УДК 519.2+629.7.01

© Сухорученков Б. И.
Sukhoruchenkov B.

МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПО ВЫБОРКЕ, ИСКАЖЕННОЙ ПОГРЕШНОСТЯМИ ИЗМЕРЕНИЙ

METHOD OF EVALUATION OF DISTRIBUTING PARAMETERS CASUAL DESCRIPTIONS OF TECHNICAL SYSTEMS ON SELECTION, TO DISTORTED ERRORS MEASURINGS

Аннотация. *Предлагается метод оценивания параметров нормального распределения случайных характеристик (СХ) технических систем (ТС) на основе выборки, элементы которой искажены аддитивными нормально распределенными погрешностями измерений. Для этого используется метод несмещенных оценок [2, 5] при ограниченных априорных данных о погрешностях измерений. Работоспособность метода проверена на примере. Приведены результаты анализа влияния априорных данных о погрешностях измерений на оценки параметров распределения СХ ТС.*

Annotation. *The method of evaluation of parameters of normal distribution of casual descriptions (SKH) of the technical systems (TS) is offered on the basis of selection the elements of which are distorted the additive normally distributed errors of measurings. For this purpose the method of the undisplaced estimations [2, 5] is used at limited a priori information about the errors of measurings. The capacity of method is tested on an example. The results of analysis of influencing of a priori information are resulted about the errors of measurings on the estimations of parameters of distributing of SKH TS.*

Ключевые слова. *Случайная характеристика, параметры нормального распределения, выборка, погрешности измерений, оценки, статистический метод.*

Key words. *Casual description, parameters of normal distribution, selection, errors of measurings, estimations, statistical method.*

1. Постановка задачи

Рассматривается случайная характеристика (СХ) технической системы (ТС) X, плотность вероятности которой имеет нормальное распределение и зависит от математического ожидания (МО) М и среднеквадратического отклонения (СКО) σ

$$f(x) = (2\pi)^{-0,5}\,\sigma^{-1}\exp[-0,5\sigma^{-2}(x-M)^2]\cdot \qquad (1)$$

Параметры распределения СХ M и σ неизвестны. Для их оценивания производятся непосредственные наблюдения реализаций СХ x_i, $i = 1,..., n$. В результате получаются значения z_i, $i = 1,..., n$, искаженные погрешностями измерений (ПИ) с неизвестными систематическими и случайными составляющими.

Задачи оценивания параметров распределения СХ по выборке $\{z_i\}$, искаженной ПИ, возникают при контроле параметров состояния и параметрической надежности ТС, при оценивании точности функционирования летательных аппаратов на основе траекторных и телеизмерений и в других областях науки и техники. Однако методы решения таких задач при неизвестных параметрах распределения ПИ отсутствуют.

В настоящее время известны методы оценивания параметров распределения СХ по выборке без ПИ (при $x_i = z_i$) [1, 4]. Наиболее эффективным считается метод максимального правдоподобия (ММП), в соответствии с которым точечные оценки параметров M и σ и их дисперсии определяются по известным зависимостям

$$\bar{M} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\,;\quad \sigma^2_{\bar{M}} = \frac{\bar{\sigma}^2}{n}; \qquad (2)$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{M})^2\,;\qquad \sigma^2_{\bar{\sigma}^2} = \frac{2\,\bar{\sigma}^2}{n}. \qquad (3)$$

Сухорученков Борис Иванович – доктор технических наук, профессор, член-корреспондент Российской инженерной академии, профессор кафедры ракетного вооружения Военной академии РВСН имени Петра Великого, тел. 8-495-6960648.

Sukhoruchenkov Boris – doctor of engineering's sciences, professor, corresponding member of the Russian engineering academy, professor of department of rocket armament of the Military academy of RVSN of the name of Peter Great, tel. 8-495-6960648.

Известны также методы оценивания неслучайной характеристики X (при $\sigma = 0$), когда $z_i = X + \varepsilon_i$ (ε_i – погрешности измерений). При этом значение X и дисперсия несмещенных ПИ $\sigma_п^2$ оцениваются по ММП или по методу наименьших квадратов [1, 3, 4]

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} z_i ; \qquad \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\bar{\sigma}_п^{\,2}}{n}; \tag{4}$$

$$\bar{\sigma}_п^{\,2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(z_i - \bar{X})^2 ; \qquad \sigma_{\bar{\sigma}_п^2}^2 = \frac{2\,\bar{\sigma}_п^{\,2}}{n}. \tag{5}$$

Далее излагается метод оценивания параметров распределения СХ ТС по выборке $\{z_i\}$, искаженной погрешностями измерений.

