным импульсом помехи символов одной кодовой комбинации и тем самым обеспечить независимость ошибок [1]. В противном случае возникает эффект группирования ошибок, иными словами канал связи приобретает память. Известны исследования таких каналов на основе оценки критической скорости кодирования [3,4]. Результаты этих исследований показывают, что наличие памяти в канале связи приводит к ухудшению его помехоустойчивости.

Однако при передаче фиксированного объема данных и в условиях априорной неопределенности относительно значения длительности импульса помехи можно предположить, что допущение памяти в канале

позволяет исключить неоправданное укорочение длины кода и тем самым скомпенсировать эффект группирования ошибок в пакеты за счет большей корректирующей способности кода. Так, это справедливо для блочных кодов с алгебраическим декодированием в канале связи с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты [5]. Случай декодирования по максимуму правдоподобия также рассматривался [6], однако полученные результаты требуют, как будет показано ниже, коррекции с учетом уточнения механизма группирования ошибок.

Рассмотрим следующие основные случаи декодирования по максимуму правдоподобия:

- с «мягкими» решениями с наличием информации о состоянии канала;
- с «жесткими» решениями без наличия информации о состоянии канала.

Такой выбор обусловлен тем, что при отсутствии информации о состоянии канала связи мягкие решения в условиях воздействия наихудшей импульсной поме-

Шевченко Вячеслав Анатольевич – кандидат технических наук, начальник управления 4ЦНИИ МО РФ, тел. +7(495)-519-98-02; Бойченко Игорь Анатольевич – начальник отдела 4ЦНИИ МО РФ, тел. +7(495)-519-98-02; Лапин Олег Леонидович – заместитель начальника связи Космических войск, тел. +7(495)-333-83-23;

Shevchenko Vyacheslav Anatolievich - the candidate of the technical sciences, chief of department of 4 Central scientific research institute of Ministry of defense of Russian Federation, tel. +7(495)-519-98-02;

Boychenko Igor Anatolievich - the chief of the division of 4 Central scientific research institute of Ministry of defense of Russian Federation, tel. +7(495)-519-98-02;

Lapin Oleg Leonidovich - the deputy of the chief of relationship of Cosmic troopses, tel. +7(495)-333-83-23.

хи даже при отсутствии пакетирования ошибок не дают преимущества перед «жесткими» [2].

В исследовании будем предполагать, что на входе приемного устройства помеха в течение времени своего воздействия принимает вид аддитивного белого гауссовского шума со средней спектральной плотностью  $N_i$ , а сигнал, используемый для передачи символа кода, имеет энергию  $E_{s}$ .

#### 2. Модель группирования ошибок

Сопоставим переданную последовательность символов  $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$  длиной n и канальную последовательность на входе декодера  $y = (y_1, y_2, ..., y_n)$  , которая уже прошла операцию деперемежения. Аналогом длины блочного кода у сверточных кодов может быть глубина декодирования, зависящая от длины кодового расстояния  $\nu$ .

Введем понятие «пакет ошибок», под которым будет понимать совокупность символов одной кодовой комбинации, которые могут быть поражены одиночным импульсом помехи.

Последовательность у разобьем на определенное количество пакетов общим количеством L. Для удобства анализа будем предполагать, что длина каждого из них равна некоторой величине b, которая характеризирует память канала. В i-м пакете длиной b может содержаться  $m_i$  символов, в которых переданная последовательность отличается от ошибочно принятой, при этом  $m_i \in [0,b]$ .

Учитывая, что при декодировании по максимуму правдоподобия ошибка происходит тогда, когда на основе анализа последовательности у решение принимается не в пользу переданной последовательности  $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ , а в пользу последовательности  $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, ..., \hat{x}_n)$ , которая отличается от переданной в d

позициях, получим  $\sum_{i=1}^L m_i = d$  . Количество ненулевых па-

кетов обозначим через  $L_{nz}$ , так что  $\sum_{i=1}^{L_{nz}} m_i = d$  . Поскольку длины пакетов  $m_p^p, m_2$ ,...,  $m_{Lnz}$  будут слу-

чайными, то и сама величина  $L_{nz}$  также будет случайной.

