

УДК 62-192: 519.248 + 629.7.017.1

© Лукин В. Л., Сухорученков Б.И., Белоглазов В.А., Швед Е.В.
Lukin V., Sukhoruchenkov B., Beloglasov V., Swed E.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ ДИНАМИКИ ИНТЕНСИВНОСТИ ОТКАЗОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ТЕЧЕНИЕ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА

STATISTICAL CONTROL OF DYNAMICS OF INTENSITY OF REFUSES TECHNICAL SYSTEMS DURING LIFE CYCLE

Аннотация. Дается обоснование комплексной математической модели изменения интенсивности отказов (ИО) технических систем (ТС) и способа оценивания и прогнозирования ИО в рамках этой модели на основе статистики моментов отказов ТС в процессе жизненного цикла.

Annotation. The ground of complex mathematical model of change of intensity of refuses (IR) of the technical systems (TS) and method of evaluation and prognostication of IR is given within the framework of this model on the basis of statistics of moments of refuses of TS in the process of life cycle.

Ключевые слова. Техническая система, дефект, модель динамики интенсивности отказов, статистический метод оценивания.

Key words. Technical system, defect, model of dynamics of intensity of refuses, statistical method of evaluation.

Введение

Рассматривается восстанавливаемая техническая система (ТС), предназначенная для длительного целевого функционирования. Одним из основных показателей эффективности ТС является интенсивность отказов (ИО). ИО ТС изменяется в процессе жизненного цикла (ЖЦ) [1]: снижается в период отработки и приработки благодаря выявлению и устранению дефектов и неисправностей, поддерживается при эксплуатации в период гарантийного срока (возможно, продленного) и возрастает при длительной эксплуатации за пределами первоначального гарантийного срока из-за физико-химических изменений материалов и конструкции. К рассматриваемым

ТС относятся системы непрерывного функционирования (космические системы и аппараты, системы постоянного наблюдения и контроля) а также системы, периодически привлекаемые к использованию по целевому назначению (наземные транспортные средства, летательные аппараты, наземные агрегаты и системы авиационных и ракетно-космических комплексов, измерительные системы и др.).

Для обеспечения и подтверждения требуемой эффективности ТС необходим контроль ИО ТС в процессе ЖЦ. Наиболее достоверный контроль ИО осуществляется на основе регистрации и анализа моментов отказов ТС при ее функционировании. Для оценивания переменной

Лукин Владимир Леонидович – доктор технических наук, профессор, академик-секретарь, секция «Инженерные проблемы стабильности и конверсии» Российской инженерной академии, тел. (495) 543-36-70;

Сухорученков Борис Иванович – доктор технических наук, профессор, член-корреспондент Российской инженерной академии, профессор кафедры ракетного вооружения, Военная академия РВСН имени Петра Великого, тел. (495) 696-06-48.

Белоглазов Владимир Александрович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, академический советник, секция «Инженерные проблемы стабильности и конверсии» Российской инженерной академии;

Швед Евгений Вадимович – кандидат физико-математических наук, доцент, Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова.

Lukin Vladimir – doctor of engineering sciences, professor, akademik-sekretar', sections the "Engineering problems of stability and conversion", Russian engineering academy, tel. (495) 543-36-70;

Sukhoruchenkov Boris – doctor of engineering sciences, professor, corresponding member of the Russian engineering academy, professor of department of rocket armament, Military academy of RVSN of the name of Peter Great, tel. (495) 696-06-48;

Beloglasov Vladimir – candidate of technical sciences, senior research fellow, academic adviser, sections the «Engineering problems of stability and conversion», Russian engineering academy;

Swed Eugene – candidate of physical and mathematical sciences, docent, Russian University of Economics them. G.V. Plekhanov.

ИО ТС по экспериментальным данным необходимо выбрать математическую параметрическую модель динамики ИО и статистический метод оценивания параметров этой модели.

1. Математическая модель динамики интенсивности отказов ТС в процессе жизненного цикла

Изменение ИО ТС описывается различными математическими моделями на разных этапах ЖЦ с учетом их особенностей.