2. Основные допущения

Задача оценивания параметров распределения СХ по выборке, искаженной ПИ с неизвестными параметрами распределения, является некорректной из-за линейной зависимости между оцениваемыми параметрами. При решении такой задачи необходимо иметь хотя бы ограниченные априорные сведения о погрешностях, которые получаются на основе тарировки и специальных исследований средств и систем измерений. Для решения задачи примем следующие допущения.

Элементы выборки связаны с реализациями СХ x_i и ПИ ε_i в виде линейной зависимости

$$z_i = x_i + \varepsilon_i\,,\ i = 1,\ldots,n. \tag{6}$$

Погрешности измерений ε имеют нормальное распределение с плотностью, зависящей от МО (систематической составляющей) Δ и СКО (случайной составляющей) C

$$f(\varepsilon) = (2\pi)^{-0,5}\, C^{-1} \exp[-0,5\,C^{-2}\,(\varepsilon - \Delta)^2]. \tag{7}$$

Параметры распределения ПИ Δ и C неизвестны, но имеется ограниченная априорная информация о параметрах, заданная в виде

Δ_0, σ_Δ – приближенное значение возможной систематической составляющей ПИ (обычно $\Delta_0 = 0$) и СКО возможных отклонений Δ от Δ_0;

C_0, σ_C – приближенное значение СКО ПИ и СКО возможных отклонений C от C_0.

Для удобства дальнейших вычислений СКО σ_C представим в относительной форме $\sigma_C = bC_0$. Коэффициент b должен обеспечивать положительное значение СКО. При нормальном распределении ПИ по правилу «трех сигм» коэффициент ограничен пределами $b \in [0; 0{,}33]$.

Возможные отклонения параметров распределения ПИ от приближенных значений имеют нормальное распределение с плотностями вероятностей

$$f_1(\Delta) = (2\pi)^{-0,5}\, \sigma_\Delta^{-1} \exp[-0,5\,\sigma_\Delta^{-2}\,(\Delta - \Delta_0)^2]; \tag{8}$$

$$f_2(C) = (2\pi)^{-0,5}\,(b\,C_0)^{-1} \exp[-0,5\,(b\,C_0)^{-2}\,(C - C_0)^2]. \tag{9}$$

3. Построение плотности вероятности оценок неизвестных параметров

Для решения задачи оценивания неизвестных параметров воспользуемся методом несмещенных оценок (МНО), который обеспечивает наибольшую точность [2, 5]. В соответствии с МНО сначала строится плотность вероятности возможных оценок неизвестных параметров следующим образом. При нормально распределенных СХ и аддитивных ПИ, см. (6), элементы выборки Z также являются случайными величинами (СВ), которые имеют следующие МО и СКО:

$$M_Z = M + \Delta; \quad \sigma_Z^2 = \sigma^2 + C^2. \tag{10}$$

СВ Z с учетом (1), (6), (7) и (10) имеет нормальное распределение с плотностью вероятности

$$f_3(z) = (2\pi)^{-0,5}\,(\sigma^2 + C^2)^{-0,5} \times$$
$$\times \exp[-0,5\,(\sigma^2 + C^2)^{-1}\,(z - M - \Delta)^2]. \tag{11}$$

Параметры распределения элементов выборки M, σ, Δ, C неизвестны. Обозначим возможные оценки этих параметров соответственно в виде m, s, δ, c. Согласно МНО плотность вероятности оценок неизвестных параметров строится последовательно по зависимостям

$$g(m,s,\delta,c) = \left[\prod_{i=1}^{n} f_3(z_i / m,s,\delta,c)\right] f_1(\delta)\, f_2(c); \tag{12}$$

$$k = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty g(m,s,\delta,c)\, dm\, ds\, d\delta\, dc; \tag{13}$$

$$f(m,s,\delta,c) = k^{-1} g(m,s,\delta,c). \tag{14}$$

В зависимостях (12)–(14) используются плотности вероятности (8) (9) и (11), в которых неизвестные параметры распределения заменяются на их возможные оценки.