Понятно, что из всех пакетов следует рассматривать только те, в которых переданная последовательность отличается от принятой, т.е  $m_i \in [1, b]$ . Эти пакеты ошибок, а также символы, в которых принятая последовательность отличается от переданной, будем называть «ненулевыми».

Количество «ненулевых» пакетов  $L_{nz}$  будет максимальным, когда в каждом из них содержится только по одному «ненулевому» символу. Соответственно минимальным количество пакетов будет тогда, когда в каждом из них ненулевыми будут все символы. Для последнего случая количество пакетов длиной b определится выражением l = |d/b|. Кроме l пакетов длиной b необходимо также рассматривать «ненулевой» пакет длиной  $\Delta b$ , дополняющий эти пакеты до величины d

$$d = \Delta b + bl. \tag{1}$$

Соответственно последовательности длиной b и  $\Delta b$  можно выбрать в качестве основы для дальнейшего анализа распределения «ненулевых» пакетов. Так, на длине каждой из этих последовательностей можно разместить как один пакет максимальной длины, так и некоторое количество комбинаций из пакетов меньшей длины.

Тогда для производящей функции длин «ненулевых пакетов» справедливо следующее выражение:

$$C = C^{(\Delta b)} \left( C^{(b)} \right)^l$$
, (2) где  $C^b$ ,  $C^{\Delta b}$  – производящие функции распределения «ненулевых» длин пакетов символов на интервале анализа соответственно длиной  $b$  и  $\Delta b$ .

Можно показать, что производящая функция  $C^{(i)}$ , где i может принимать значение b либо  $\Delta b$  определяется следующим рекуррентным соотношением:

ощим рекуррентным соотношением: 
$$C^{(i)} = \begin{cases} C_1, & i = 1; \\ C_i + \sum_{j=1}^{i-1} C_j C^{(i-j)}, & i > 1. \end{cases}$$
 Ecли считать появление различных комбинации

Если считать появление различных комбинаций равновероятным, то вероятностное распределение  $\hat{E}^{(i)}$ длин «ненулевых» пакетов на интервале анализа длиной i определится как отношение  $C^{(i)}$  к числу  $N_i$  комбинаций длин «ненулевых» пакетов на этом интервале.

Анализ выражения (3) показывает, что для произвольного  $N_i$  справедливо следующее соотношение:

$$N_{i} = \begin{cases} 1, & i = 1; \\ 1 + \sum_{j=1}^{i-1} N_{j}, & i > 1. \end{cases}$$
 (4)

Из выражения (4) следует, что  $N_1$ =1,  $N_2$ =2,  $N_3$ =4 и т.д.

Поэтому можно увидеть, что  $1+\sum_{i=1}^{i-1}N_j=1+\sum_{i=1}^{i-1}2^{j-1}=2^{i-1},$ так что

$$K^{(i)} = \frac{C^{(i)}}{2^{i-1}}. (5)$$

Полученное выражение (5) с учетом выражения (3) отражает характер группирования ошибок и позволяет перейти к оценке вероятности ошибки на бит  $P_{\nu}$ .

### 3. Определение верхней границы для вероятности ошибки на бит

Определим вероятность возникновения импульса помехи на интервале передачи любого пакета через р. Последовательность ненулевых пакетов сопоставим с последовательностью  $z = (z_1, z_2, ..., z_{l+1})$  «сторонней» информации о состоянии канала связи, где  $z_i$  – случайная величина, принимающая значение 1 с вероятностью  $\rho$  и значение 0 – с вероятностью  $\rho$  –1.

