

## ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ СПРОСА НА ЗАПАСНЫЕ ЧАСТИ ПО ЧАСТОТЕ В ПРОЦЕССЕ ЭКСПЛУАТАЦИИ РАКЕТНОГО КОМПЛЕКСА

## ESTIMATION OF PROBABILITY OF DEMAND ON AWAITING-PARTS ON FREQUENCY IN THE PROCESS OF EXPLOITATION OF ROCKET COMPLEX

**Аннотация.** В данной статье рассматривается задача оценки вероятности спроса на запасные части по ее частоте в процессе эксплуатации составных частей РК СН с использованием классического в математической статистике приема нуль-гипотезы. Реализация данного подхода позволяет своевременно выявлять значимость расхождений между спросом на ЗИП на различных этапах эксплуатации РК СН и принимать органами военного управления объективные меры по эффективному управлению запасами ЗИП.

**Annotation.** In given article the problem of an estimation of probability of demand for spare parts on its frequency while in service components of rocket complexes of strategic appointment with use classical in the mathematical statistics of reception of a zero-hypothesis is considered. Realization of the given approach allows to reveal in due time the importance of divergences between demand for spare parts at various operation phases of rocket complexes of strategic appointment and to take bodies of military management objective measures on efficient control stocks.

**Ключевые слова.** Запасная часть, частота спроса на ЗИП, ракетное вооружение.

**Key words.** The spare part, frequency of demand for spare parts, rocket arms.

Расходование запасных частей для обеспечения эксплуатации изделий, агрегатов и систем ракетных комплексов стратегического назначения (РК СН) является случайным процессом. Из статистики расходования запасных частей за исследуемые периоды (год, два года и т.д.) видно, что он либо незначительно уменьшается, либо увеличивается. Это как бы свидетельствует об улучшении или, соответственно, снижении эксплуатационной надежности составных частей РК. В условиях длительной эксплуатации РК СН, особенно в послегарантийные продлеваемые сроки эксплуатации, важно, имея статистический материал весьма ограниченного объема (два-три десятка наблюдений, часто даже меньше), не пропустить начало выхода оборудования из строя из-за снижения показателей его надежности, в том числе начала старения составных частей комплекса. Возникает вопрос, является ли значимым расхождение в расходе запасных частей в различные периоды эксплуатации РК, или же его можно объяснить за счет случайных величин? Рассмотрим задачу при достаточно большом количестве изделий  $n$  и решим ее приближенно. Пусть в эксплуата-

ции находится  $n$  однотипных изделий, причем в  $X$  из них событие  $A$  произошло, то есть потребовалась замена отказавшей составной части из ЗИП, а в  $(n - X)$  не произошло. Частота события  $A$  выражается формулой

$$p^* = \frac{X}{n}. \quad (1)$$

Так как спрос на запасные части для изделий РК независим, то случайная величина  $X$  распределена по биномиальному закону с параметрами  $n$  и  $p$ . Известно, что математическое ожидание случайной величины  $X$ , распределенной по биномиальному закону, равно  $n \cdot p$ , где  $n$  – число однотипных изделий в составе позиционного района,  $p$  – вероятность «успеха» (появление события  $A$ ) в каждый исследуемый период эксплуатации, а дисперсия случайной величины  $X$  равна  $n \cdot p \cdot q$ , где  $q = 1 - p$ . Теперь представим случайную величину  $X$  в виде суммы  $n$  случайных величин:

$$X = \sum_{i=1}^n X_i, \quad (2)$$

где  $X_i$  – индикатор события  $A$  в  $i$ -м изделии  $P_i$ ;

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{если в } i\text{-м изделии } A \text{ произошло;} \\ 0, & \text{если в } i\text{-м изделии } A \text{ не произошло,} \end{cases}$$

$$i=1, 2, 3, \dots, n.$$

Из центральной предельной теоремы известно, что при достаточно большом  $n$  сумма  $n$  независимых случайных величин распределена приблизительно нормально. Значит, случайную величину  $X$  можно считать распределенной по нормальному закону с параметрами  $n \cdot p$  и  $\sqrt{npq}$ . Ее линейная функция  $p^*$  имеет также нормальное распределение с параметрами

$$m_{p^*} = M[p^*] = p; \quad (3)$$

$$\sigma_{p^*} = \sqrt{D[p^*]} = \sqrt{\frac{D_x}{n^2}} = \sqrt{\frac{pq}{n}}. \quad (4)$$

Из того, что математическое ожидание частоты  $p^*$  события  $A$  равно  $p$ , что является несмещенной оценкой для  $p$ , следует, что эта оценка является состоятельной.