На основе плотности вероятности $f(m, s, \delta, c)$ можно определить плотности вероятности оценок некоторых групп параметров или автономные плотности вероятности оценок отдельных параметров как компонентов случайного вектора по зависимостям

$$f(m,s) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(m,s,\delta,c)\, d\delta\, dc; \tag{15}$$

$$f(\delta,c) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(m,s,\delta,c)\, dm\, ds; \tag{16}$$

$$f(s,c) = \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty f(m,s,\delta,c)\, dm\, d\delta; \tag{17}$$

$$f(m) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_0^\infty f(m,s,\delta,c)\, ds\, d\delta\, dc; \tag{18}$$

$$f(s) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty f(m,s,\delta,c)\, dm\, d\delta\, dc; \tag{19}$$

$$f(\delta)=\int_0^\infty\int_0^\infty\int_{-\infty}^\infty f(m,s,\delta,c)\,dm\,ds\,dc\,; \tag{20}$$

$$f(c)=\int_0^\infty\int_0^\infty\int_{-\infty}^\infty f(m,s,\delta,c)\,dm\,ds\,d\delta\,. \tag{21}$$

4. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения случайной характеристики

На основе построенных по зависимостям (18) и (19) автономных плотностей вероятности оценок параметров f(m) и f(s) определяются точечные оценки параметров распределения СХ и их СКО по зависимостям

$$\bar M=\int_{-\infty}^{\infty} m\,f(m)\,dm;\qquad \sigma_{\bar M}^{\ 2}=\int_{-\infty}^{\infty}(m-\bar M)^2\,f(m)\,dm; \tag{22}$$

$$\bar\sigma=\int_0^\infty s\,f(s)\,ds;\qquad \sigma_{\bar\sigma}^{\ 2}=\int_0^\infty (s-\bar\sigma)^2\,f(s)\,ds\,. \tag{23}$$

Интервальные оценки $[\bar M_{\text{Н}};\bar M_{\text{В}}]$ и $[\bar\sigma_{\text{Н}};\bar\sigma_{\text{В}}]$ параметров распределения СХ при заданной доверительной вероятности γ вычисляются из соотношений

$$\int_{-\infty}^{\bar M_{\text{Н}}} f(m)\,dm=1-\gamma_{\text{Н}};\qquad \int_{\bar M_{\text{В}}}^{\infty} f(m)\,dm=1-\gamma_{\text{В}}; \tag{24}$$

$$\int_0^{\bar\sigma_{\text{Н}}} f(s)\,ds=1-\gamma_{\text{Н}};\qquad \int_{\bar\sigma_{\text{В}}}^{\infty} f(m)\,dm=1-\gamma_{\text{В}}, \tag{25}$$

где вероятности $\gamma_{\text{н}}$ и $\gamma_{\text{в}}$ выбираются из условия минимизации доверительного интервала при выполнении равенства $\gamma_{\text{н}}+\gamma_{\text{в}}=1+\gamma$.

Аналогично можно уточнить параметры распределения погрешностей измерений на основе плотностей $f(\delta)$ (20) и $f(c)$ (21).

Рассмотренный метод может также использоваться для оценивания параметров распределения СХ ТС при других типах распределения: Релея, Максвелла, экспоненциального и др.

5. Демонстрация метода

5.1. Исходные данные

Проведем проверку изложенного метода на следующем примере. Проведены испытания ТС и получены следующие результаты измерений характеристики X ТС $\{z_i\}$ = {3,1; 2,7; 0,5; 3,5; 4,2; 1,3; 2,1; 3,4; 2,7; 3,3}. Предполагается, что характеристика *X* имеет нормальное распределение с неизвестными МО *M* и СКО σ. Данные $\{z_i\}$ сопровождаются погрешностями измерений с нормальным распределением, о параметрах которого имеются ограниченные априорные данные в виде: Δ_0=0, σ_Δ=0,1; C_0 = 0,7, $\sigma_C = bC_0$, b = 0,2 (обозначения соответствуют п. 2). Плотности вероятности отклонений параметров распределения ПИ от априорных значений показаны на рис. 1.

