УДК 621.396.98, 629.197.7

© Захаров А.В.
Zaharov A.

АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА ПО ИНФОРМАЦИИ ОТ АППАРАТУРЫ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ

ANALYSIS OF METHODS CALCULATION PARAMETERS MOVEMENT OBJECTS UNDER THE INFORMATION FROM EQUIPMENT OF SATELLITE NAVIGATION

Аннотация. *Проведен анализ возможных методов определения параметров движения объектов по информации от аппаратуры спутниковой навигации. Показано, что для решения таких задач целесообразно использовать методы адаптивной нелинейной фильтрации.*

Annotation. *Analysis of possible methods calculation parameters movement objects under the information from equipment of satellite navigation is carried out. It is shown that it is expedient to use methods of the adaptive nonlinear filtering for the decision of such problems.*

Ключевые слова. *Навигационная задача, методы, фильтрация, состояния, измерения, модель.*

Key words. *Navigating problem, methods, filtering, conditions, measurement, model.*

Задачи определения параметров движения объекта при всем разнообразии технических средств, предназначенных для их решения, близки по своему содержанию и образуют отдельный класс, получивший название навигационные задачи. В настоящее время среди систем, предназначенных для практического решения навигационной задачи, наибольшее распространение получили спутниковые радионавигационные системы (СРНС). В качестве первичной навигационной информации в СРНС используются псевдодальности и псевдоскорости, измеренные относительно входящих в состав системы навигационных космических аппаратов (НКА), а также полученная от этих НКА эфемеридная информация.

Выбор метода решения навигационной задачи зависит от различных факторов. В зависимости от способа организации обработки поступающих данных и требований к быстроте и точности навигационных определений вычисления можно проводить как по выборке нарастающего объема (по мере поступления), так и по совокупности всей полученной информации на интервале навигационного сеанса. В зависимости от количества полученных измерений возможно решение задач при использовании минимально необходимого объема измерений, когда число искомых навигационных параметров равно числу уравнений связи, или использовании методов, основанных на обработке избыточных измерений, когда число имеющихся измерений превышает число искомых навигационных параметров.

При минимальном объеме полученных измерений решение навигационной задачи возможно при использовании прямых или итерационных методов. Прямые методы не требуют априорной информации и в силу этого хорошо подходят для первоначального определения искомых параметров в условиях исходной полной неопределенности. В качестве примера могут быть рассмотрены прямые методы, изложенные, например, в работе [1]. К основным недостаткам таких методов следует отнести громоздкость самой вычислительной процедуры, вызванной, как правило, нелинейностью исходных навигационных уравнений, связывающих полученные навигационные параметры, характеризующие положение НКА, с искомыми параметрами объекта. Это обстоятельство приводит к необходимости упрощения исходных соотношений, что сказывается на снижении точности навигационных определений.

Итерационные методы более просты по построению вычислительных процедур (метод простой итерации, метод Зейделя и т.д.). Для их построения необходимо и достаточно иметь априорную информацию об определяемых параметрах. Одним из наиболее эффек-

Захаров Александр Владимирович – старший научный сотрудник ОАО «ВИКор», тел. (495)543-36-76.

Zaharov Alexander – the senior scientific employee in «VICor» Plc, tel. (495)543-36-76.

тивных итерационных методов решения навигационной задачи является известный метод Ньютона [2], отличающийся быстрой сходимостью и простотой реализации.

При наличии избыточной информации целесообразно применять те или иные статистические методы обработки (метод Байеса, метод максимального правдоподобия и т.д.). Основным источником информации для статистических методов являются результаты измерений, но наряду с ними могут использоваться и результаты предшествующих сеансов. При этом обязательно учитывают корреляционные связи и вероятностные характеристики возмущений, действующие как непосредственно на объект, так и на приемно-измерительный тракт. В процессе обработки разыскивается такая оценка вектора состояний объекта, которая наилучшим образом согласуется с результатами измерений выходных параметров модели состояний. При использовании статистических методов могут применяться различные критерии оптимальности получаемых оценок. Наиболее распространенным из них является минимум дисперсии определяемого параметра. При оценивании по этому критерию минимизируется некоторая функция следа (обычно это сам след) ковариационной матрицы ошибки оценки вектора состояний. Среди методов обработки, использующих данный критерий оптимальности, наибольшее распространение получил метод наименьших квадратов [3]. При обработке информации по этому методу для определения оценок требуется предварительно накопить выборку измерений и лишь затем начать обработку. Кроме того, при выполнении каждого последующего этапа расчета не вся априорная информация будет участвовать в обработке, так как учитывают только приближения параметров движения, относящихся к предыдущим этапам.

