

УДК 004.942

© Огородникова О.М., Максимова Е.В., Показанев М.В.  
Ogorodnikova O., Maksimova E., Pokazanev M.

## КОМПЬЮТЕРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАГРУЖЕННОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ КОНСТРУКЦИИ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СТРУКТУРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК В ОПОРНОЙ ДЕТАЛИ

### COMPUTER SIMULATION OF LOADED AXISYMMETRIC ASSEMBLY SUBJECTED TO INHOMOGENEOUS DISTRIBUTION OF STRUCTURAL PROPERTIES IN BEARING PART

**Аннотация.** Компьютерному исследованию подвергнуто соединение керамической оболочки вращения с металлическим опорным кольцом. Создана и верифицирована аналитическими расчетами трехмерная вычислительная модель в среде ANSYS. Составлена программа на языке ANSYS APDL, позволяющая анализировать влияние различных параметров на прочность и жесткость осесимметричных деталей в сборке. Показано, что неоднородное распределение модуля нормальной упругости в опорной детали несущественно изменяет характеристики прочности и жесткости контактирующей керамической детали при силовом нагружении.

**Annotation.** In this paper, methods of computer simulation were used to investigate the behavior of ceramic rotational shell connected with metallic bearing ring. 3-D computational model was created in ANSYS software and verified by analytical calculations. The model is coded in ANSYS in-core language APDL, so it's possible with these codes to analyze the effect of different parameters on toughness of axisymmetric parts in assembly. It is shown that the inhomogeneous distribution of the Young module in bearing part changes insignificantly the toughness characteristics of ceramic part in contact under force loading.

**Ключевые слова.** Инвар, структурная неоднородность, керамика, осесимметричная сборка, напряженно-деформированное состояние.

**Key words.** Invar, structural inhomogeneity, ceramics, axisymmetric assembly, stress-strain state.

#### Введение

Применяемые методы математического моделирования нагруженных конструкций базируются на уравнениях механики сплошных сред и предполагают однородное распределение механических свойств в макрообъеме конструкционного материала [1]. Такой подход позволяет снизить пространственную размерность математической модели при оценке напряженно-деформированных состояний осесимметричных конструкций [2], но не учитывает технологические особенности изготовления деталей. Вместе с тем, в силу производственных ограничений конструкционные сплавы в той или иной степени неоднородны по ряду структурных характеристик, а именно: размер и форма кристаллитов, плотность межзе-

ренных границ, микропористость, ликвация компонентов сплава [3].

Структурная неоднородность определяет неравномерное распределение механических свойств в деталях, полученных с применением различных технологий, включая литейные [4]. Вопрос о том, способна ли неоднородность физико-механических характеристик технологического происхождения повлиять на конструкционную прочность деталей и сборок, остается открытым и вызывает ожесточенные споры между технологами и конструкторами при выяснении причин поломок и аварийных ситуаций. Актуальность поставленного вопроса возрастает, когда в проверенную временем, надежную конструкцию вносятся изменения в связи с повыше-

---

Огородникова Ольга Михайловна – кандидат физико-математических наук, доцент, руководитель Техноцентра компьютерного инжиниринга, Уральский федеральный университет, тел. +7(343)375-94-03;  
Максимова Елена Владиславовна – инженер, ОКБ «Новатор»;  
Показанев Максим Валерьевич – студент, Уральский федеральный университет.

Ogorodnikova Olga – the candidate of physical and mathematical sciences, professor, head of the Techno center computer engineering, Ural Federal University, tel. +7 (343) 375-94-03;  
Maksimova Elena – engineer, bureau "Innovator";  
Pokazanev Maxim – the student, the Ural Federal University.

нием требований и ужесточением условий эксплуатации изделия [5].

Решению вопроса о влиянии неоднородного распределения структурных характеристик могут способствовать современные средства проектирования, которые содержат развитые инструменты Computer Aided Engineering (CAE) и позволяют проводить компьютерное исследование [6] различных аспектов проектируемых изделий.

### Вычислительная модель

В данной работе компьютерному исследованию подвергнуто соединение оболочки вращения, выполненной из керамики или стекла, с металлическим опорным кольцом. Такого рода соединения встречаются, например, в лампах накаливания и требуют от металла низких значений температурного коэффициента линейного расширения (ТКЛР). Опорная металлическая деталь обязана обеспечить малое контактное давление на хрупкую функциональную оболочку и изготавливается из инварных сплавов. При изготовлении опорных деталей предпочтение отдается литейным инварам, поскольку в них ожидается изотропия механических макросвойств. Помимо структурной неоднородности, в литейных железо-никелевых инварах наблюдается также ликвация компонентов сплава, которая способна смещать эффективное значение ТКЛР из минимума [7,8] и влиять на величину модуля нормальной упругости.

