

© Драгун Д.К., Кириллов Н.П., Сова А.Н.
 Dragun D., Kirillov N., Sovva A.

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МЕХАНИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ
 ПРИВОДНОГО УСТРОЙСТВА РУПОРНОЙ АНТЕННЫ
 НА МЕСТА КРЕПЛЕНИЯ КА «СПЕКТР-УФ»**

**WORKING OUT OF MATHEMATICAL MODEL OF MECHANICAL INFLUENCES
 OF HOMING DEVICE OF HORN AERIAL
 ON PLACES OF FASTENING SV «SPECTR-UF»**

Аннотация. В данной статье представлена разработка математической модели механических воздействий приводного устройства рупорной антенны на места крепления КА «Спектр-УФ». Разработанная математическая модель позволяет синтезировать управляющее воздействие на приводное устройство рупорной антенны с учетом механических воздействий на места крепления КА «Спектр-УФ».

Annotation. In given article working out of mathematical model of mechanical influences of the actuating unit horn aerial on places of fastening SV «Spectr-UF» is presented. The developed mathematical model allows to synthesize operating influence on the actuating unit horn aeriels taking into account mechanical influences on places of fastening SV «Spectr-UF».

Ключевые слова. Математическая модель, механические воздействия, приводное устройство антенны, космический аппарат.

Key words. Mathematical model, mechanical influences, the aerial actuating unit, the space vehicle.

Рассмотрим работу одного из модулей привода – канал ψ (поворот относительно неподвижной оси). В упрощенном виде он представлен на рисунке.

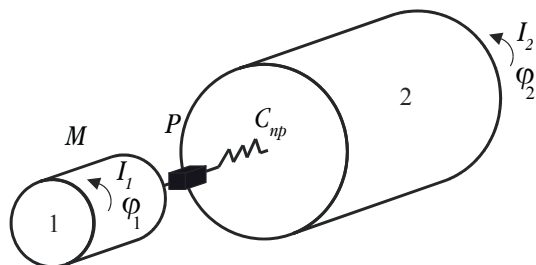


Схема привода рупорной антенны

Привод, представленный на рисунке, состоит из ротора электродвигателя (1) с моментом инерции I_1 , редуктора (P) и выходного вала (2) с моментом инерции нагрузки I_2 . На рисунке обозначено: M – момент, пере-

даваемый на ротор двигателя; ϕ_1 – угол поворота ротора двигателя; ϕ_2 – угол поворота выходного вала; $C_{пр}$ – введенная жесткость редуктора.

Рассмотрим привод, состоящий из ротора, редуктора и выходного вала с нагрузкой, имеющих свои массово-инерционные и жесткостные характеристики.

Для вывода уравнений движения исследуемого привода воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода.

Для нашего случая уравнение Лагранжа можно записать в виде:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} \right) + \frac{\partial U}{\partial \phi} = Q, \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия; U – потенциальная энергия; Q – обобщенная сила.

В общем случае закон изменения кинетической

Драгун Дмитрий Константинович – доктор технических наук, профессор, главный специалист, филиал ФГУП «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры»-«Конструкторское бюро «Мотор», тел.(495)543-36-76;

Кириллов Николай Петрович – доктор технических наук, профессор, главный специалист, филиал ФГУП «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры»-«Конструкторское бюро транспортно-химического машиностроения»;

Сова Александр Николаевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Транспортные установки», МАДИ.

Dragun Dmitry – doctor of technical sciences, the professor, the chief specialist of branch of the FSUE «the Center of operation of objects of a land space infrastructure»-«Design office» Motor», tel. (495)543-36-76;

Kirillov Nikolay – doctor of technical sciences, the professor, the chief specialist of branch of the FSUE «Center of operation of objects of a land space infrastructure»-«Design office of transportno-chemical mechanical engineering»;

Sova Alexander – doctor of technical sciences, the professor managing chair «Transport installations», MRI.

энергии можно получить, умножая обе части уравнения движения $m \cdot a = F$ скалярно на перемещение dr

$$m \cdot \dot{v}dr = Fdr. \quad (2)$$

Первая часть этого уравнения называется элементарной работой dA силы F на перемещении dr , а левая часть равна дифференциалу от кинетической энергии, так как скалярное произведение вектора на его приращение равно произведению модуля вектора на приращение этого модуля

$$m \frac{dv}{dt} dr = mv dv = dT, \quad (3)$$

где $T = mv^2 / 2$ – кинетическая энергия.

В результате получаем, что дифференциал кинетической энергии точки равен элементарной работе действующей на точку силы $dT = dA$.