Для декодирования по максимуму правдоподобия воспользуемся решающей метрикой m(y, x; z), которая, обладая свойством аддитивности, для канала с пакетами ошибок примет следующий вид:

ошилоск примет следующий вид.
$$m(y,x;z) = \sum_{i=1}^{L_{mz}} \sum_{j=s(i)}^{s(i)+m_i} m(y_j,\mu_j;z_i),$$
где  $s(i) = \begin{cases} 1, & i=1; \\ \sum_{j=1}^{i-1} m_j, & i>1. \end{cases}$ 

С учетом обозначения решающей метрики в виде (б) вероятность того, что декодер примет решение в пользу последовательности  $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, ..., \hat{x}_n)$ , отличающейся от переданной в d символах, определится следующим выражением:

$$P_d(x \to \hat{x}) = P\{m(y, \hat{x}; z) - m(y, x; z) \ge 0 |_x\}. \tag{7}$$

Получить выражение (7) в аналитическом виде достаточно сложно, поэтому предложим следующий метод для нахождения верхней границы для вероятности  $P_d(x \to \hat{x}).$ 

Воспользовавшись асимптотически точной верхней границей Чернова [7], вместо выражения (7) будем иметь

$$P_{d}(x \to \hat{x}) \le \min_{\lambda \ge 0} E\left\{ \prod_{i=0}^{L_{nz}} \exp\left(\lambda \sum_{j=s(i)}^{s(i)+m_{i}} \left(m(y_{j}, \hat{x}_{j}; z_{i}) - m(y_{j}, x_{j}; z_{i})\right)\right) \right|_{x} \right\}$$

или с учетом независимости слагаемых друг от друга в правой части  $m(y_i, \hat{x}_i; z_i) - m(y_i, x_i; z_i)$ 

$$P_{d}\left(x\to\hat{x}\right) \leq \min_{\lambda\geq0} E\left\{\prod_{i=0}^{L_{m_{z}}} \prod_{j=1}^{m_{i}} \exp\left(\lambda\left(m(y_{j},\hat{x}_{j};z_{i})-m(y_{j},x_{j};z_{i})\right)\right)\Big|_{x}\right\},\tag{8}$$
 где  $E(\cdot)$  — математическое ожидание стоящей в скобках

случайной величины;

 $\lambda$  – неотрицательная величина.

Найденное распределение длин «ненулевых» пакетов (5) определяет возможные их конфигурации и количество, а также вероятность возникновения каждой из конфигураций на соответствующей длине анализа. Тогда заменой в распределении (5) величин С, на  $\prod \exp \left( \lambda \left( m(y_j, \hat{x}_j; z_i) - m(y_j, x_j; z_i) \right) \right) \quad \text{if yhere toro, 4to}$ uмеется l интервалов анализа длиной b и один интервал анализа длиной  $\Delta b$ , можно получить искомое выражение для математического ожидания правой части выражения

(8): 
$$P_d\left(x \to \hat{x}\right) \le \min_{\lambda \ge 0} K^{(\Delta b)} \left(K^{(b)}\right)^l, \tag{9}$$

где  $K^{(i)}$  определяется из совокупности выражений (3) и (5), а коэффициент  $C_i$ , входящий в (3), – соотношением

$$\begin{split} &C_{i} = \rho \prod_{j=0}^{i} E \left\{ \exp \left( \lambda \left( m(y_{j}, \hat{x}_{j}; z = 1) - m(y_{j}, x_{j}; z = 1) \right) \right) \big|_{x} \right\} + \\ &+ (1 - \rho) \prod_{i=0}^{i} E \left\{ \exp \left( \lambda \left( m(y_{j}, \hat{x}_{j}; z = 0) - m(y_{j}, x_{j}; z = 0) \right) \right) \big|_{x} \right\}. (10) \end{split}$$

Для каждого из «состояний» канала z слагаемые имеют одинаковые распределения, поэтому, введя обозначение

$$D(\lambda, z) = E \left\{ \exp \left( \lambda \left( m(y_j, \hat{x}_j; z) - m(y_j, x_j; z) \right) \right) \Big|_x \right\},$$
 можно заменить выражение (10) следующим:

$$C_i = \rho D(\lambda, z = 1)^i + (1 - \rho) D(\lambda, z = 0)^i. \tag{11}$$

Комбинируя теперь выражения (11), (3) и (5), увидим, что  $K^{(i)} = \sum_{j=1}^{n-1} a_j \rho^j$ , где  $a_p$ ,  $a_{2^{n-n}}$ ,  $a_i$  – некоторые неотрицательные коэффициенты. Из неравенства Иенсена [2] следует, что  $\left(K^{(j)}\right)^{\overline{i}} \leq \left(K^{(i)}\right)^{j}$  для всех неотрицательных  $j \le i$ . Тогда