1.1. Модель динамики ВБР ТС в процессе отработки и приработки

В период отработки и приработки (опытной эксплуатации) от начала отработки $t = 0$ до начала штатной эксплуатации $T_{НЭ}$ ИО ТС Λ изменяется (снижается) благодаря выявлению и устранению различных дефектов и неисправностей, не обнаруженных при автономной отработке подсистем. Динамику ИО в рассматриваемый период можно описать различными математическими моделями [1,3]. Опыт экспериментальной отработки изделий различного назначения свидетельствует, что основные трудности, приводящие к длительным срокам отработки ТС на безотказность, обусловлены дефектами, имеющими случайную природу проявления, которые обнаруживаются не сразу, а после некоторого периода нормальной работы ТС. Поэтому для обеспечения адекватности модель динамики ИО ТС должна учитывать возможность наличия таких дефектов. Рассмотрим упрощенный вариант такой модели изменения ИО, приведенной в работе [3], на основе следующих допущений:

1. ТС в начале отработки может иметь Q дефектов, не выявленных на предыдущих этапах отработки ее подсистем; интенсивность отказов ТС из-за каждого q -го дефекта равна $\Lambda_{dq}, q = 1, \dots, Q$.

2. Каждый q -й дефект в течение периода t работы ТС проявляется случайным образом; с вероятностью $V = \exp(-\Lambda_q t)$ он может не проявиться, так что ТС будет нормально функционировать даже при наличии дефекта.

3. При проявлении дефекта происходит отказ ТС. При выявлении дефекта проводятся доработки ТС, после которых дефект полностью устраняется ($\Lambda_q \rightarrow 0$) и ТС снова включается в работу.

4. Вероятности проявления дефектов при функционировании ТС взаимно независимы.

5. Если при отказе ТС дефекты не выявлены и доработки не проведены, то отказ ТС считается случайным.

6. После выявления и устранения всех Q дефектов ТС имеет конечный (предельный) уровень ИО $\Lambda_{к0} > 0$.

Рассмотрим суммарное время t функционирования ТС без учета периодов регламентных работ, простоя и восстановления работоспособности ТС после отказов. Обозначим моменты, при которых проявляются q -е дефекты в виде t_{dq} . Для упрощения модели динамики ИО ТС введем следующую функцию ИО ТС из-за каждого q -го дефекта:

$$\left. \begin{aligned} \Lambda_{dq}(t) &= \Lambda_{dq} \text{ при } t \leq t_{dq}, \quad t \in [0; T_{НЭ}]; \\ \Lambda_{dq}(t) &= 0 \text{ при } t > t_{dq}, \quad q = 1, \dots, Q. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

На основе приведенных допущений и функции (1) модель динамики ИО ТС в процессе ее работы можно описать в виде

$$\Lambda(t) = \Lambda_{к0} + \sum_{q=1}^Q \Lambda_{dq}(t). \quad (2)$$

Число дефектов Q_B , выявленных при отработке, может быть меньше общего числа Q . Интенсивность отказов ТС изменяется скачкообразно после моментов t_{dq} , при которых были выявлены дефекты и после которых проведены доработки для их устранения.

Далее рассматривается модель (2), которая является упрощенной. При необходимости можно построить более точную модель динамики ИО с учетом возможных неэффективных доработок, после которых q -й дефект может проявиться повторно с другой интенсивностью Λ_{dq} , а также с учетом возможности внесения новых дефектов при проведении доработок и внесении изменений в конструкцию ТС.