Чтобы оценить точность приближенного равенства  $p$ , находится вероятность того, что ошибка этого равенства не превысит

$$P\{|p^* - p| < \varepsilon\} = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sqrt{pq}}\right), \quad (5)$$

где  $\Phi(x)$  – функция Лапласа.

В большинстве встречающихся на практике задач оценки статистических данных расходования запасных частей вероятность  $p$  заранее неизвестна.

В этом случае она может быть заменена ее приближенное значение  $p^*$ , а  $q$  заменяется на  $1 - p^*$ . Тогда формула (5) может быть записана в виде

$$P\{|p^* - p| < \varepsilon\} \approx 2\Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sqrt{p^*q^*}}\right). \quad (6)$$

Обычно вероятность события (спроса на ЗИП) определяется, как сказано выше, по небольшому числу возникших в процессе эксплуатации РК замен отказавших составных частей изделий из ЗИП. Следовательно, точность приближенного равенства  $p$ , как правило, невелика и сохранять при расчетах большое число значащих цифр в полученной таким образом вероятности возникновения спроса на запасные части не имеет смысла.

Большое практическое значение для органов военного управления также имеет вопрос о значимости расхождений между двумя частотами спроса на запасные части, которые получены в процессе эксплуатации  $n$  однотипных изделий комплекса (например, в предыдущий год эксплуатировалось  $n_1$  изделий, а в текущем –  $n_2$ ). В каждый исследуемый период эксплуатации РК ( предыдущий год, текущий год) регистрировалось

появление или непоявление одного и того же события  $A$  (число замен за счет запасных частей рассматриваемого наименования). Пусть в первый год событие  $A$  появилось для  $k_1$  изделий, а во второй год – для  $k_2$ . Причем частота события  $A$  в первый год получилась больше, чем во второй:  $p_1^* = k_1/n_1$ ;  $p_2^* = k_2/n_2$ . Разность между двумя частотами получилась равной

$$r_0 = p_1^* - p_2^*. \quad (7)$$

Спрашивается, значимо или незначимо это расхождение? Указывает ли оно на то, что в предыдущий год событие  $A$  действительно вероятнее, чем в текущем году, или расхождение между частотами надо считать случайным? Ответы на эти вопросы важны для своевременной оценки возникшей ситуации с расходом «критичной» номенклатуры запасных частей и принятия органами военного управления обоснованных решений по эффективному управлению запасами ЗИП в рамках государственного оборонного заказа, корректировке уровней запасных частей в комплектах ЗИП и выработке других практических мер по гарантированному обеспечению процессов эксплуатации изделий РК СН запасными частями, в том числе и повышению качества (уровня надежности) составных частей ракетного вооружения.

При решении описанной задачи также можно воспользоваться классическим в математической статистике приемом нуль-гипотезы. Нуль-гипотеза состоит в том, что различия в вероятностях не существует, то есть сведения о расходе запасных частей за предыдущий и текущий годы собраны в одинаковых условиях, а расхождение в данных по их расходу (спросу) объясняется случайными причинами. Выдвинув нуль-гипотезу, подсчитывают вероятность того, что при этой гипотезе расхождение превзойдет наблюдаемую разность между двумя частотами расхода запасных частей рассматриваемого наименования. Если эта вероятность очень мала (меньше вероятности, при которой событие считаем практически невозможным), то нуль-гипотезу отбрасывают. В этом случае необходим более глубокий анализ причин возникновения значимых расхождений в расходе ЗИП с выработкой соответствующих мер по их компенсации в дальнейшем. Если же вероятность не очень мала, нуль-гипотезу отбрасывать не надо, а возникшее расхождение в расходе запасных частей рассматриваемого наименования можно объяснить случайными причинами. В рассматриваемом случае нуль-гипотеза состоит в том, что обе серии данных о расходе запасных частей рассматриваемого наименования однородны и что вероятность появления спроса на запасную часть  $p$  в них одна и та же, приближенно равная частоте, которая получается, если обе

серии смешать в одну

$$p \approx p^* = \frac{(k_1 + k_2)}{(n_1 + n_2)}. \quad (8)$$

При достаточно больших выборках  $n_1$  и  $n_2$  каждая из случайных величин  $p_1^* - p_2^*$  и  $p_2^*$  распределена практически нормально, с одним и тем же математическим ожиданием: то есть они различны и равны соответственно  $D_1 \approx p_1^*(1 - p_1^*)/n_1$ ;  $D_2 \approx p_2^*(1 - p_2^*)/n_2$ . (9)