$$K^{(\Delta b)} \leq \left(K^{(b)}\right)^{\Delta b/(b)}$$
. (12)  
С учетом выражений (1) и (12) вместо (9) получим  $P_d\left(x \to \hat{x}\right) \leq \min_{\lambda \geq 0} \left(K^{(b)}\right)^{d/b} = D^d$ , (13) где  $D$  – параметр, который принято использовать для

оценки помехоустойчивости без уточнения параметров применяемого кода [1, 2].

Из (13) следует, что 
$$D = \min_{\stackrel{\lambda \ge 0}{\leftarrow}} \left(K^{(b)}\right)^{\frac{1}{b}}. \tag{14}$$
 С учетом выражения (13) верхняя аддитивная гра-

ница для вероятности ошибки на бит определится выражением [1]

$$P_b \le \sum_{d=d_d}^{\infty} A_d P_d \left( x \to \hat{x} \right) = \sum_{d=d_d}^{\infty} A_d D^d, \tag{15}$$

где  $A_d$  и  $d_f$  – соответственно распределение весов кода и свободное кодовое расстояние.

Совокупность выражений (14), (15), (5) и (3) в общем виде определяет верхнюю границу вероятности ошибки на бит для канала с группированием ошибок.

#### 4. Мягкие решения, наличие информации о состоянии канала

Метрика декодирования m(y, x; z) при наличии информации о состоянии канала, как правило, выбирается таким образом, чтобы  $D(\lambda, z=1) \gg D(\lambda, z=0)$ . Поэтому вторым слагаемым в правой части выражения (11) можно пренебречь, т.е

$$C_i = \rho D(\lambda, z = 1)^i. \tag{16}$$

Подстановка выражения (16) в выражение (3) по-

зволяет переписать последнее в следующем виде:

$$C^{(i)} = \begin{cases} \rho D(\lambda, z = 1), & i = 1; \\ \rho D(\lambda, z = 1)^{i} + \sum_{j=1}^{i-1} C^{(i-j)} \rho D(\lambda, z = 1)^{j}, & i > 1. \end{cases}$$
17)

Если ввести обозначение

$$C^{(i)} = L^{(i)}D(\lambda, z = 1)^{i}$$
(18)

и сопоставить выражения (17) и (18), можно увидеть, что величина  $L^{(i)}$  определяется следующим рекуррентным соотношением:

$$L^{(i)} = \begin{cases} \rho, & i = 1; \\ \rho \left( 1 + \sum_{j=1}^{i-1} L^{(i-j)} \right), & i > 1. \end{cases}$$
 (19)

Предположим теперь, что

$$L^{(i)} = \rho (1 + \rho)^{i-1}. \tag{20}$$

Для доказательства верности выражения (20) достаточно его подставить в (19), ввести переменную k=i-j и изменить порядок суммирования. В результате можно получить, что

$$L^{(i)} = \rho \left( 1 + \sum_{k=0}^{i-1} L^{(k)} \right) = \rho \left( 1 + \rho \sum_{k=1}^{i-1} (1 + \rho)^{k-1} \right) = \rho \left( 1 + \rho \right)^{i-1}, (21)$$

что и требовалось доказать.