1.2. Модель динамики ИО ТС в процессе гарантийного срока

В течение гарантийного срока работы ТС (возможно, продленного) при $t \in [T_{НЭ}; T_{ГЭ}]$ ИО может значительно изменяться из-за воздействия различных внешних факторов и проведения мероприятий по поддержанию безотказности ТС. В этот период возможно также проявление некоторых дефектов, не выявленных при отработке. Для корректности общей модели динамики ИО будем полагать, что в начале эксплуатации предельная ИО ТС совпадает с конечным значением $\Lambda_{к0}$ при отработке. Предполагается, что в период гарантийного срока все дефекты ТС выявляются. Обозначим ИО ТС в конце гарантийного периода в виде $\Lambda_{кЭ}$. С учетом этого для описания изменения ИО в рассматриваемый период примем упрощенную линейную модель зависимости ИО от времени работы ТС

$$\Lambda(t) = \left[\Lambda_{к0} + (\Lambda_{кЭ} - \Lambda_{к0}) \frac{t - T_{НЭ}}{T_{ГЭ} - T_{НЭ}} \right] \prod_{q=Q_n+1}^Q \Lambda_{dq}(t); \quad t \in [T_{НЭ}; T_{ГЭ}], \quad (3)$$

где Q_B – число дефектов, выявленных при отработке ТС.

В модели (3) интенсивности отказов ТС из-за дефектов определяются по зависимостям (1).

1.3. Модель динамики ИО ТС в заключительный период эксплуатации

Предполагается, что в период гарантийного срока все возможные дефекты ТС выявляются. На последнем этапе ЖЦ ТС при продленном гарантийном сроке эксплуатации после момента $T_{ГЭ}$ может происходить постепенное возрастание ИО из-за старения и физико-химических изменений конструкции и материалов ТС. Динамику ИО в этот период можно описать различными параметрическими моделями: параболическими, экспоненциальными, тригонометрическими и другими [1]. Обозначим ИО в некоторый последний момент $t_{П}$ работы ТС в виде $\Lambda_{П}$. В качестве момента $t_{П}$ можно использовать время последнего отказа или время прогнозирования ИО при решении задачи обоснования возможности продления срока эксплуатации ТС.

Для корректности общей модели динамики ИО будем полагать, что в начале последнего этапа ЖЦ (при $t = T_{ГЭ}$) ИО и скорость ее изменения совпадает со значением (3), когда все дефекты выявлены и устранены. С учетом этого в последний период функционирования ТС изменение ИО между значениями $\Lambda_{КЭ}$ и $\Lambda_{П}$ представим в виде наиболее простой параболической модели. После преобразований получим

$$\Lambda(t) = \Lambda_{П} + \{\Lambda_{П} - [\Lambda_{П}(t_{П})]\} \frac{(t - T_{ГЭ})^2}{(t_{П} - T_{ГЭ})^2}; \quad t > T_{ГЭ}, \quad (4)$$

где функция $\Lambda_{П}(t)$ вычисляется по зависимости

$$\Lambda_{П}(t) = \left[\Lambda_{КО} + (\Lambda_{КЭ} - \Lambda_{КО}) \frac{t - T_{НЭ}}{T_{ГЭ} - T_{НЭ}} \right]. \quad (5)$$

1.4. Комплексная модель динамики ИО ТС в процессе ЖЦ

Модель динамики ИО ТС в процессе ЖЦ формируется на основе моделей (1)–(5) изменения ИО на отдельных этапах в виде комплекса зависимостей

$$\Lambda(t) = \Lambda_{КО} + \sum_{q=1}^Q \Lambda_{dq}(t); \quad t \in [0; T_{НЭ}]; \quad (6)$$

$$\Lambda(t) = \left[\Lambda_{КО} + (\Lambda_{КЭ} - \Lambda_{КО}) \frac{t - T_{НЭ}}{T_{ГЭ} - T_{НЭ}} \right] + \sum_{q=Qb+1}^Q \Lambda_{dq}(t); \quad t \in [T_{НЭ}; T_{ГЭ}]; \quad (7)$$

$$\Lambda(t) = \Lambda_{П} + \{\Lambda_{П} - [\Lambda_{П}(t_{П})]\} \frac{(t - T_{ГЭ})^2}{(t_{П} - T_{ГЭ})^2}; \quad t \in [T_{ГЭ}; t_{П}]; \quad (8)$$

где $\Lambda_{dq}(t)$ – функция, вычисляемая по зависимостям (1); $\Lambda_{П}(t)$ – функция (5).

Отметим, что для описания переменной ИО ТС в процессе ЖЦ, кроме моделей (6)–(8), могут использоваться и другие многочленные модели.