Для компьютерного анализа прочности в условиях неоднородного распределения механических свойств выбрана осесимметричная конструкция с опорной деталью, изготовленной из железо-никелевого инвара методом центробежного литья. В обычном конструкторском расчете свойства литейных сплавов задаются константами, а напряженно-деформированное состояние осесимметричной конструкции анализируется в сечении. В данной работе расчет напряжений и деформаций проведен на параметрических 3D-моделях методом конечных элементов. Геометрическая модель составлена из соосных цилиндров, соединенных по контактной поверхности с помощью булевых операций объединения. Такой подход к определению контакта керамики с металлом позволяет учесть в модели клеевое соединение деталей.

Конечно-элементная сетка анализируемой конструкции сгенерирована из трехмерных твердотельных конечных элементов с квадратичной функцией формы. Объемная сетка создана вращением группы плоских элементов в сечении, что обеспечивает высокий уровень геометрической регулярности и симметрии (рис.1) вычис-

лительной модели. По ширине цилиндрических оболочек задано не менее двух слоев конечных элементов. Нагрузкой является давление, равномерно распределенное по внутренней поверхности инварного кольца. Ограничение степеней свободы задано на удаленной торцевой поверхности вспомогательной детали, которой запрещено перемещение вдоль оси симметрии.

Составлена программа на языке ANSYS APDL, ко-

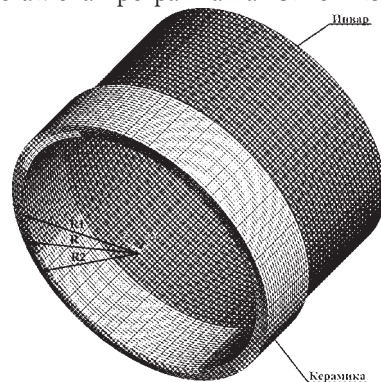


Рис. 1. Конечно-элементная модель

торая позволяет варьировать геометрические размеры модели, материалы деталей сборки, разброс механических свойств в макрообъеме, величину нагрузки.

Разброс механических свойств инварного сплава в кольце рассмотрен относительно исходного варианта, предполагающего однородность и изотропность материалов. В исходном варианте приняты механические свойства: для керамики – модуль нормальной упругости  $E=0,6$  ГПа, коэффициент поперечного сжатия 0,2, предел прочности 50 МПа; для инвара – модуль нормальной упругости  $E=140$  ГПа, коэффициент поперечного сжатия 0,3. Разрушение инварных деталей при исследуемом уровне силового нагружения не ожидается и их напряженно-деформированное состояние не анализируется. Давление на внутреннюю цилиндрическую стенку инварного кольца задано равным пределу прочности керамики 50 МПа.

### Верификация вычислительной модели

С целью верификации вычислительной модели проведено сравнение результатов аналитического и конечно-элементного расчета для толстостенных цилиндров с внутренним диаметром инварного цилиндра 200 мм и толщиной стенок цилиндров 10 мм при условии однородного распределения механических свойств в объеме. Решаемая задача относится к классу статически неопределимых и требует добавления к уравнениям равновесия условий совместимости деформаций. Все формулы для вычисления напряжений и деформаций приведены далее в цилиндрической системе координат  $(r, \theta, z)$ .

Относительная радиальная деформация  $\varepsilon_r = du/dr$ , где  $u$  – радиальное перемещение точки с радиальной координатой  $r$ .

Относительная окружная деформация  $\varepsilon_\theta = u/r$ .

Радиальное напряжение

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} \right),$$

где  $E$  – модуль нормальной упругости;

$\nu$  – коэффициент поперечного сжатия.