Последовательно подставив выражение (20) в (18), а (18) в (15), получим

$$D = \min_{\lambda \ge 0} \rho \left(\frac{1+\rho}{2}\right)^{(b-1)/b} D(\lambda, z = 1). \tag{22}$$

Обозначив через  $\lambda^{opt}$  значение  $\lambda$ , которое минимизирует правую часть (22), получим

мизируст правую часть (22), получим
$$D = \min_{\lambda \ge 0} \rho \left( \frac{1+\rho}{2} \right)^{(b-1)/b} D(\lambda^{opt}, z = 1)^d, \qquad (23)$$
где  $D(\lambda^{opt}, z = 1) = \min_{\lambda \ge 0} D(\lambda, z = 1).$ 

При декодировании с «мягкими решениями» и когерентным приемом метрика  $m(y_j,x_j;z_i=1)$  определится как [2]

$$m(y_i, x_i; z_i = 1) = y_i x_i$$

Для указанной метрики справедливы соотношения:

$$D(\lambda, z = 1) = \exp(-2\lambda E_s + \lambda^2 E_s N_j / \rho)$$

И

$$D(\lambda^{opt}, z = 1) = \exp\left(-\rho \frac{E_s}{N_I}\right). \tag{24}$$

Учет выражения (24) позволяет привести выражение (23) к следующему виду:

$$D = \rho \left(\frac{1+\rho}{2}\right)^{(b-1)/b} \exp\left(-\rho \frac{E_s}{N_J}\right). \tag{25}$$

Можно показать, что наихудшей будет импульсная помеха, если вероятность  $\rho$  выбрана таким образом, чтобы максимизировать правую часть равенства (25), т.е. будет определяться следующим выражением:

$$\rho = \begin{cases} 0.5 \left( \left( \frac{E_s}{N_J} \right)^{-1} - 1 + \sqrt{\left( 1 - \left( \frac{E_s}{N_J} \right)^{-1} \right)^2 + 4 \left( b \frac{E_s}{N_J} \right)^{-1}} \right), & \frac{E_s}{N_J} \ge \frac{b+1}{2b}; \\ 1, & \frac{E_s}{N_J} < \frac{b+1}{2b}. \end{cases}$$

На рис. 1 для некоторых сверточных кодов со скоростью кода r=1/3 представлены зависимости вероятности ошибки на бит от отношения  $E_b/N_a$  где  $E_b=E_s r$ .

При этом, для кода с длиной кодового ограничения v=3 оценивалось влияние пакетов ошибок с длинами, равными 1, 2 и 3, а для кодов с длинами кодового ограничения v=6 и v=9 – влияние пакетов ошибок с длинами, большими вдвое и втрое соответственно.

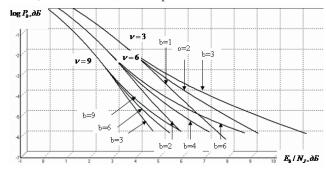


Рис. 1. Зависимость вероятности ошибки на бит от отношения для канала с «мягкими» решениями, наличием информации о состоянии канала и когерентным приемом

Анализ рис. 1 показывает, что при фиксированной задержке необходимо выбирать сверточные коды с как можно большим значением длины кодового ограничения, несмотря на то, что ошибки при этом группируются в пакеты все большей длины. Ограничением здесь может быть только сложность реализации декодера, которая растет экспоненциально с увеличением длины кодового ограничения.

Аналогичные результаты можно получить и для кодов со скоростью r=1/4.

Для некогерентного приема ортогональных сигналов оптимальным является демодулятор, имеющий количество каналов, соответствующее объему алфавита сигналов M. В каждом из каналов осуществляется свертка и возведение в квадрат принимаемого колебания отдельно с синфазной и отдельно с квадратурной составляющей одного из ортогональных сигналов с последующим суммированием результатов этих операций. Величину на выходе канала приема i-го ортогонального сигнала обозначим через  $e_r$ 

Метрика  $m(y_j,x_j;z_i=1)$  для этого типа приема предполагает использование максимальной величины  $e_p$  где  $i=\overline{1,M}$  . С учетом передачи символа  $x_j$  i-м сигналом [2]:

$$m(y_i, x_i; z_i = 1) = e_{x_i} / 2.$$

Для указанной метрики

$$D(\lambda^{opt}, z = 1) = \frac{\exp\left(-\rho \frac{E_s}{N_J} \frac{s}{1+s}\right)}{1-s^2}, \qquad (26)$$

где

$$s = \frac{\sqrt{1 + 6\rho \frac{E_s}{2N_J} + \left(\rho \frac{E_s}{2N_J}\right)^2} - \rho \frac{E_s}{2N_J} - 1}{2}.$$
 (27)

Соответственно

$$D = \rho \left(\frac{1+\rho}{2}\right)^{(b-1)/b} \frac{\exp\left(-\rho \frac{E_s}{N_J} \frac{s}{1+s}\right)}{1-s^2},$$
 (28)

где s определяется выражением (27).