5.2. Оценивание параметров распределения при отсутствии погрешностей измерений

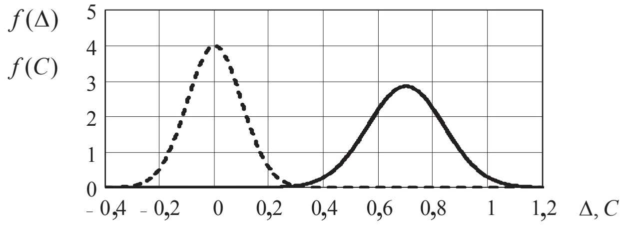

Рис. 1. Плотности вероятности отклонений параметров распределения ПИ от априорных значений:
-------- $f(\Delta)$; ———— $f(C)$

Для проверки метода и определения степени влияния ПИ на оценки параметров распределения СХ *X* проведем вычисления при предположении, что выборка $\{z_i\}$ не искажена погрешностями измерений (при Δ_0 = 0, σ_Δ = 0; C_0 = 0). Все вычисления были выполнены в системе вычислений MathCAD. По зависимостям, аналогичным (12)-(14) без учета ПИ построим плотность вероятности f(m, s) оценок МО и СКО характеристики *X*, см. рис. 2 и 3.

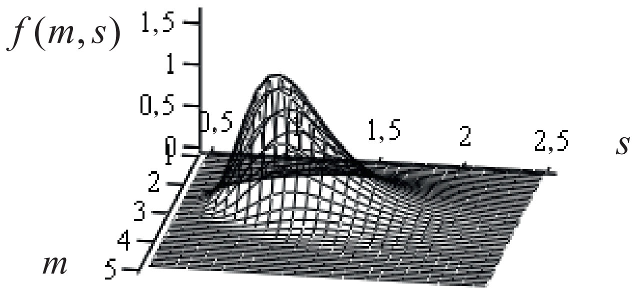

Рис. 2. Общий вид плотности вероятности $f(m, s)$

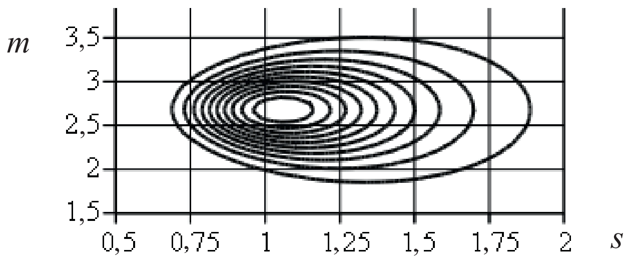

Рис. 3. Карта уровней плотности вероятности $f(m, s)$

На основе плотности $f(m, s)$ построим автономные плотности вероятности оценок МО и СКО по зависимостям (18) и (19) при отсутствии погрешностей измерений. Эти плотности показаны на рис. 4 и 5.

Из рис. 4 и 5 видно, что плотность вероятности оценок МО симметрична, а оценок СКО имеет удлиненный «хвост» при повышенных значениях оценок.

На основе построенных автономных плотностей вероятности можно определить точечные и интерваль-

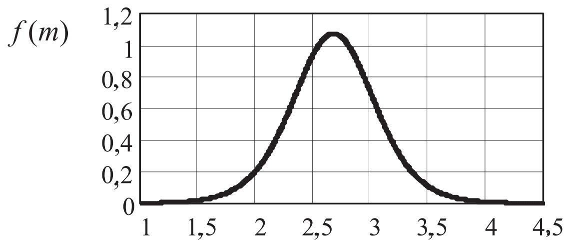

Рис. 4. Плотность вероятности оценок МО

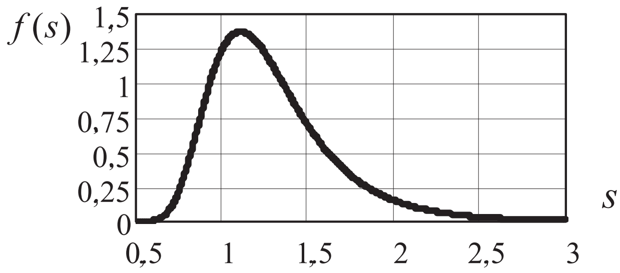

Рис. 5. Плотность вероятности оценок СКО

ные оценки МО и СКО СХ по зависимостям (22)–(25). В результате вычислений при доверительной вероятности $\gamma = 0,9$ и вероятностях $\gamma_{\text{н}} = \gamma_{\text{в}} = 0,95$ получаются следующие реализации оценок и их СКО:

$$\hat{M} = 2,680;\quad \sigma_{\hat{M}} = 0,424;\quad \hat{\sigma} = 1,294;\quad \sigma_{\hat{\sigma}} = 0,359; \tag{26}$$

$$\hat{M}_{\text{Н}} = 2,00;\quad \hat{M}_{\text{В}} = 3,37;\quad \hat{\sigma}_{\text{Н}} = 0,84;\quad \hat{\sigma}_{\text{В}} = 1,99. \tag{27}$$

5.3. Построение плотностей вероятности оценок неизвестных параметров по полученной выборке

Для оценивания неизвестных параметров по данным, искаженным погрешностями измерений, построим плотности распределения оценок неизвестных параметров распределений СХ и ПИ. На основе выборки $\{z_i\}$ и априорных данных о ПИ, приведенных в п. 5.1, по зависимостям (8)–(14) получаются плотности вероятности оценок параметров *f*(*m, s, δ, c*). На основе этой плотности по зависимостям (15)–(17) вычисляются плотности вероятности оценок некоторых пар параметров распределения, приведенные на рис. 6 – 11.