2. Статистический метод оценивания параметров модели динамики ИО ТС

Параметры $\Lambda_{КО}, \Lambda_{КЭ}, \Lambda_{П}, \Lambda_{dq}, q = 1, \dots, Q$ модели (6)–(8) изменения ИО ТС неизвестны. Их можно оценить на основе статистики моментов отказов ТС в период ЖЦ. Для этого можно использовать различные статистические методы: метод наименьших квадратов, метод максимального правдоподобия и другие [1, 3]. Наиболее точные оценки, как показано в работах [1, 3], получаются по методу несмещенных оценок (МНО), который в отличие от классических методов основан на построении по экспериментальным данным плотности вероятности (ПВ) возможных оценок неизвестных параметров. Этот метод используется далее.

2.1. Построение плотности вероятности оценок параметров модели динамики ИО

При оценивании ИО ТС будем рассматривать только чистое суммарное время работы ТС без учета периодов регламентных работ, простоев и восстановления работоспособности ТС после отказов. ПВ возможных оценок параметров модели ИО ТС (6)–(8) строится на основе регистрации и анализа моментов всех отказов ТС на протяжении ЖЦ. Начало функционирования ТС прием равным $t_0 = 0$. Моменты случайных отказов ТС обозначим в виде $t_i, i = 1, \dots, n$, а моменты отказов из-за q -х дефектов – в виде $t_{dq}, q = 1, \dots, Q$. Априори моменты отказов являются непрерывными случайными величинами (СВ) и их распределение характеризуется плотностью вероятности (ПВ) $f(t)$. При постоянной ИО ТС между отказами распределение моментов отказов зависит от ИО и от причины отказа и имеет экспоненциальный вид: при отказе из-за q -го дефекта

$$f_{dq}(t_{dq}) = \Lambda_{dq} \exp(-\Lambda_{dq} t_{dq}); \quad q = 1, \dots, Q; \quad (9)$$

при случайном отказе

$$f_{сн}(t_i) = \Lambda(t_{i-1}) \exp(-\Lambda(t_{i-1}) \tau_i); \quad i = 1, \dots, n, \quad (10)$$

где τ_i – период безотказной работы ТС после предыдущего случайного отказа в момент t_{i-1} ;

$$\tau_i = \tau_i - t_{i-1}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (11)$$

Априорная ПВ возможной совокупности моментов отказов ТС $\{t_i\}$ и $\{t_{dq}\}$ равна произведению ПВ (9) и (10) с учетом модели (6)–(8)

$$f(\{t_i\}, \{t_{dq}\}) = \left(\prod_{i=1}^n f_{сн}(t_i) \right) \left(\prod_{q=1}^Q f_{dq}(t_{dq}) \right). \quad (12)$$

Если параметры модели ИО $\Lambda_{КО}, \Lambda_{КЭ}, \Lambda_{П}, \Lambda_{dq}, q = 1, \dots, Q$ неизвестны, но зафиксированы моменты отказов $\{t_i\}$ и $\{t_{dq}\}$, то можно построить ПВ возможных оценок неизвестных параметров, которые обозначим соответственно в виде $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_{dq}, q = 1, \dots, Q$. Предполагается, что в процессе ЖЦ ТС все дефекты выявляются и

устраняются, так что число дефектов Q известно. Как показано в работах [1, 3], в соответствии с МНО ПВ оценок $f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \{\lambda_{dq}\})$ пропорциональна ПВ (12), в которую подставляются зафиксированные моменты отказов, а неизвестные параметры заменяются на их возможные оценки. С учетом изложенного и зависимостей (1)–(12) при принятых обозначениях ПВ оценок неизвестных параметров модели динамики ИО ТС строится последовательно по зависимостям

$$V(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \{\lambda_{dq}\}) = \prod_{i=1}^n f_{\text{сн}}(\{t_i\}) \prod_{q=1}^Q f_{dq}(\{t_{dq}\}); \quad (13)$$

$$k = \int_{\Omega} \int V(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \{\lambda_{dq}\}) d\lambda_1 d\lambda_2 d\lambda_3 d\lambda_{d1} \dots d\lambda_{dQ}; \quad (14)$$

$$f_{\text{общ}}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \{\lambda_{dq}\}) = k^{-1} V(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \{\lambda_{dq}\}), \quad (15)$$

где k – множитель, обеспечивающий нормирование ПВ;

Ω – множество возможных значений параметров модели ИО (6)–(8).