Для нахождения значения  $\rho$ , которое максимизирует правую часть выражения (28), можно воспользоваться одним из численных алгоритмов нахождения экстремумов.

Как и в случае когерентного приема, полученные соотношения могут быть использованы для оценки влияния пакетов ошибок на помехоустойчивость канала со сверточными кодами, имеющими различные длины кодового ограничения, в соответствии с изложенной выше методикой. Расчеты, проведенные с использованием выражений (28), (27), позволяют утверждать, что выводы по выбору длины кодового ограничения аналогичны тем, которые были сделаны для случая когерентного приема.

## 5. Жесткие решения, отсутствие информации о состоянии канала

Для декодирования с «жесткими» решениями без наличия информации о состоянии канала [2]

$$m(y_j, x_j; z_i) = \begin{cases} 1, & y_j = x_j; \\ 0, & y_j \neq x_j. \end{cases}$$
 (29)

При воздействии импульсной помехи, вызывающей ошибки в кодовом символе с вероятностью p, справедливо условие

$$m(y_{j},\hat{x}_{j};z_{i}=1)-m(y_{j},x_{j};z_{i}=1)=$$

$$=\begin{cases} -1, c \text{ вероятностью } 1-p; \\ 0, c \text{ вероятностью } \binom{M-2}{M-1}; \\ 1, c \text{ вероятностью } \binom{p}{M-1}. \end{cases}$$

В свою очередь, при  $z_i$ =0 ошибки отсутствуют, так что

$$m(y_i, \hat{x}_i; z_i = 0) - m(y_i, x_i; z_i = 0) = 0.$$
 (30)

Значение вероятности p зависит от отношения  $\rho E_s/N_j$ . Вид функциональной зависимости определяется методом модуляции и способом приема («когерентный»

или «некогерентный» прием).

Для когерентного приема ортогональных сигналов эта функциональная зависимость принимает вид  $\frac{1}{2} \frac{\pi}{E}$ 

$$p = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-t^2/2) \Phi^{M-1}(t + \sqrt{\frac{2E}{N_0}}) dt,, (31)$$

где 
$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{x} \exp(-t^2/2) dt$$
,

а для некогерентного

$$p = \frac{1}{M} \sum_{i=2}^{M} (-1)^{i} C_{M}^{i} \exp\left(-\rho E_{s} / N_{J} \left(1 - \frac{1}{i}\right)\right), \tag{32}$$

где  $C_{\!\scriptscriptstyle M}^{\phantom{M}i}$  – биномиальный коэффициент.

С учетом (29) и (30) выражение (11) примет сле-

$$C_i = \rho \left( (1-p)exp(-\lambda) + \frac{(M-2)p}{M-1} + \frac{p}{(M-1)} exp(\lambda) \right)^i + (1-\rho)exp(-\lambda i)$$

или

$$C_{i} = \left(\rho \left( (1-p) + \frac{(M-2)p}{M-1} \exp(\lambda) + \frac{p}{(M-1)} \exp(2\lambda) \right)^{i} + (1-\rho) \exp(-\lambda i),$$
 где  $\rho \in [0,1], p \in \left[0, \frac{M-1}{M}\right].$  (33)

Введя обозначение

$$R_{j} = \rho \left( (1-p) + \frac{(M-2)p}{M-1} \exp(\lambda) + \frac{p}{(M-1)} \exp(2\lambda) \right)^{i} + (1-\rho)$$
(34)

и подставив выражение (33) в (3), можно увидеть, что  $C^{(i)} = \min_{\lambda \in A} R^{(i)} \exp(-\lambda i),$ 

где

$$R^{(i)} = \begin{cases} R_1, & i = 1; \\ R_i + \sum_{j=1}^{i-1} R_j R^{(i-j)}, & i > 1. \end{cases}$$
 (35)