Подобных недостатков лишены рекуррентные методы обработки информации, в основе которых лежат методы оптимальной динамической фильтрации (фильтрационные методы). Суть фильтрационных методов заключается в том, что принимается некоторая априорная модель изменения оцениваемого вектора состояния объекта, именуемая также моделью состояний объекта

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{f}(t)\cdot\mathbf{x}(t)+\mathbf{g}(t)\cdot\boldsymbol{\omega}(t); \qquad (1)$$

где $\mathbf{x}(t)$ – неизвестный вектор состояний; $\mathbf{f}(t)$ – векторные функции состояний; $\mathbf{g}(t)$ – матрица интенсивностей формирующего шума $\boldsymbol{\omega}(t)$.

Кроме того, из результатов измерений, проводимых в дискретные моменты времени, формируется модель измерений рассматриваемого объекта

$$\mathbf{y}(t)=\mathbf{h}(t)\cdot\mathbf{x}(t)+\mathbf{v}(t); \qquad (2)$$

где $\mathbf{h}(t)$ – векторные функции измерений; $\mathbf{v}(t)$ – измерительный шум.

Далее на основании принятых моделей состояний и измерений требуется получить наилучшую с точки зрения выбранного критерия оптимальности оценку состояния объекта, которая является некоторой функцией от всех доступных измерений.

В настоящее время общепринятым подходом для решения задачи рекуррентного оценивания навигационных параметров объекта является использование метода калмановской фильтрации и многочисленных близких к этому методу вариантов методологий динамической фильтрации. Классический алгоритм динамической фильтрации можно описать следующими зависимостями.

Математическая модель рассматриваемой динамической системы описывается уравнением состояний в дискретном виде

$$\mathbf{x}(k)=\mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{x}(k-1)+\mathbf{G}(k/k-1)\cdot\mathbf{w}(k-1); \qquad (3)$$

где $\mathbf{F}(\cdot)$ – переходная матрица состояний размерности $(n\times n)$; $\mathbf{G}(\cdot)$ – переходная матрица возмущений размерности $(n\times r)$; $\mathbf{w}(\cdot)$ – r-мерный вектор возмущений и уравнением измерений

$$\mathbf{y}(k)=\mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{x}(k)+\mathbf{v}(k); \qquad (4)$$

где $\mathbf{h}(\cdot)$ – матрица измерений размерности $(m\times n)$;
$\mathbf{v}(\cdot)$ – m-мерный вектор ошибок измерений.

Входящие в уравнения (3) и (4) возмущения и ошибки измерений являются случайными процессами с нулевыми математическими ожиданиями

$$E\{\mathbf{w}(k)\}=E\{\mathbf{v}(k)\}=0 \qquad (5)$$

и ковариационными функциями

$$\begin{aligned}
&\operatorname{cov}\left\{\mathbf{w}(k),\mathbf{w}(j)^{\mathrm{T}}\right\}=\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{w}}(k)=\mathbf{Q}_{\mathrm{w}}(k)\cdot\delta(k-j);\\
&\operatorname{cov}\left\{\mathbf{v}(k),\mathbf{v}(j)^{\mathrm{T}}\right\}=\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{v}}(k)=\mathbf{Q}_{\mathrm{v}}(k)\cdot\delta(k-j); \qquad (6)\\
&\operatorname{cov}\left\{\mathbf{w}(k),\mathbf{v}(j)^{\mathrm{T}}\right\}=0,
\end{aligned}$$

где $\delta(k-j)$ – дельта-функция; $\mathbf{Q}_{\mathrm{w}}(k)$, $\mathbf{Q}_{\mathrm{v}}(k)$ – положительно определенные матрицы интенсивностей случайных возмущений и ошибок измерений.