Окружное напряжение

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} \right).$$

Радиальное перемещение точки подчиняется дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0. \quad (1)$$

Решением данного уравнения является закон радиального перемещения точки в зависимости от радиальной координаты

$$u = Ar + \frac{B}{r}. \quad (2)$$

Соответственно, радиальные и окружные напряжения для инварного и керамического цилиндров можно вычислить по формулам

$$\sigma_{r\ inv} = \frac{E_{inv}}{1-\nu_{inv}^2} \left( A_{inv}(1+\nu_{inv}) - \frac{B_{inv}}{r^2}(1-\nu_{inv}) \right);$$

$$\sigma_{\theta\ inv} = \frac{E_{inv}}{1-\nu_{inv}^2} \left( A_{inv}(1+\nu_{inv}) + \frac{B_{inv}}{r^2}(1-\nu_{inv}) \right);$$

$$\sigma_{r\ cer} = \frac{E_{cer}}{1-\nu_{cer}^2} \left( A_{cer}(1+\nu_{cer}) - \frac{B_{cer}}{r^2}(1-\nu_{cer}) \right); \quad (3)$$

$$\sigma_{\theta\ cer} = \frac{E_{cer}}{1-\nu_{cer}^2} \left( A_{cer}(1+\nu_{cer}) + \frac{B_{cer}}{r^2}(1-\nu_{cer}) \right).$$

Коэффициенты  $A_{inv}, B_{inv}, A_{cer}, B_{cer}$  можно получить из следующих граничных условий.

На внутренней поверхности инварного цилиндра радиуса  $R_1$  действует давление  $q$

$$-q = \frac{E_{inv}}{1-\nu_{inv}^2} \left( A_{inv}(1+\nu_{inv}) - \frac{B_{inv}}{R_1^2}(1-\nu_{inv}) \right). \quad (4)$$

Условие совместной деформации на контактной поверхности радиуса  $R$

$$A_{inv} + \frac{B_{inv}}{R^2} = A_{cer} + \frac{B_{cer}}{R^2}. \quad (5)$$

Радиальное напряжение на контактной поверхности

$$\begin{aligned} & \frac{E_{inv}}{1-\nu_{inv}^2} \left( A_{inv}(1+\nu_{inv}) - \frac{B_{inv}}{R^2}(1-\nu_{inv}) \right) = \\ & = \frac{E_{cer}}{1-\nu_{cer}^2} \left( A_{cer}(1+\nu_{cer}) - \frac{B_{cer}}{R^2}(1-\nu_{cer}) \right). \quad (6) \end{aligned}$$

Напряжение на внешней поверхности керамического цилиндра радиуса  $R_2$

$$\frac{E_{cer}}{1-\nu_{cer}^2} \left( A_{cer}(1+\nu_{cer}) - \frac{B_{cer}}{R_2^2}(1-\nu_{cer}) \right) = 0. \quad (7)$$

Решением системы четырех уравнений (4)–(7) получены коэффициенты для выражений (3)

$$\begin{aligned} A_{inv} &= qR_1^2 \frac{D}{C}; \\ A_{cer} &= \frac{2q}{C} \frac{R_1^2 R^2}{1-\nu_{inv}}; \end{aligned} \quad (8)$$

$$B_{inv} = qR_1^4 \frac{1+\nu_{inv}}{1-\nu_{inv}} \frac{D}{C} + qR_1^2 \frac{1+\nu_{inv}}{E_{inv}};$$

$$B_{cer} = \frac{2q}{C} \frac{R_1^2 R^2 R_2^2}{1-\nu_{inv}} \frac{1+\nu_{cer}}{1-\nu_{cer}};$$

где 
$$C = (R^2 - R_1^2)(R^2 + R_2^2 \frac{1+\nu_{cer}}{1-\nu_{cer}}) \frac{E_{inv}}{1-\nu_{inv}} + (R_2^2 - R^2)(R^2 + R_1^2 \frac{1+\nu_{inv}}{1-\nu_{inv}}) \frac{E_{cer}}{1-\nu_{cer}};$$

$$D = R^2 + R_2^2 \frac{1+\nu_{cer}}{1-\nu_{cer}} - \frac{1+\nu_{inv}}{1-\nu_{cer}} \frac{E_{cer}}{E_{inv}} (R_2^2 - R^2).$$

Результаты расчета радиального напряжения в сечении инварного кольца и керамической оболочки плоскостью симметрии, полученные аналитически и на конечно-элементной сетке в ANSYS, совпадают и представлены графиками на рис. 2.