Сравнение рис. 6 и 7 с плотностями вероятности оценок параметров распределения СХ, полученных

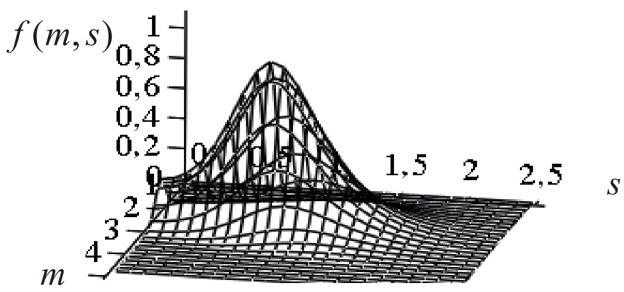

Рис. 6. Общий вид плотности вероятности *f*(*m, s*)

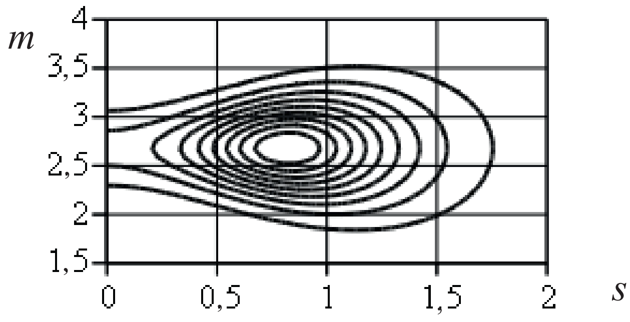

Рис. 7. Карта уровней плотности вероятности *f*(*m, s*)

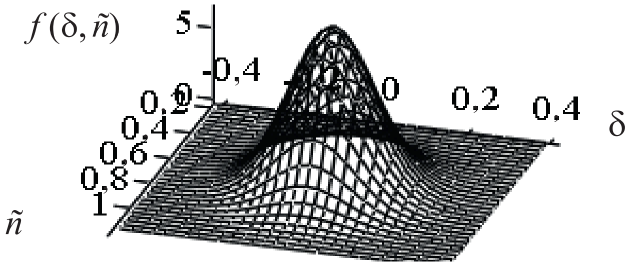

Рис. 8. Общий вид плотности вероятности *f*(*δ, c*)

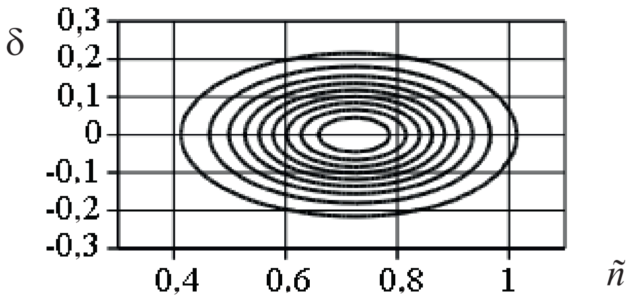

Рис. 9. Карта уровней плотности вероятности *f*(*δ, c*)

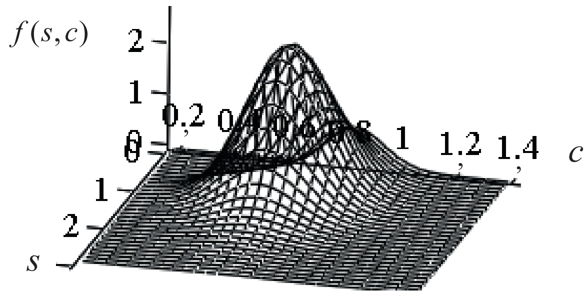

Рис. 10. Общий вид плотности вероятности *f*(*s, c*)