Начальное значение $\mathbf{x}(k=0)$ вектора состояний принимается за гауссов случайный вектор с известным математическим ожиданием $E\{\mathbf{x}(0)\}=\hat{\mathbf{x}}(0)$ и ковариационной матрицей ошибок оценки вида

$$E\left\{\left[\mathbf{x}(0)-\hat{\mathbf{x}}(0)\right]\cdot\left[\mathbf{x}(0)-\hat{\mathbf{x}}(0)\right]^{\mathrm{T}}\right\}=\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{x}}(0). \qquad (7)$$

В качестве критерия оптимальности оценивания обычно принимается величина среднеквадратичной ошибки оценки. В общем случае алгоритм получения оптимальной оценки сводится к схеме предиктор – идентификатор.

Расчетная схема алгоритма динамической фильтрации

Предиктор

Расчет априорной оценки вектора состояния без учета результатов измерений

$$\mathbf{x}(k/k-1)=\mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{x}(k-1). \tag{8}$$

Ковариационная матрица ошибки априорной оценки $\mathbf{x}(k)-\mathbf{x}(k/k-1)$, т.е.

$$\mathbf{\Psi}_{\text{x}}(k/k-1)=E\left\{\left[\mathbf{x}(k)-\mathbf{x}(k/k-1)\right]\times\right.$$
$$\left.\times\left[\mathbf{x}(k)-\mathbf{x}(k/k-1)\right]^{\text{T}}\right\}.$$

$$\mathbf{\Psi}_{\text{x}}(k/k-1)=\mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{\Psi}_{\text{x}}(k-1)\times$$
$$\times\mathbf{F}^{\text{T}}(k/k-1)+\mathbf{G}(k/k-1)\cdot\mathbf{\Psi}_{\text{w}}(k-1)\cdot\mathbf{G}^{\text{T}}(k/k-1). \tag{9}$$

Идентификатор

Вычисление коэффициента усиления фильтра

$$\gamma_{\text{x}}(k)=\mathbf{\Psi}_{\text{x}}(k/k-1)\cdot\mathbf{h}^{\text{T}}(k)\times$$
$$\times\left[\mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{\Psi}_{\text{x}}(k/k-1)\cdot\mathbf{h}^{\text{T}}(k)+\mathbf{\Psi}_{\text{v}}(k)\right]^{-1}. \tag{10}$$

Расчет апостериорной оценки вектора состояния

$$\mathbf{x}(k/k)=\mathbf{x}(k/k-1)+\gamma_{\text{x}}(k)\times$$
$$\times\left[\mathbf{y}(k)-\mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{x}(k/k-1)\right]. \tag{11}$$

Ковариационная матрица ошибок апостериорной оценки $\mathbf{x}(k)-\mathbf{x}(k/k)$, т.е.

$$\begin{gathered}\mathbf{\Psi}_{\text{x}}(k/k)=E\left\{\left[\mathbf{x}(k)-\mathbf{x}(k/k)\right]\cdot\left[\mathbf{x}(k)-\mathbf{x}(k/k)\right]^{\text{T}}\right\};\\ \mathbf{\Psi}_{\text{x}}(k/k)=\mathbf{\Psi}_{\text{x}}(k/k-1)-\gamma_{\text{x}}(k)\cdot\mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{\Psi}_{\text{x}}(k/k-1).\end{gathered} \tag{12}$$

Таким образом, уравнения (8 – 12) образуют динамический фильтр, известный в литературе как дискретный фильтр Калмана [4].

Представленный метод предполагает наличие линейных моделей, связывающих переменные состояния системы с измерениями и друг с другом. Поскольку большинство реальных систем (включая спутниковые навигационные системы) и процессов имеют нелинейный характер, описывающие их уравнения состояний и измерений будут также нелинейными, что можно записать в виде дифференциального стохастического уравнения в форме Ланжевена [5]

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{f}\left[\mathbf{x}(t),t\right]+\mathbf{g}\left[\mathbf{x}(t),t\right]\cdot\boldsymbol{\omega}(t); \tag{13}$$