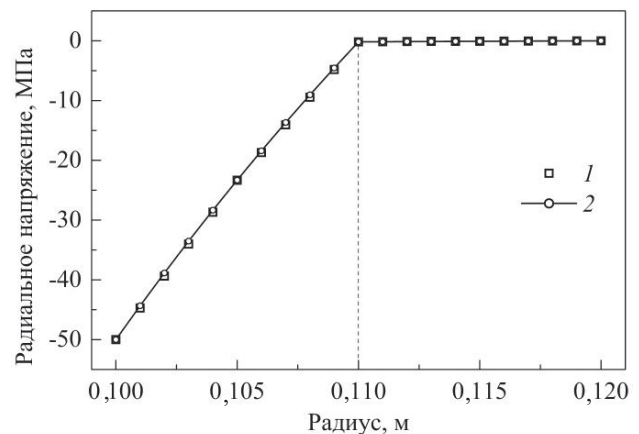


Рис. 2. Расчетное распределение радиального напряжения  $\sigma_r$  в сечении инварного и керамического цилиндров, полученное на конечно-элементной сетке в ANSYS (1) и аналитически (2)

**Результаты компьютерного исследования**

По верифицированной вычислительной модели проведено компьютерное исследование соединения инварного цилиндра и керамического в предположении неравномерного распределения модуля Юнга в инварном цилиндре.

При комнатной температуре под действием механических напряжений для керамических изделий характерно хрупкое разрушение, наступающее после незначительной упругой деформации. Для оценки прочностных свойств керамических материалов используются величины предела прочности при сжатии и изгибе. Прочность конструкционной керамики чаще оценивается пределом прочности при изгибе.

В данной работе характеристиками напряженно-деформированного состояния для керамического ци-

линдра выбраны радиальное  $\sigma_{r\ cer}$  и тангенциальное  $\sigma_{\theta\ cer}$  напряжения в цилиндрической системе координат и максимальное радиальное перемещение  $u$  в зоне контакта с инварным кольцом.

Распределение модуля нормальной упругости в интервале значений от 140 до 175 ГПа задано по секторам инварного кольца случайным образом. Результат конечно-элементного расчета жесткости керамической детали (в предположении неоднородного распределения свойств в инварных деталях) представлен на рис.3

Анализ расчетных результатов показывает, что неоднородное распределение модуля нормальной упругости в инварном кольце мало влияет на максимальные напряжения и перемещения керамической оболочки для применяемой схемы нагружения.

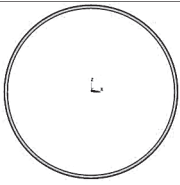
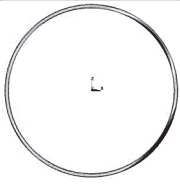
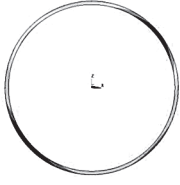
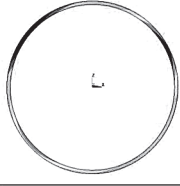
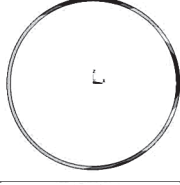
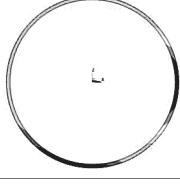
E=140 ГПа		max(u)=0,728 мм	max( $\sigma_{\theta}$ )=4,03 МПа
E=140-147 ГПа		max(u)=0,725 мм	max( $\sigma_{\theta}$ )=4,04 МПа
E=140-154 ГПа		max(u)=0,721 мм	max( $\sigma_{\theta}$ )=4,05 МПа
E=140-161 ГПа		max(u)=0,702 мм	max( $\sigma_{\theta}$ )=4,05 МПа
E=140-168 ГПа		max(u)=0,728 мм	max( $\sigma_{\theta}$ )=4,06 МПа
E=140-175 ГПа		max(u)=0,725 мм	max( $\sigma_{\theta}$ )=4,06 МПа

Рис. 3. Распределение радиального перемещения  $u$  в сечении керамического кольца при различных вариантах распределения модуля Юнга  $E$  и максимальное окружное напряжение  $\sigma_{\theta}$

### Программный код ANSYS APDL

Программный код для решения представленной задачи состоит из нескольких модулей: введение параметров, задание свойств, построение конечно-элементной сетки, нагружение, вычисление, визуализация расчетных данных. Учитывая возрастающий интерес к компьютерному инженерному анализу, приводим коды ANSYS APDL для решения представленной задачи с комментариями. Программа может быть загружена в командную строку классического интерфейса ANSYS Mechanical версии 14. Для младших версий следует заменить порядковый номер конечных элементов в соответствии с текущей номенклатурой библиотеки, а именно вместо SOLID186 заявить SOLID95. Программа позволяет вместо прямоугольных сечений построить произвольные по геометрии сечения осесимметричных деталей в сборке.