Суммарная кинетическая энергия системы привода равна сумме кинетических энергий ротора и выходного вала привода

$$T = T_{рот} + T_{вых}.$$

В общем случае кинетическая энергия вращения равна

$$T = \frac{I \cdot \omega^2}{2}. \quad (4)$$

В этом нетрудно убедиться, если рассмотреть уравнение кинетической энергии при поступательном движении, описанное выше, – $T = mv^2 / 2$.

Предположим, что тело вращается вокруг некоторой оси так, что каждая точка движется со скоростью ωr_i , где r_i – расстояние от данной точки до оси. Если масса этой точки равна m_i , то полная кинетическая энергия всего тела равна сумме кинетических энергий всех частиц

$$T = \frac{1}{2} \sum m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum m_i (r_i \omega)^2, \quad (5)$$

а поскольку ω – постоянная, одна и та же для всех точек, то

$$T = \frac{1}{2} \omega^2 \sum m_i r_i^2 = \frac{1}{2} I \omega^2.$$

Следовательно, суммарная кинетическая энергия привода выражается следующим уравнением:

$$T = T_{рот} + T_{вых} = \frac{1}{2} I_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\varphi}_2^2. \quad (6)$$

Элементарная работа потенциальной силы будет полным дифференциалом

$$dA = -\nabla U dr = -dU. \quad (7)$$

Отсюда следует, что работа на конечном перемещении точки из положения r_0 в положение r_1 равна определенному интегралу

$$A = -\int_{r_0}^{r_1} dU = U(r_0) - U(r_1), \quad (8)$$

а следовательно, работа потенциальной силы равна раз-

ности значений функции U в начальном и конечном положениях материальной точки. Скалярную функцию U называют потенциальной энергией точки.

Потенциальная энергия выражается следующей зависимостью $U = \frac{k(\Delta x)^2}{2}$,

где k – коэффициент редуктора.

В нашем случае $k = C_{np}$, $\Delta x = (x_1 - x_2) = \Delta \varphi$. В связи с тем, что φ_1 и φ_2 связаны друг с другом через коэффициент редукции, конечное выражение потенциальной энергии запишется следующим образом:

$$U = \frac{C_{np}(k\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2}. \quad (9)$$

Обобщенные силы – величины, играющие роль обычных сил, когда при изучении равновесия или движения механической системы её положение определяется обобщенными координатами. Число обобщенных сил равно числу s степеней свободы системы; при этом каждой обобщенной координате q_i соответствует своя обобщенная сила Q_i . Значение Q_i соответствующей координате q_i можно найти, вычислив элементарную работу dA_i всех сил на возможном перемещении системы, при котором изменяется только координата q_i , получая приращение dq_i . Тогда $dA_i = Q_i dq_i$, т.е. коэффициент при dq_i в выражении dA_i и будет обобщенной силой Q_i . Аналогично вычисляются Q_2, Q_3, \dots, Q_s .

В связи с тем, что на привод не действуют внешние воздействия и не учитываются воздействия от зацепления валов и их трения [1], в расчетах используется зависимость связей только от вращения валов, а характеристики системы будут зависеть только от относительной скорости вращения ротора и выходного вала привода. Вследствие этого возникает работа упругих сил и работа диссипативных сил.

В нашем случае выражение обобщенных сил принимает вид $Q = Q_{упр} + Q_{дисс}$, но в связи с тем, что упругие силы являются потенциальными, то в данном уравнении ими можно пренебречь, так как они входят в уравнение потенциальной энергии. Поэтому выражение можно переписать в виде $Q = Q_{дисс}$.

Значение $Q_{дисс}$ можно выразить через диссипативную функцию

$$Q_{дисс} = \frac{\varepsilon(k\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^2}{2}, \quad (10)$$

где ε – приведенный коэффициент демпфирования редуктора.

Уравнения движения привода получим с помощью уравнения Лагранжа второго рода, подставив в него полученные выражения кинетической энергии, потен-

циальной энергии, а также диссипативной функции для рассмотренной схемы привода.

Нам известны следующие величины [1]: I_1 – момент инерции ротора привода; I_2 – момент инерции выходного вала привода, φ_1 – угол поворота ротора привода; φ_2 – угол поворота выходного вала привода, k – коэффициент редуктора; ω – угловая скорость; C_{np} – жесткость привода; ε – приведенный коэффициент демпфирования.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial((I_1 \dot{\varphi}_1)/2)}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) + \frac{\partial(C_{np} (k\varphi_1 - \varphi_2)^2 / 2)}{\partial \dot{\varphi}_i} = \frac{\partial(\varepsilon(k\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^2 / 2)}{\partial \dot{\varphi}_i} \quad (11)$$

Проинтегрировав уравнение (11) по φ_i , и, взяв производную кинетической энергии по времени, получим следующее выражение:

$$I_1 \cdot \dot{\varphi}_1 + C_{np} \cdot k \cdot (\varphi_1 \cdot k - \varphi_2) + \varepsilon_1 \cdot k \cdot (\dot{\varphi}_1 \cdot k - \dot{\varphi}_2) = M, \quad (12)$$