и уравнением косвенных измерений в дискретные моменты времени

$$\mathbf{y}(k)=\mathbf{H}\left[\mathbf{x}(k),k\right]+\mathbf{v}(k). \tag{14}$$

Попытки непосредственно распространить методы линейной фильтрации на нелинейные системы наталкиваются на принципиальную трудность, связанную с тем, что оптимальный фильтр, обеспечивающий минимальную среднеквадратическую ошибку, оказывается бесконечномерным и вследствие этого физически нереализуемым. Поэтому все реализуемые фильтры, по сути, различные конечномерные аппроксимации оптимального нелинейного фильтра. Так в ряде технической литературы [6, 7, 14] описываются методы нелинейного оценивания, полученные путём эвристического обобщения на нелинейный случай методов линейной фильтрации. Это обобщение выполняется на основе линеаризации с помощью разложения нелинейных зависимостей в ряды Тейлора относительно некоторой номинальной траектории в предположении, что реальная траектория не слишком сильно уклоняется от нее, либо относительно текущих оценок, начиная с априорной. Если при этом в разложениях нелинейных функций сохраняются лишь члены первого порядка, то к полученным уравнениям можно применять метод фильтрации Калмана без каких-либо изменений (это так называемые фильтры первого порядка для нелинейных систем). Иногда для улучшения характеристик оценок имеет смысл сохранять в разложении и члены второго порядка. В этом случае также удается получить рекуррентные соотношения для оптимальной оценки, а соответствующий фильтр называют фильтром второго порядка. Таким образом, для нелинейной модели состояний, входящие в (3), переходные матрицы $\mathbf{F}(k/k-1)$ и $\mathbf{G}(k/k-1)$ будут иметь вид

$$\begin{aligned}\mathbf{F}(k/k-1)&=\left(\mathbf{I}+\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}\dot{\mathbf{x}}(k)\cdot\tau\right);\\ \mathbf{G}(k/k-1)&=\left(\mathbf{I}+\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}\dot{\mathbf{x}}(k)\cdot\tau\right)\cdot\mathbf{h}_{\text{w}}^{\text{T}},\end{aligned} \tag{15}$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица; $\mathbf{h}_{\text{w}}$ – матрица выбора, для которой индекс w характеризует тот факт, что формирующий шум воздействует не на весь вектор состояний, а только на параметры модели.

В свою очередь, линеаризованное уравнение измерений можно записать в виде

$$\mathbf{y}(k)=\frac{\partial\mathbf{H}\left[\mathbf{x}(k),k\right]}{\partial\mathbf{x}}\cdot d\mathbf{x}(k)+\mathbf{v}(k). \tag{16}$$

Однако при использовании моделей измерений вида (16) могут возникнуть некоторые сложности. Одна из них состоит в выборе начальных данных для линеаризации. Поскольку сама идея такого фильтра основана на предположении о малости отклонения действительного состояния от некоторой номинальной траектории или текущей оценки, то в самом начале обработки, когда информации еще немного, неточное задание начальных данных может привести либо к недостаточно быстрой сходимости, либо даже к расходимости фильтра. Следующая сложность возникает, если нелинейность модели измерений сравнима с ошибками измерений, что приводит к расходимости, при которой ошибки оценки состояний на несколько порядков превышают вычисленные фильтром среднеквадратические ошибки.

Избежать расходимости можно, применив подход, суть которого заключается во включении составляющих модели измерений в состав модели состояний [15]

$$\mathbf{z}(k) = \left[\mathbf{y}(k), \mathbf{x}(k)\right]^{\mathrm{T}}, \qquad (17)$$

что позволяет осуществить переход к линейным моделям измерений, т.е.

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}(k) \cdot \mathbf{z}(k) + \mathbf{v}(k). \qquad (18)$$

Переходные матрицы состояний и формирующего шума расширенной модели состояний в этом случае будут иметь вид

$$\mathbf{F}(k/k-1) = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \dfrac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{y}}(k) \cdot \tau \\ 0 & \mathbf{I} + \dfrac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}}(k) \cdot \tau \end{pmatrix}; \qquad (19)$$

$$\mathbf{G}(k/k-1) = \mathbf{F}(k/k-1) \cdot \mathbf{h}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}}.$$

Применение такого подхода обеспечивает получение более простых методов фильтрации в сравнении с аналогичными методами при нелинейных измерениях. Последнее является наиболее важным, поскольку обеспечивает как возможности повышения устойчивости методов фильтрации и качества получаемых оценок, так и возможности исключения дополнительных преобразований результатов измерений.