\*AFUN,DEG !\* Пространственные углы исчислять в градусах  
 \*SET,e2,140e9 !\* Задать параметрами вариативность модуля Юнга (Па)  
 \*SET,e3,140e9  
 \*SET,e4,140e9  
 \*SET,e5,140e9  
 \*SET,e6,140e9  
 \*SET,e7,140e9  
 \*SET,e8,140e9  
 \*SET,e9,140e9  
 \*SET,rin,0.1 !\* Задать параметрами линейные размеры геометрии  
 \*SET,rkont,0.105 !\* Вводятся радиусы цилиндров – внутреннего, контактного, внешнего (м)  
 \*SET,rout,0.11  
 \*SET,lwork,0.05 !\* Вводится длина цилиндров (м)  
 \*SET,lhide,0.15  
 \*SET,ncerx,4 !\* Задать параметрами дискретность конечно-элементной сетки  
 \*SET,ncery,12 !\* Вводится количество разбиений для линий сечения  
 \*SET,ninvx,2  
 \*SET,ninvy,16  
 \*SET,nobl,8 !\* Вводится количество цилиндрических сегментов  
 \*SET,nrot,12 !\* Вводится количество разбиений для цилиндрического сегмента  
 /PREP7 !\* Войти в препроцессор  
 MP,EX,1,0.6e9 !\* Задать свойства материалов  
 MP,PRXY,1,0.2 !\* Вводятся значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона  
 MP,EX,2,e2 !\* Значения модуля Юнга могут варьироваться для цилиндрических сегментов  
 MP,PRXY,2,0.3 !\* Коэффициент Пуассона задан одинаковым для всех сегментов  
 MP,EX,3,e3  
 MP,PRXY,3,0.3

MP,EX,4,e4  
 MP,PRXY,4,0.3  
 MP,EX,5,e5  
 MP,PRXY,5,0.3  
 MP,EX,6,e6  
 MP,PRXY,6,0.3  
 MP,EX,7,e7  
 MP,PRXY,7,0.3  
 MP,EX,8,e8  
 MP,PRXY,8,0.3  
 MP,EX,9,e9  
 MP,PRXY,9,0.3  
 ET,1,SOLID186 !\* Выбрать объемный твердотельный конечный элемент  
 ET,2,PLANE183 !\* Выбрать плоский твердотельный конечный элемент  
 K,1,0,0,0, !\* Задать ось симметрии двумя точками  
 K,2,0,lwork,0, !\* Построить определяющие точки по координатам  
 RECTNG,rin,rkont,0,lwork, !\* Построить сечение прямоугольниками  
 RECTNG,rkont,rout,0,lwork, !\* В сечении задается 3 прямоугольника  
 RECTNG,rin,rkont,lwork,lhide,  
 AGLUE,all !\* Связать прямоугольники булевыми операциями  
 ASEL,S,LOC,X,rkont,rout !\* Присвоить прямоугольникам номера материалов  
 AATT, 1, , 2, 0,  
 asel,all  
 ASEL,S,LOC,X,rin,rkont  
 AATT, 2, , 2, 0,  
 asel,all  
 LSEL,S,LOC,X,rkont,rout !\* Разметить стороны прямоугольников для генерации сетки  
 LSEL,U,LOC,X,rkont,rkont  
 LSEL,U,LOC,X,rout,rout  
 LESIZE,all, , ,ncerx, , , , ,1  
 ALLSEL,ALL  
 LSEL,S,LOC,y,0,lwork  
 LSEL,U,LOC,Y,0,0  
 LSEL,U,LOC,Y,lwork,lwork  
 LESIZE,all, , ,ncery, , , , ,1  
 ALLSEL,ALL  
 LSEL,S,LOC,X,rin,rkont  
 LSEL,U,LOC,X,rin,rin  
 LSEL,U,LOC,X,rkont,rkont  
 LESIZE,all, , ,ninvx, , , , ,1  
 ALLSEL,ALL  
 LSEL,S,LOC,X,rin,rkont  
 LSEL,R,LOC,Y,lwork,lhide  
 LSEL,U,LOC,Y,lwork,lwork  
 LSEL,U,LOC,Y,lhide,lhide  
 LESIZE,all, , ,ninvy, , , , ,1  
 ALLSEL,ALL  
 MSHAPE,0,2D !\* Сгенерировать плоскую сетку в сечении  
 MSHKEY,1

