УДК 623.764 (7.3)

© Цыплаков Ю.В., Ульянов С.В., Арцивенко В.В.
Tsyplakov Y., Ulyanov S., Artsivenko V.

ОДНА РАЗНОВИДНОСТЬ ПРИНЦИПА МАКСИМУМА ПРАВДОПОДОБИЯ В ЗАДАЧАХ БЕЗОПАСНОСТИ РАКЕТНЫХ КОМПЛЕКСОВ И ДРУГИХ ПРИКЛАДНЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ЗАДАЧАХ

ONE VARIETY PRINCIPLE MAXIMUM LIKELIHOOD IN TASKS SECURITY DEFENCE SYSTEMS AND OTHER APPLICATIONS PROBABILISTIC PROBLEMS

Аннотация. *В статье предложена разновидность принципа максимума правдоподобия, отличающаяся от последнего тем, что она имеет дело с распределениями, полученными из некоторых теоретических распределений путем их усечения при неизменных генеральных совокупностях. Введено понятие правдоподобия усеченного распределения усекаемому. Показано, что если соблюдаются биномиальные условия, закон распределения числа подряд успешных испытаний ракетного комплекса, когда количество испытаний ограничено, как это всегда бывает на практике, можно получить из распределения, соответствующего неограниченному числу испытаний, в результате усечения, использующего данный подход. Этот же подход рекомендован для усечения других распределений, если именно он требуется по смыслу решаемой задачи.*

Annotation. *This paper introduces a kind of principle of maximum likelihood, differs in that it deals with the distribution obtained from some theoretical distributions by their truncation at constant general populations. The concept of a likelihood of a truncated distribution is truncated. It is shown that, if complied with the binomial terms, the distribution of the number of consecutive successful test missile system, when the number of tests is limited, as it always happens in practice, can be obtained from the distribution corresponding to an unlimited number of tests, resulting in truncation of using this approach. The same approach is recommended for the truncation of other distributions, if he is required within the meaning of the problem being solved.*

Ключевые слова. *Разновидность, принцип максимума правдоподобия, безопасность, ракетный комплекс, прикладная вероятностная задача.*

Key words. *Variety, principle of maximum likelihood, security, missile systems, applied probabilistic problems.*

Классический принцип максимального правдоподобия наряду с принципом минимальной дисперсии [1, 2] является мощным инструментом статистического оценивания математических ожиданий, дисперсий и других интересующих параметров законов распределения случайных величин. Рассматриваемая разновидность преследует другую цель – получить в результате усечения заданного распределения (усекаемого распределения) усеченное распределение, максимально правдоподобного усекаемому распределению при сохранении неизменной генеральной совокупности. Эта задача особенно актуальна, когда у усекаемого распределения имеются так называемые бесконечные хвосты.

Введем понятие правдоподобия усеченного распределения усекаемому как некую количественную меру их близости. Если удастся определить это понятие, то дальше все должно бы пойти по накатанным рельсам: строится функционал правдоподобия и находится его максимум. Но мы предпочтем другой путь. Воспользуемся тем, что для технической системы, например для ракет-

Цыплаков Юрий Васильевич – доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник; 4 ЦНИИ Минобороны РФ;
Ульянов Сергей Владимирович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заместитель начальника управления; 4 ЦНИИ Минобороны РФ;
Арцивенко Валерий Владимирович – начальник лаборатории;4 ЦНИИ Минобороны РФ, тел. 8-903-117-22-58.

Tsyplakov Yuri – doctor of technical sciences, professor, senior researcher, 4 CRI for the Defense Ministry RF;
Ulyanov Sergey – candidate of technical sciences, senior researcher, deputy head, 4 CRI for the Defense Ministry RF;
Artsivenko Valery – head of Laboratory, 4 CRI for the Defense Ministry RF, tel. 8-903-117-22-58.

ного комплекса, если выполняются биномиальные условия (т.е. испытания системы – независимые случайные события, и испытания проводятся в одинаковых условиях), получен закон распределения случайного числа Z подряд успешных испытаний, начиная с первого, при неограниченном количестве испытаний [4], имеющий бесконечный ряд распределения.

i	0	1	2	3	...
p_i	p_0	p_1	p_2	p_3	...

Здесь p_0 – вероятность безуспешности одного отдельно взятого испытания; а значения p_i для $i > 0$ определяются по формуле $p_i = p_0(1-p_0)^i$.

Произведем усечение справа распределения Z, использовав рассматриваемую разновидность принципа максимума правдоподобия и ограничив количество испытаний числом n. При таком усечении из таблицы как бы убираются пары величин i, p_i, для которых $i > n$. Введенное понятие правдоподобия усеченного распределения усекаемому позволяет и без его определения утверждать, что соответствующий функционал правдоподобия обращается в максимум в стационарной точке, координаты p_i которой из оставшихся в таблице после усечения пар не меняются, кроме одной последней p_n, которая равна

$$p_n = \sum_{i=n}^{\infty} p_0(1-p_0)^i . \qquad (1)$$

Правильность полученных таким образом результатов подтверждается работами [3, 4]. В первой из них показано, что сумма (1) в точности равна условной вероятности успешности испытаний после завершения n-го испытания при условии, что все n испытаний – успешные. Другая осуществляет переход от распределения Z к распределению $Z^{(n)}$, отличающегося от Z тем, что число испытаний ограничено и равно n, на основе игровой интерпретации.

При применении принципа максимума правдоподобия усеченного распределения усекаемому для усечения справа непрерывного распределения, у которого b является внутренней точкой области определения плотности $f(z)$ усекаемого распределения, сумма (1) трансформируется в интеграл по всем точкам $z > b$, если $f(z) > 0$

$$p_b = \int_b^{\infty} f(\xi) d\xi . \qquad (2)$$

В данном случае будет иметь место *смешанное дискретно-непрерывное распределение*: на интервале от $-\infty$ до b оно повторяет плотность $f(z)$, в точке $z = b$ выражается конечной вероятностью p_b, а на интервале от b до ∞ его плотность равна нулю.

Если наряду с усечением по b справа производится усечение по a слева (a и b принадлежат области определения $f(z)$, $a < b$), то картина для смешанного распределения выглядит так: оно на интервале от $-\infty$ до a и от b до ∞ имеет плотность, равную нулю; на интервале от a до b повторяет плотность $f(z)$; точке $z = a_0$ соответствует вероятность p_a, равная

$$p_a = \int_{-\infty}^{a} f(\xi) d\xi , \qquad (3)$$

а точке $z = b$ – вероятность p_b, определенная формулой (2).

Двухстороннее усечение дискретной случайной величины не влечет за собой изменения типа распределения – усеченное распределение при максимуме правдоподобия усеченного распределения усекаемому остается дискретным.

Литература

1. Кендалл М., Стьюарт А. Теория распределений. – М.: «Наука», 1966.

2. Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. – М.: «Наука», 1973.

3. Волков Л.И. Управление эксплуатацией летательных комплексов. – М.: «Высшая школа», 2002.

4. Цыплаков Ю.В. Распределение числа подряд успешных испытаний технических систем и их элементов. // Двойные технологии. – 2002. – № 1.

Материал поступил в редакцию 26. 06. 2010 г.