по φ_2

$$I_2 \cdot \dot{\varphi}_2 - \varepsilon_2 \cdot (\dot{\varphi}_1 \cdot k - \dot{\varphi}_2) - C_{np} \cdot (\varphi_1 \cdot k - \varphi_2) = 0. \quad (13)$$

В итоге получим систему дифференциальных уравнений описывающих движение привода:

$$\begin{aligned} I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + \varepsilon_1 \cdot k \cdot (\dot{\varphi}_1 \cdot k - \dot{\varphi}_2) + C_{np} \cdot k \cdot (\varphi_1 \cdot k - \varphi_2) &= M; \\ I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 - \varepsilon_2 \cdot (\dot{\varphi}_1 \cdot k - \dot{\varphi}_2) - C_{np} \cdot (\varphi_1 \cdot k - \varphi_2) &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Система датчиков холла, установленная на двигателе, обеспечивает сигнализацию с шагом 60 градусов. На основе этой информации определяются угловое положение и скорость ротора первичного вала привода, которые, в свою очередь, используются в алгоритме управления и выработки управляющих сигналов. После поворота ротора на 60 градусов регистрируется время прохождения от предыдущего датчика до текущего. Если это произошло за слишком короткое время, формируется сигнал на понижение скорости вращения привода. Если время больше среднего значения, привод необходимо ускорить. Таким образом, обеспечивается равномерный поворот выходного вала привода с заданной скоростью.

При срабатывании очередного датчика производится определение значения замеренного угла ψ и замеренной скорости ротора привода $\dot{\psi}$.

Литература

1. Запасник Д.О., Климинов И.П., Кравченко С.А., Саварский А.М., Сова А.Н., Чернецкая М.Л. Оценка параметров математической модели по результатам испытаний фрагментов приводного устройства рупорной антенны КА «Спектр-УФ» // Сборник научных трудов №6 по направлению «Проблемные вопросы развития наземных комплексов, стартового оборудования и эксплуатации летательных аппаратов». Часть 4. – 2011. – с. 11-17.
2. Барышов Д.П., Борисов Р.Б., Ермаков В.Ю., Климинов И.П., Скорогляд П.И., Сова А.Н. Разработка программно-алгоритмического обеспечения для моделирования динамических процессов при работе приводного устройства рупорной антенны КА «Спектр-УФ» // Сборник научных трудов №6 по направлению «Проблемные вопросы развития наземных комплексов, стартового оборудования и эксплуатации летательных аппаратов». Часть 4. – 2011. – с. 18-32.

Материал поступил в редакцию 20. 03. 2012 г.

Оценка угловой скорости ротора $\dot{\psi}$ определяется в предположении равномерного движения ротора между срабатываниями датчиков. Таким образом, текущие значения параметров движения будут вычисляться по формулам

$$\psi_i = \psi_{i-1} \pm \Delta.$$

Знак в этой формуле определяется направлением вращения ротора, т.е. порядком срабатывания датчиков в i -й и $(i-1)$ -й моменты времени;

$$\Delta = \pi / 3 \text{ – дискрет срабатывания датчиков;}$$

$\dot{\psi}_i = \Delta / (t_i - t_{i-1})$ – скорость, с которой поворачивается привод до следующего срабатывания датчика;

$$(t_i - t_{i-1}) \text{ – время между срабатываниями датчиков.}$$

Затем полученные значения подставляются в уравнение управляющего воздействия и вычисляется M_{yup}

$$M_{yup} = k_1 \cdot (\varphi_{np} - \psi) + k_2 \cdot (\dot{\varphi}_{np} - \dot{\psi}),$$

где φ_{np} – задаваемый программный угол поворота привода;

$\dot{\varphi}_{np}$ – задаваемая программная скорость поворота вала привода,

ψ – замеренный угол, на который повернулся ротор двигателя,

$\dot{\psi}$ – замеренная скорость ротора двигателя.

Привод имеет ограничения по допустимому значению управляющего момента. Если M_{yup} больше допустимого значения момента, то M_{yup} приравнивается к допустимому. Далее к значению ψ прибавляется шаг Δ и продолжается работа программы до прохождения отметки угла $\psi + \Delta$. После этого снова вычисляется управляющее воздействие.

Аналогичным образом вычисляется управляющее воздействие при повороте привода в обратном направлении. Отличие заключается в том, что из значения угла ψ вычитается шаг Δ .

Для синтеза управляющего воздействия на приводное устройство рупорной антенны с учетом механических воздействий на места крепления КА «Спектр-УФ» и моделирования динамических процессов при работе приводного устройства рупорной антенны КА «Спектр-УФ» разработано специальное программно-алгоритмическое обеспечение [2].