Случайная величина  $R = p_1^*$  также имеет приближенно нормальное распределение с математическим ожиданием  $m_R$ , равным нулю, и дисперсией

$$D_R = D_1 + D_2 \approx \frac{p_1^*(1 - p_1^*)}{n_1} + \frac{p_2^*(1 - p_2^*)}{n_2},$$

откуда

$$\sigma_R = \sqrt{D_R} \approx \sqrt{\frac{p_1^*(1 - p_1^*)}{n_1} + \frac{p_2^*(1 - p_2^*)}{n_2}}. \quad (10)$$

Вероятность того, что случайная величина  $R$  примет значение, не меньше, чем наблюдаемое в процессе эксплуатации  $r_0$ , равно  $p$

$$P\{R \geq r_0\} \approx P\{R > r_0\} = 1 - F_R(r_0),$$

где  $F_R(x)$  – функция распределения случайной величины.

Известно из работы [2], что для нормального закона функция распределения равна

$$F(x) = 0,5 + \Phi\left(\frac{x - m}{\sigma}\right).$$

В нашем случае

$$F_R(r_0) = 0,5 + \Phi\left(\frac{r_0}{\sigma_R}\right),$$

откуда

$$P\{R \geq r_0\} = 1 - F_R(r_0) = 0,5 - \Phi\left(\frac{r_0}{\sigma_R}\right). \quad (11)$$

Если данная вероятность очень мала (не превосходит выбранного уровня значимости  $a$ , например, равного 0,02), то гипотезу следует отбросить как противоречащую данным эксплуатации составных частей комплекса, а расхождение между двумя частотами расхода однотипных запасных частей признать значимым и в этом случае необходима выработка органами военного управ-

ления соответствующих мер по стабилизации возникшей ситуации; если же она не слишком мала, то есть гипотеза не противоречит полученным данным и признается правомочной, то расхождение между частотами расхода запасных частей можно отнести за счет случайных причин.

*Пример.* В 2009 г. в позиционном районе находилось в эксплуатации 20 изделий, а в 2010 г. – 16 ( $n_1 = 20$ ;  $n_2 = 16$ ). В течение 2009 г. было заменено за счет ЗИП  $k_1 = 16$  приборов БЦВМ, а в 2010 г. – 10.  $p_1^* = 16/20 = 0,8$ ;  $p_2^* = 10/16 = 0,625$ ;  $p_1^* > p_2^*$ ;  $r_0 = 0,8 - 0,625 = 0,175$ .

Будем считать, что различие частот спроса на приборы БЦВМ случайно. Проверим правдоподобие этой гипотезы, приняв за уровень значимости  $a = 0,02$ .

*Решение.* По формуле (10) находим

$$\sigma_R \approx \sqrt{\frac{0,8 \times 0,2}{20} + \frac{0,625 \times 0,375}{16}} \approx 0,1503.$$

По формуле (11)

$$P\{R \geq r_0\} \approx 0,5 - \Phi\left(\frac{r_0}{\sigma_R}\right) \approx 0,5 - \Phi\left(\frac{0,175}{0,1503}\right) \approx 0,122.$$

Эта вероятность заметно превосходит принятый уровень значимости. Следовательно, принятая гипотеза о случайном расхождении между частотами спроса на запасные приборы БЦВМ не противоречит полученным данным о расходе этих приборов в 2009 и 2010 годах эксплуатации РК СН.

Необходимо иметь в виду, что для ряда составных частей изделий РК, наоборот, расход запасных частей в текущем году (периоде наблюдений) больше, чем в предыдущем, то есть  $k_1 > k_2$ . В этом случае  $p_2^* > p_1^*$ ;  $p_2^* - p_1^* > 0$ .

Далее выдвигаются гипотезы о значимости или случайности этой разницы, которая оценивается описанным в статье приемом.

Из изложенного выше можно сделать вывод, что описанный прием проверки значимости расхождений данных о расходе однотипных запасных частей на различных этапах эксплуатации составных частей РК по частоте может быть применен для проведения прикидочных расчетов вероятности спроса запасных частей.

#### Литература

1. Государственный стандарт В26441-85 «Комплекты ЗИП ракетных комплексов стратегического назначения. Определение состава, порядок разработки и поставки». – М.: Госстандарт, 1985.
2. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1988.
3. Балагуров Ю.Ф., Воскресенский С.Б., Рубан Е.Н. Основные факторы, приводящие к возникновению дефицита ЗИП в современных условиях эксплуатации РК и компенсационные меры по его уменьшению. Информационный сборник РВ СН, 2005.

Материал поступил в редакцию 21. 01. 2012 г.