Помимо линейности динамической системы, для реализации калмановских фильтрационных методов требуется априорная информация как о математической модели объекта, так и о статистике действующих измерительных и формирующих шумов [8]. На практике в большинстве случаев не удается получить требуемых объемов априорных данных по целому ряду причин, связанных в основном с ограниченной степенью формализации математической модели объекта, а также невозможностью учесть все многообразие внешних воздействующих факторов. Неточность информации об априорных данных может привести к снижению качества получаемых оценок, а в некоторых случаях, и к практической невозможности их получения. Таким образом, возникает проблема априорной неопределенности распределения начальных условий и внешних воздействий. Следует отметить, что рассмотренный выше критерий минимума среднеквадратичной ошибки оценки в условиях априорной неопределенности начальных условий и внешних воздействий является некорректным, так как его значение зависит не только от вида оценки, но и от конкретного распределения. В таких условиях целесообразно искать оптимальную оценку вектора состояния объекта с точки зрения максимума апостериорной плотности распределения вероятности.

Существуют различные подходы к преодолению априорной неопределенности. Наиболее известные из них [9, 10, 12] базируются на расширении вектора состояния за счет включения в него неизвестного вектора случайных возмущений $\boldsymbol{\omega}(\cdot)$, т.е.

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}\left[\mathbf{x}(t), t\right] + \mathbf{g}\left[\mathbf{x}(t), t\right] \cdot \boldsymbol{\omega}(t); \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}(t) = 0, \end{cases} \qquad (20)$$

где $\mathbf{z}(\cdot)$ – расширенный вектор состояния;

Хотя такой подход и позволяет достигнуть большей устойчивости методов фильтрации, применяемое расширение вектора состояния не уменьшает степени априорной неопределенности, поскольку вместо априорно неизвестной ковариационной матрицы $\operatorname{cov}\{\boldsymbol{\omega}(t), \boldsymbol{\omega}(\tau)\}$ метод требует задания ковариационной матрицы $\operatorname{cov}\{\dot{\boldsymbol{\omega}}(t), \dot{\boldsymbol{\omega}}(\tau)\}$, значения элементов которой также априорно неизвестны.

Еще один подход состоит в построении минимаксных фильтров [11, 13]. Суть минимаксного подхода состоит в задании некоторых областей, в пределах которых изменяются неизвестные параметры объекта, т.е. в результате достигается минимум ошибок фильтрации, когда эти ошибки максимальны. Полученные таким образом фильтры позволяют получать несмещенные эффективные оценки параметров вектора состояний, однако возможности его практического применения ограничены конечным множеством возможных уровней интенсивностей формирующего шума $\boldsymbol{\omega}(\cdot)$, действующего в уравнениях состояний. Кроме того, построенные на его основе системы при более благоприятных условиях работы (меньшая интенсивность сообщения, меньший уровень шумов) оказываются неоптимальными.

Таким образом, наиболее обоснованным к построению фильтрационных алгоритмов в условиях априорной неопределенности является адаптивный подход. Под адаптивными алгоритмами понимаются такие, при использовании которых априорная неопределенность статистических характеристик исследуемых систем преодолевается оцениванием их в процессе работы системы и использованием полученной информации для оптимизации ее параметров.

Один из возможных путей создания адаптивного алгоритма фильтрации заключается в использовании корреляционных свойств обновляемой последовательности с целью построения оценок ковариационных матриц формирующего $\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{w}}(\cdot)$ и измерительного $\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{v}}(\cdot)$ шумов. Примером таких алгоритмов фильтрации является адаптивный алгоритм, предложенный в работе Язвинского [16]. Этот подход предполагает оценку ковариационной матрицы формирующего шума непосредственно после получения измерений. Таким образом, статистика формирующего шума в каждый момент времени подстраивается к полученному измерению. Предложенный метод является достаточно простым, однако обладает рядом недостатков:

- метод не предусматривает оценивание измерительных шумов;
- оценка формирующего шума согласно этому методу статистически мало обоснована, поскольку базируется фактически на текущих измерениях;
- метод неустойчив при наличии импульсных возмущениях во входной последовательности;