Определение сомножителя k по зависимости (14) затруднено из-за «проклятия размерности» при вычислении многомерного интеграла. Процедуру построения ПВ оценок можно значительно упростить на основе анализа структуры ПВ (15). Такой анализ показывает, что оценки параметров Λ_{dq} взаимно независимы и не зависят от оценок других параметров. Поэтому ПВ (15) можно представить в виде произведения

$$f_{\text{общ}}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \{\lambda_{dq}\}) = f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \prod_{q=1}^Q f_{dq}(\lambda_{dq}). \quad (16)$$

Зависимость (16) позволяет построить отдельно ПВ оценок $f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ и автономные ПВ $f_{dq}(\lambda_{dq})$ оценок ИО из-за дефектов. Для построения ПВ $f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ оценок параметров $\Lambda_{КО}$, $\Lambda_{КЭ}$, $\Lambda_{П}$ с учетом модели (6)–(8) введем в рассмотрение оценки предельной ИО ТС в разные периоды ЖЦ (без учета дефектов):

$$\lambda_{\Pi}(t) = \left[\lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) \frac{t - T_{\text{НЭ}}}{T_{\text{ГЭ}} - T_{\text{НЭ}}} \right]; \quad t \in [0; T_{\text{НЭ}}]; \quad (17)$$

$$\lambda_{\Pi}(t) = \left[\lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) \frac{t - T_{\text{НЭ}}}{T_{\text{ГЭ}} - T_{\text{НЭ}}} \right]; \quad t \in [T_{\text{НЭ}}; T_{\text{ГЭ}}]; \quad (18)$$

$$\lambda_{\Pi}(t) = \lambda_{\text{Н}}(t) + \{\lambda_3 - [\lambda_{\text{Н}}(t_{\text{П}})]\} \frac{(t - T_{\text{НЭ}})^2}{(T_{\text{ГЭ}} - T_{\text{НЭ}})^2}, \quad t \in [T_{\text{ГЭ}}; t_{\text{П}}], \quad (19)$$

где $\lambda_{\text{Н}}(t) = \left[\lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) \frac{t - T_{\text{НЭ}}}{T_{\text{ГЭ}} - T_{\text{НЭ}}} \right]. \quad (20)$

С учетом модели (17)–(19) ПВ $f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ строится аналогично (13)–(15) по зависимостям

$$V_{\text{Н}}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \prod_{i=1}^n \lambda_{\Pi}(t_{i-1}) \exp[-\tau_i \lambda_{\Pi}(t_{i-1})]; \quad (21)$$

$$k = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} V_{\text{Н}}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) d\lambda_1 d\lambda_2 d\lambda_3; \quad (22)$$

$$f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = k^{-1} V_{\text{Н}}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3), \quad (23)$$

На основе построенной ПВ $f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ можно определить автономные ПВ $f_{\nu}(\lambda_{\nu})$ оценок параметров модели динамики ИО ТС как компонентов случайного вектора по зависимостям

$$f_{\nu}(\lambda_{\nu}) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) d\lambda_{\mu} d\lambda_{\rho}, \quad \nu=1,2,3, \quad (24)$$

где μ, ρ – номера оценок ИО, не совпадающие с номером ν .