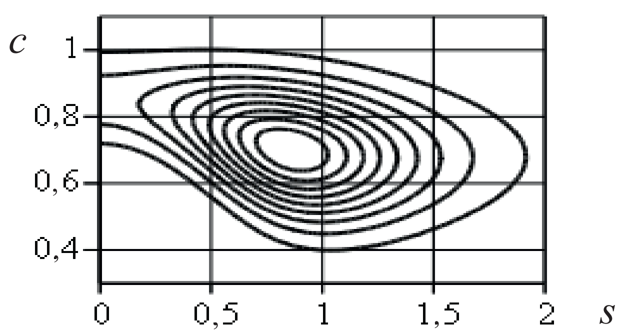

Рис. 11. Карта уровней плотности вероятности *f*(*s, c*)

по выборке при отсутствии ПИ и приведенных на рис. 2 и 3, показывает, что при наличии ПИ плотности вероятности оценок МО и СКО СХ заметно изменяются. Рис. 10 и 11 свидетельствуют, что между оценками СКО СХ и ПИ имеется слабая отрицательная корреляция: с увеличением СКО ПИ *c* СКО СХ *s* несколько снижается. Оценки параметров распределения СХ (рис. 6 и 7) и ПИ (рис. 8 и 9) некоррелированы.

5.4. Построение автономных плотностей вероятности оценок неизвестных параметров

На основе плотностей вероятности, построенных в п. 5.3, можно построить автономные плотности вероятности оценок неизвестных параметров распределений СХ и ПИ. Плотности, определенные по зависимостям (18)–(21), показаны на рис. 12-15.

Сравнение рис. 14 и 15 с рис. 1 показывает, что плотности вероятности оценок параметров распределения ПИ практически не изменяются по сравнению с априорными данными. Практически не изменяется и плотность вероятности оценок МО СХ по сравнению с вариантом без ПИ, см. рис. 12 и 4. В то же время плотность вероятности оценок СКО СХ изменяется заметно, см. рис. 5 и 13.

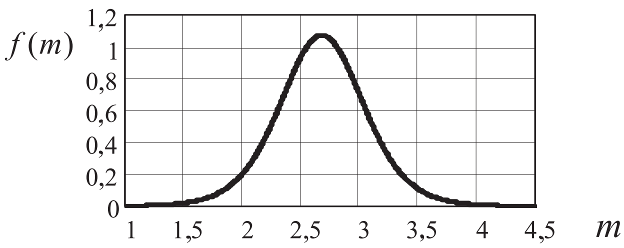

Рис. 12. Плотность вероятности оценок МО СХ

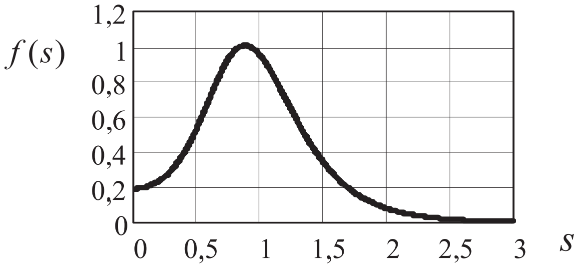

Рис. 13. Плотность вероятности оценок СКО СХ

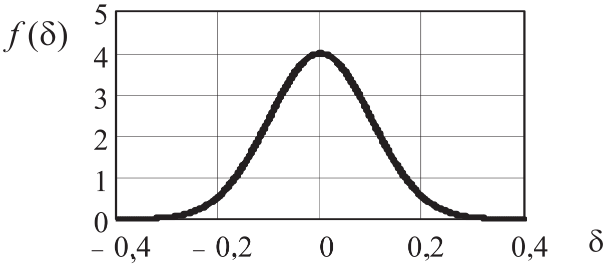

Рис. 14. Плотность вероятности оценок систематической составляющей погрешностей измерений

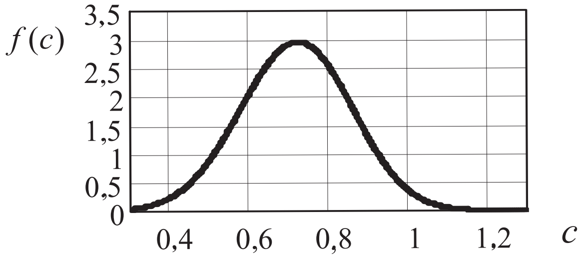

Рис. 15. Плотность вероятности оценок СКО погрешностей измерений

5.5. Определение точечных и интервальных оценок неизвестных параметров

Точечные и интервальные оценки неизвестных параметров распределения СХ и ПИ определяются по зависимостям (22) и (23). В результате вычислений на основе плотностей вероятности, показанных на рис. 12– 15, получаются следующие реализации точечных оценок неизвестных параметров и их СКО:

$$\hat{M} = 2,680; \quad \sigma_{\hat{M}} = 0,421; \qquad \hat{\sigma} = 0,964; \quad \sigma_{\hat{\sigma}} = 0,461; \tag{28}$$

$$\hat{\Delta} = 0,100; \quad \sigma_{\hat{\Delta}} = 0,099; \qquad \hat{C} = 0,716; \quad \sigma_{\hat{C}} = 0,140. \tag{29}$$