AMESH,all		ASEL,U,LOC,Z,lhide,lhide	
EXTOPT,ESIZE,nrot,0,	!* Сгенерировать объемную сетку вращением плоской сетки	SFA,all,1,PRES,50000000	
EXTOPT,ACLEAR,1		ALLSEL,ALL	
EXTOPT,ATTR,1,0,0		solve	!* Произвести вычисления
ESYS,0		FINISH	
VROTAT,all,, , , ,1,2,360,nobl,		/POST	!* Войти в постпроцессор
wpro,,-90.000000,	!* Перейти в цилиндрическую систему координат	VSEL,S,MAT,,1	!* Выбрать керамический цилиндр
CSWPLA,11,1,1,1,		VPLOT	
*DO, ii, 1, nobl-1, 1	!* Присвоить сегментам инварного кольца различные свойства	ESLV,R	
VSEL,S,LOC,Z,0,lwork		NSLE,R	
VSEL,R,LOC,X,0,rin		RSYS,11	
VSEL,R,LOC,Y,(ii-1)*360/nobl,ii*360/nobl		AVPRIN,0	
ESLV,R		AVRES,2,	
MPCHG,ii+2,all,		LAYER,0	
ALLSEL,ALL		FORCE,TOTAL	
*ENDDO		SET,FIRST	!* Прочитать расчетные данные
FINISH		PLNSOL, S,X, 0,1.0	!* Построить радиальное напряжение в керамическом цилиндре
/SOL	!* Войти в процессор		
ASEL,S,LOC,Z,lhide,lhide	!* Задать ограничение степеней свободы		
DA,all,ALL,0			
ALLSEL,ALL			
ASEL,S,LOC,X,0,rin	!* Задать давление на внутреннюю поверхность		
ASEL,U,LOC,Z,0,0			
ASEL,U,LOC,Z,lwork,lwork			

**Заключение**

Проведено компьютерное исследование напряженно-деформированного керамической оболочки в нагруженной осесимметричной конструкции с учетом неоднородного распределения структурных характеристик в опорной металлической детали. Показано, что разброс модуля Юнга в пределах 140-175 ГПа в опорной инварной детали практически не влияет на прочность и жесткость контактирующей керамической детали при силовом нагружении.

*Литература*

1. Барвинок В.А., Липовцев Ю.В., Воробьев С.Б., Фокин В.И. Расчет и проектирование клевого соединения тонкостенной керамической оболочки вращения с опорным шпангоутом / Проблемы машиностроения и автоматизации. 2008. № 3. С. 130-135.
2. Райлян В.С., Русин М.Ю., Фокин В.И., Афтаев В.В. Метод оценки тождественности теплового нагружения керамических оболочек типа тел вращения при наземных испытаниях по радиальному перемещению стенки / Авиационная промышленность. 2008. № 1. С. 17-20.
3. Огородникова О.М., Мартыненко С.В. Связанный анализ технологических процессов и нагруженных состояний литой детали / Металлы. 2012. № 5. С. 19.
4. Огородникова О.М. Компьютерная диагностика дефектов и механических напряжений в литых деталях / Дефектоскопия. 2011. № 8. С. 85-94.
5. Огородникова О.М., Рябов Д.Г., Радя В.С. Консолидированный компьютерный анализ технологии изготовления и режимов эксплуатации литой изложницы / Литейное производство. 2013. № 5. С. 21-23.
6. Огородникова О.М. Исследовательская функция программ CAE в сквозных технологиях CAD/CAE/CAM / Вестник машиностроения. 2012. № 1. С. 25-31.
7. Огородникова О.М., Рабинович С.В., Харчук М.Д., Черменский В.И. Влияние ливкации никеля на температурный коэффициент линейного расширения суперинваров / Физика металлов и металловедение. 1993. Т.76, № 4. С.118-122.
8. Огородникова О.М., Черменская Е.В., Рабинович С.В., Грачев С.В. Температурный коэффициент линейного расширения литейных Fe-Ni инваров и Fe-Ni-Co суперинваров / Физика металлов и металловедение. 1999. Т.88, № 4. С.46-50.

Материал поступил в редакцию 19. 10. 2013 г.