В работе [8] предложен модифицированный метод, отличающийся от метода Язвинского тем, что дает оценку вектора состояний $\mathbf{x}(k)$ в один такт с проведением измерений. Такой результат достигается за счет введения в алгоритм фильтрации ковариационной матрицы обновляемой последовательности

$$\boldsymbol{\varepsilon}_y(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{x}(k),$$

т.е. $$\boldsymbol{\Psi}_\varepsilon(k) = \operatorname{cov}\left\{\boldsymbol{\varepsilon}_y(k)\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_y(j)^{\mathrm{T}}\right\}.$$

Данный адаптивный алгоритм получается из обычного алгоритма фильтра Калмана заменой уравнения ковариационной матрицы ошибок априорной оценки вектора состояний уравнением вида

$$\boldsymbol{\Psi}_x(k) = \gamma_x(k)\cdot\boldsymbol{\Psi}_\varepsilon(k)\cdot\gamma_x^{\mathrm{T}}(k) + \boldsymbol{\Psi}_x(k/k-1). \qquad (21)$$

Недостатком предложенного алгоритма является отсутствие в уравнении (21) информации о переходной матрице состояний $\mathbf{F}(\cdot)$. Это приводит к тому, что коэффициент усиления фильтра $\gamma_x(\cdot)$ строится только на основе текущих измерений, при этом не учитываются особенности конкретной системы. Кроме того, при использовании данного алгоритма принимаются допущениями, которые требуют выполнения условий квазистационарности погрешностей оценок на интервалах измерений, что в большом ряде случаев нереализуемо.

В этой же работе предложен адаптивный подход, не требующий априорной информации о ковариационных матрицах формирующего и измерительного шумов. Суть метода заключается в том, что в каждый i-й такт адаптивный фильтр дает оценку вектора состояний объекта, затем на протяжении n подтактов проведения измерений происходит формирование обновляемых ковариационных матриц ошибок оценок. Такой подход приводит к возможной потере используемой измерительной информации.

Таким образом, с учетом нелинейности рассматриваемой динамической системы, а также априорной неопределенности условий ее функционирования для определения навигационных параметров движущегося объекта целесообразно использовать метод адаптивной нелинейной фильтрации, описанный в работе [15], где вывод основных уравнений фильтрации рассматривается из анализа трехмерного векторного процесса $\{\mathbf{x}(\cdot), \mathbf{y}(\cdot), \mathbf{w}(\cdot)\}$, включающего расширенный вектор состояний $\mathbf{x}(\cdot)$, линейный вектор измерений $\mathbf{y}(\cdot)$ и вектор формирующего шума $\mathbf{w}(\cdot)$.

Расчетная схема адаптивного фильтра

Модель состояния

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{G}(k/k-1)\cdot\mathbf{w}(k-1);$$

$$\mathbf{F}(k/k-1) = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \dfrac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\dot{\mathbf{y}}(k)\cdot\tau \\ 0 & \mathbf{I} + \dfrac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\dot{\mathbf{x}}(k)\cdot\tau \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{G}(k/k-1) = \mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{h}_w^{\mathrm{T}}.$$

Модель измерений

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k).$$

Априорные данные

$$E\{\mathbf{w}(k)\} = E\{\mathbf{v}(k)\} = 0;$$

$$\operatorname{cov}\left\{\mathbf{w}(k), \mathbf{w}(j)^{\mathrm{T}}\right\} = \boldsymbol{\Psi}_w(k) = \mathbf{Q}_w(k)\cdot\delta(k-j);$$

$$\operatorname{cov}\left\{\mathbf{v}(k), \mathbf{v}(j)^{\mathrm{T}}\right\} = \boldsymbol{\Psi}_v(k) = \mathbf{Q}_v(k)\cdot\delta(k-j);$$

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{cov}\{\mathbf{w}(k), \mathbf{v}(j)\} = 0; \\ &\operatorname{var}\{\mathbf{v}(k_0)\} = \boldsymbol{\Psi}_v(k_0); \\ &\operatorname{var}\{\mathbf{x}(k_0)\} = \boldsymbol{\Psi}_x(k_0); \\ &\operatorname{cov}\{\mathbf{x}(k_0), \mathbf{v}(j)\} = 0. \end{aligned}\right. \qquad j \ge k_0;$$