Полученные точечные оценки параметров распределения ПИ практически не уточняются по сравнению с приближенными априорными значениями, приведенными в п. 5.1. Оценка МО СХ (28) по выборке, искаженной ПИ, также практически не отличается от оценки (26) без ПИ. Это объясняется тем, что в примере погрешности измерений предполагаются несмещенными. В то же время оценка СКО СХ в случае наличия ПИ заметно снижается, см. (26) и (28).

Интервальные оценки параметров распределения СХ определяются по зависимостям (24), (25) на основе автономных плотностей вероятности оценок, показанных на рис. 12 и 13. В результате вычислений при доверительной вероятности γ= 0,90 и вероятностях $\gamma_н$=$\gamma_в$= 0,95 получаются следующие реализации оценок границ доверительных интервалов для МО и СКО СХ ТС:

$$\hat{M}_{Н} = 2,00; \; \hat{M}_{В} = 3,36; \qquad \hat{\sigma}_{Н} = 0,25; \; \hat{\sigma}_{В} = 1,78. \tag{30}$$

Сравнивая оценки (27) и (29), находим, что по сравнению с вариантом точных измерений интервальная оценка МО СХ практически не изменилась, а интервальная оценка СКО СХ сместилась в меньшую сторону.

Невысокая точность полученных оценок объясняется малым объемом выборки (всего 10 значений). Для повышения точности необходимо увеличивать число наблюдений.

5.6. Анализ влияния погрешностей измерений на оценки параметров распределения случайных характеристик ТС

Проведем исследования зависимостей оценок МО и СКО СХ ТС от априорных данных о ПИ. При этом в качестве базового варианта исходных данных о ПИ примем априорные значения параметров, приведенные в п. 5.1. Результаты проведенных вычислений показали, что при невысоком уровне ПИ по сравнению с диапазоном отклонений СХ оценки параметров распределения ПИ практически не уточняются по сравнению с априорными данными. Однако они существенно влияют на оценки параметров распределения СХ. Представим результаты исследований такого влияния по отношению к варианту без ПИ, при котором СКО оценок МО и оценок СКО СХ (26) обозначим в виде $\sigma_{\bar{M}\text{т}}$ и $\sigma_{\text{т}}$.

Результаты проведенных вычислений показали, что систематическая составляющая ПИ влияет только на оценку МО СХ. При увеличении относительной систематической составляющей погрешностей $\Delta_0/\sigma_{\bar{M}\text{т}}$ от нуля

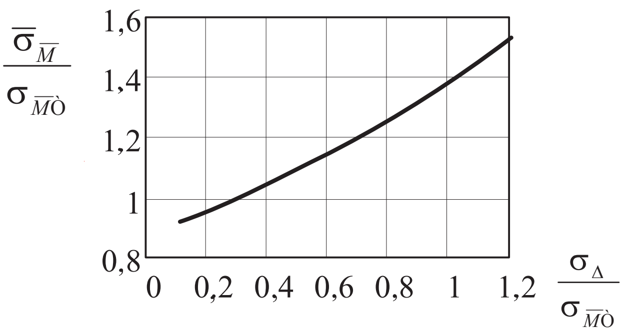

Рис. 16. Зависимость СКО оценки МО от СКО систематической составляющей ПИ σ_{Δ}

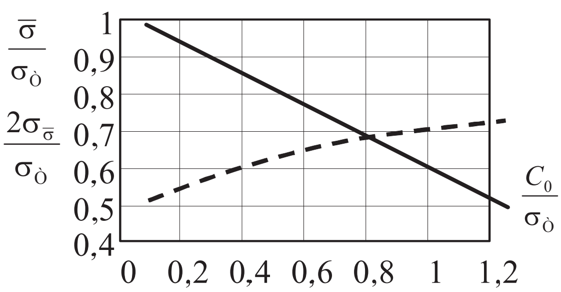

Рис. 17. Зависимости оценки СКО СХ (сплошная линия) и ее СКО (пунктирная линия) от СКО случайной составляющей ПИ C_0