Соответственно

$$D = \min_{\lambda \ge 0} \left( \frac{R^{(b)}}{2^{b-1}} \right)^{1/b} \exp(-\lambda). \tag{36}$$

В свою очередь, случайная импульсная помеха будет наихудшей, если вероятность появления отдельного его импульса  $\rho$  выбрана таким образом, чтобы максимизировать правую часть выражения (36), т.е.

$$D = \max_{0 \le \rho \le 1} \min_{\lambda \ge 0} \left( \frac{R^{(b)}}{2^{b-1}} \right)^{1/b} \exp(-\lambda). \tag{37}$$

На рис. 2 для некоторых сверточных кодов со скоростью кода r=1/3 представлены зависимости вероятности ошибки на бит от отношения  $E_b/N_i$  при передаче

символов кода методом ФМ-2, рассчитанные с использованием выражений (15) и (34), (35) и (37). При этом для кода с длиной кодового ограничения v=3 оценивалось влияние пакетов ошибок с длинами, равными 1, 2 и 3, а для кода с длиной кодового ограничения v=9 – влияние пакетов ошибок с длинами, большими втрое.

Анализ рис. 2 показывает, что выводы по выбору длины кодового ограничения не отличаются от сделанных выше.

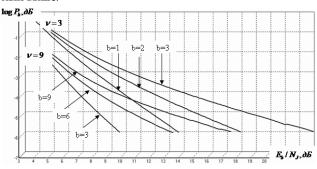


Рис. 2. Зависимость вероятности ошибки на бит от отношения для канала с «жесткими» решениями, отсутствием информации о состоянии канала и когерентным приемом

### 6. Выводы

Таким образом, получены соотношения, которые позволяют определить достижимую помехоустойчивость канала связи с декодированием по максимуму правдоподобия в условиях воздействия случайной импульсной помехи, вызывающей группирование ошибок в пакеты переменной длины, для следующих случаев:

- с «мягкими» решениями и наличием информации о состоянии канала;
- с «жесткими» решениями и без наличия информации о состоянии канала.

В этих соотношениях учтены «когерентный» и «некогерентный» способы приема, а также верхняя аддитивная граница, граница Чернова и неравенство Иенсена для выпуклых функций.

Полученные оценки позволяют утверждать, что при фиксированной задержке передачи сообщения для исследуемого типа канала необходимо выбирать сверточные коды с как можно большим значением длины кодового ограничения, несмотря на то, что ошибки при этом группируются в пакеты все большей длины.

#### Литература

- 1. Кларк Дж., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1987. 392 с.
- 2. Simon M.K. and e.a. Spread Spectrum Communications, vol.2, Rockville, MD: Computer Science, Marylend, 1985. p. 358.
- 3. Viterbi AJ. Spread Spectrum Communications-Myth and Realties. IEEE Commun. Mag. vol.4-p.p. 11-18, May 1979.
- 4. Stark W.E. Coding for Frequency-Hopped Spread-Spectrum Communications with Partial-Band Interference Part I: Capacity and Cutoff Rate. IEEE Trans. On Commun. Vol. COM-33, p.p. 1036-1044, October 1985.
- 5. Шевченко ВА. Кодирование в каналах связи с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты в условиях воздействия полигармонической импульсной помехи. Радиоэлектроника. Изв. высш. уч. заведений, №8, 1993. с. 68-72.
- 6.Шевченко В.А., Снедков С.М. Вероятность ошибки на бит при декодировании по максимуму правдоподобия с «мягкими» решениями демодулятора в условиях воздействия импульсных помех. М.: СИП РИА, журнал «Двойные технологии», № 1, 2005.
- 7. Возенкрафт Дж., Джекобс И. Теоретические основы техники связи: Пер. с англ. М.: Мир, 1969. 640 с.
- 8. Stark W.E. Coding for Coherent Frequency-Hopped Spread-Spectrum Communications in The Presence of Jamming. MILCOM'82-p.142.

Материал поступил в редакцию 30. 04. 2009 г.