Предиктор

Уравнение прогноза вектора состояния

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{x}(k-1).$$

Ковариационная матрица ошибок прогноза

$$\boldsymbol{\Psi}_x(k/k-1) = \mathbf{F}(k/k-1)\cdot\boldsymbol{\Psi}_x(k-1)\cdot\mathbf{F}^{\mathrm{T}}(k/k-1) + \mathbf{G}(k/k-1)\cdot\boldsymbol{\Psi}_w(k-1)\cdot\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(k/k-1).$$

Контур адаптации

Вычисление коэффициента усиления фильтра

$$\gamma_x(k) = \boldsymbol{\Psi}_x(k/k-1)\cdot\mathbf{h}^{\mathrm{T}}(k)\times \left[\mathbf{h}(k)\cdot\boldsymbol{\Psi}_x(k/k-1)\cdot\mathbf{h}^{\mathrm{T}}(k) + \boldsymbol{\Psi}_v(k)\right]^{-1}.$$

Расчет вариаций вектора измерений

$$\boldsymbol{\varepsilon}_y(k) = \left[\mathbf{I} - \mathbf{h}(k)\cdot\gamma_x(k)\right]\cdot\left[\mathbf{y}(k) - \mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{x}(k/k-1)\right].$$

Определение медленно меняющейся компоненты

$$\xi(k) = \beta\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_y(k) + (1-\beta)\cdot\xi(k-1),$$

где β – весовой коэффициент.

Расчет вариаций формирующего шума

$$\Delta w(k-1) = \left[\mathbf{G}(k/k-1)\cdot\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(k/k-1)\right]^{-1}\times$$
$$\times\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(k/k-1)\cdot\mathbf{h}^{\mathrm{T}}(k)\cdot\xi(k).$$

Вычисление ковариационной матрицы формирующего шума

$$\mathbf{\Psi}_{w}(k-1) = \left\|\mathbf{w}(k-1)\right\|^{2} + \left\|\Delta\mathbf{w}(k-1)\right\|^{2}.$$

Расчет оценок реализации формирующего шума

$$\mathbf{w}(k-1) = \mathbf{w}(k-1) + \Delta\mathbf{w}(k-1).$$

Корректор

Уточнение ковариационной матрицы ошибок предсказаний

$$\mathbf{\Psi}_{x}(k/k-1) = \mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{\Psi}_{x}(k-1)\cdot\mathbf{F}^{\mathrm{T}}(k/k-1)+$$
$$+\mathbf{G}(k/k-1)\cdot\mathbf{\Psi}_{w}(k-1)\cdot\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(k/k-1).$$

Уточнение коэффициента усиления фильтра

$$\gamma_{x}(k) = \mathbf{\Psi}_{x}(k/k-1)\cdot\mathbf{h}^{\mathrm{T}}(k)\times$$
$$\times\left[\mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{\Psi}_{x}(k/k-1)\cdot\mathbf{h}^{\mathrm{T}}(k)+\mathbf{\Psi}_{v}(k)\right]^{-1}.$$

Идентификатор

Фильтрация вектора состояния

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{x}(k-1)+\gamma_{x}(k)\times$$
$$\times\left[\mathbf{y}(k)-\mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{x}(k-1)\right].$$

Вычисление ковариационной матрицы ошибок фильтрации

$$\mathbf{\Psi}_{x}(k) = \mathbf{\Psi}_{x}(k/k-1)-\mathbf{\Psi}_{x}(k/k-1)\cdot\mathbf{h}(k)^{\mathrm{T}}\cdot\gamma_{x}(k)\times$$
$$\times\left[\mathbf{\Psi}_{v}(k)+\mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{\Psi}_{x}(k/k-1)\cdot\mathbf{h}(k)^{\mathrm{T}}\cdot\gamma_{x}(k)\right]^{-1}\times$$
$$\times\mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{\Psi}_{x}(k/k-1).$$

В отличие от классического фильтра Калмана, алгоритм предлагаемого фильтра строится по схеме предиктор – контур адаптации – корректор – идентификатор. Введение контура адаптации позволяет обеспечить устранение динамической погрешности фильтрации, связанной с априорной неопределенностью начальных условий и внешних воздействий.