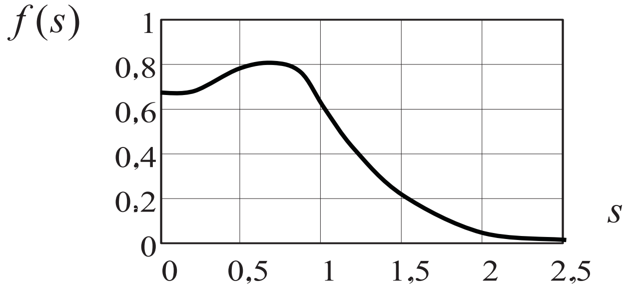

Рис. 18. Плотность вероятности оценок СКО СХ при $C_0/\sigma_{\text{т}}$=0,8

до единицы СКО оценки МО СХ не изменяется, а оценка МО СХ снижается на величину Δ_0, так что сумма $\bar{M}+\Delta_0$ остается постоянной. При росте СКО систематической составляющей ПИ σ_{Δ} оценка МО СХ не изменяется, а СКО оценки МО возрастает, см. рис. 16. Случайная составляющая ПИ C_0 влияет только на оценку СКО СХ. При возрастании СКО C_0 оценка СКО СХ снижается, а ее СКО возрастает, см. рис 17.

СКО случайной составляющей ПИ C_0 влияет также на плотность вероятности оценок СКО СХ. На рис. 18 показана плотность вероятности оценок СКО СХ при $C_0/\sigma_{\text{т}}$= 0,8. Сравнение с рис. 13, где плотность вероятности соответствует уровню $C_0/\sigma_{\text{т}}\approx$ 0,5, свидетельствует, что с ростом СКО случайной составляющей ПИ плотность вероятности оценок СКО СХ смещается влево и группируется около низких оценок СКО.

СКО случайной составляющей ПИ слабо влияет на оценки МО и СКО СХ. При возрастании относительного СКО случайной составляющей ПИ $\sigma_{\text{с}}/C_0$ от 0,1 до 0,3 (в 3 раза) оценка МО СХ не изменяется, оценка СКО СХ снижается всего на 3%, а ее СКО возрастает на 7%.

Таким образом, на оценки параметров распределения СХ ТС, получаемые по выборке, искаженной погрешностями измерений, оказывают значительное влияние систематические составляющие и средний уровень случайных составляющих погрешностей измерений. Поэтому для повышения точности оценивания параметров распределения СХ ТС необходимо снижать погрешности измерений.

Выводы

В результате проведенных исследований получены следующие основные результаты.

Обоснован метод оценивания параметров нормального распределения случайных характеристик технических систем на основе выборки, искаженной погрешностями измерений. Метод основан на использовании ограниченных априорных данных о параметрах распределения погрешностей измерений в виде приближенных значений систематических и случайных составляющих погрешностей и СКО возможных отклонений этих составляющих от априорных значений.

Разработанный метод позволяет построить плотности вероятности оценок неизвестных параметров и на их основе оценить как точечные, так и интервальные оценки параметров распределения случайных характеристик ТС.

Работоспособность метода продемонстрирована на примере. В результате исследований метода показано, что оценки параметров распределения случайных характеристик ТС в значительной степени зависят от априорных данных о погрешностях измерений.

Изложенный метод может использоваться для оценивания случайных параметров функционирования ТС, в том числе параметров траектории ЛА, включая показатели точности наведения и попаданий в цель, параметров выведения КА, для оценивания параметрической надежности ТС и решения других статистических задач по выборке, искаженной погрешностями измерений.

Литература

1. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / под ред. Ю. В. Прохорова. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2003. – 912 с.

2. Волков Л. И., Лукин В. Л., Сухорученков Б. И. Методы статистического контроля надежности технических систем. – Юбилейный: ЗАО «ПСТМ», 2008. – 332 с.

3. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений.– М.: Физматгиз, 1962. –352 с.

4. Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002– 496 с.

5. Сухорученков Б. И. Методы оценивания показателей безотказности по ограниченной выборке. Российская инженерная академия // Сборник трудов.– СИП РИА. 2006. Вып. 14. – С. 101–123.

Материал поступил в редакцию 29. 06. 2010 г.