На рис. 1 представлен фрагмент графика, иллюстрирующий функционирование предлагаемого алгоритма на примере определения составляющей вектора скорости подвижного объекта. Для сравнения на рис. 2 приведен график, иллюстрирующий результат определения этого же параметра с помощью метода наименьших квадратов.

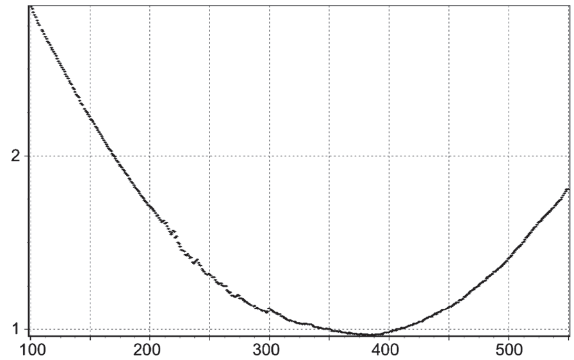

Рис. 1. Фрагмент графика определения составляющей вектора скорости объекта с использованием метода адаптивной фильтрации

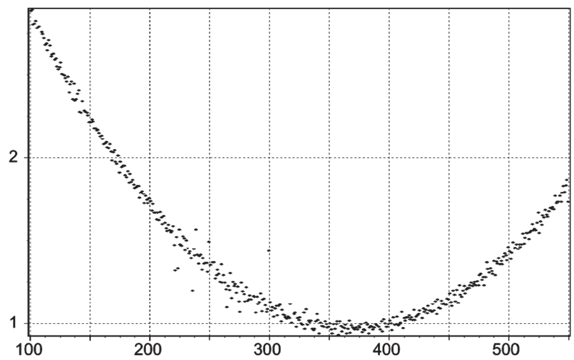

Рис. 2. . Фрагмент графика определения составляющей вектора скорости объекта с использованием метода наименьших квадратов

Сравнение представленных результатов позволяет сделать вывод о целесообразности применения метода адаптивной нелинейной фильтрации [15] для решения задач определения параметров движения объектов с использованием информации от аппаратуры спутниковой навигации.

Литература:

1. Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич И.В. и др. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / Под редакцией Шебшаевича В.С. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1993.
2. Турчак Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов / Учебное пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
3. Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов / Пер. с англ. – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1986.
4. Балакришнан А. Теория фильтрации Калмана / Пер. с англ. – М.: Мир, 1988.
5. Красовский Н.Н. Теория управления движением. – М.: Наука, 1968.
6. Брайсон А. , Хо Ю-Ши Прикладная теория оптимального управления / Под редакцией Летова А.М. – М.: Мир, 1972.
7. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Радио и связь, 1991.
8. Кузовков Н.Т., Салычев О.С. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация. – М.: Машиностроение, 1982.

9. Острем К.Ю. Введение в стохастическую теорию управления / Пер. с англ. – М.: Мир, 1983.
10. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем / Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Радиотехника, 2003.
11. Саридис Дж. Самоорганизующиеся стохастические системы / Пер. с англ. - М.: Наука, 1980.
12. Мук Д.Дж., Джанкинс Дж.Л. Методы минимальной ошибки модели для оценивания динамических систем с неточной моделью / Аэрокосмическая техника. – 1989, №1.
13. Борисов А.В., Панков А.Р. Минимаксное линейное оценивание в обобщенных неопределенно-стохастических системах. II. Минимаксная фильтрация в динамических системах, описываемых стохастическими дифференциальными уравнениями с мерой / Автоматика и телемеханика. 1998, № 6.
14. Прохоров М.Б., Саульев В.К. Метод оптимальной фильтрации Калмана–Бьюси и его обобщения. «Математический анализ». (Итоги науки и техники) 1976, № 14.
15. Кузнецов В.И. Адаптивная фильтрация в задачах параметрической идентификации нестационарных динамических систем. – Двойные технологии, 2008, № 1 (42).
16. Jazwinski A.H. Stochasic Processes and Filtering Theory – New York: Academic. Press, 1970.

Материал поступил в редакцию 20. 03. 2012 г.