Можно также определить ПВ оценок двух любых параметров. Например, ПВ оценок ИО $\Lambda_{КЭ}$ и Λ_{Π} вычисляется по зависимости

$$f_{23}(\lambda_2, \lambda_3) = \int_0^{\infty} f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) d\lambda_1. \quad (25)$$

ПВ оценок ИО ТС Λ_{dq} из-за дефектов строятся аналогичным образом. Для них после преобразований получаются следующие конечные зависимости [3]:

$$f_{dq}(\lambda_{dq}) = t_{dq}^2 \lambda_{dq} \exp(-\lambda_{dq} t_{dq}), \quad q = 1, \dots, Q. \quad (26)$$

ПВ (23)–(26) являются исчерпывающими характеристиками оценок неизвестных параметров модели (6)–(8) как случайных величин, на основе которых можно определить как несмещенные точечные, так и интервальные оценки неизвестных параметров.

2.2. Оценивание параметров модели динамики ИО

Точечные несмещенные оценки параметров модели динамики ИО и их дисперсии определяются на основе ПВ оценок, построенных в п. 2.1. При этом для оценок ИО из-за дефектов получаются конечные зависимости

$$\bar{\Lambda}_{КО} = \int_0^{\infty} \lambda_1 f_1(\lambda_1) d\lambda_1; \quad (27)$$

$$\sigma_{\bar{\Lambda}_{КО}}^2 = \int_0^{\infty} (\lambda_1 - \bar{\Lambda}_{КО})^2 f_1(\lambda_1) d\lambda_1;$$

$$\bar{\Lambda}_{КЭ} = \int_0^{\infty} \lambda_2 f_2(\lambda_2) d\lambda_2; \quad (28)$$

$$\sigma_{\bar{\Lambda}_{КЭ}}^2 = \int_0^{\infty} (\lambda_2 - \bar{\Lambda}_{КЭ})^2 f_2(\lambda_2) d\lambda_2;$$

$$\bar{\Lambda}_{\Pi} = \int_0^{\infty} \lambda_3 f_3(\lambda_3) d\lambda_3; \quad (29)$$

$$\sigma_{\bar{\Lambda}_{\Pi}}^2 = \int_0^{\infty} (\lambda_3 - \bar{\Lambda}_{\Pi})^2 f_3(\lambda_3) d\lambda_3;$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Lambda}_{dq} &= \int_0^{\infty} \lambda_{dq} f_{dq}(\lambda_{dq}) d\lambda_{dq} = \frac{2}{t_{dq}}; \\ \sigma_{\bar{\Lambda}_{dq}}^2 &= \int_0^{\infty} (\lambda_{dq} - \bar{\Lambda}_{dq})^2 f_{dq}(\lambda_{dq}) d\lambda_{dq} = \frac{2}{t_{dq}^2}; \\ q &= 1, \dots, Q. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

На основе автономных ПВ оценок параметров $\Lambda_{КО}$, $\Lambda_{КЭ}$, Λ_{Π} , Λ_{dq} , $q = 1, \dots, Q$ можно определить интерваль-

ные оценки для неизвестных параметров при заданной доверительной вероятности γ . Для ИО обычно определяются только верхние доверительные границы. Обозначим неизвестный параметр в виде Θ , его доверительный интервал в виде $[0; \Theta_B]$, а построенную ПВ оценок параметра в виде $f_\theta(\theta)$. В этом случае верхняя доверительная граница для любого параметра модели динамики ИО ТС оценивается на основе соотношения

$$\int_0^{\Theta_B} f_\theta(\theta) d\theta = \gamma. \quad (31)$$

Полученные в пп. 2.1 и 2.2 оценки и ПВ оценок предельной ИО можно использовать для контроля безотказности ТС, планирования мероприятий по снижению и поддержанию ИО ТС на требуемом уровне на различных этапах ЖЦ и для обоснования решений о продлении гарантийного срока эксплуатации ТС. Для этого можно применить способы проверки статистических гипотез, основанные на методе несмещенных оценок [2].

3. Оценивание и прогнозирование показателей безотказности ТС в процессе жизненного цикла

3.1. Оценивание динамики ИО ТС в процессе жизненного цикла

Несмещенная точечная оценка переменной ИО ТС и ее дисперсия определяются на основе принятой модели динамики ИО и построенной ПВ оценок параметров модели. При этом необходимо учесть, что оценки параметров $\{\lambda_{dq}\}$ взаимно независимы и не зависят от вектора оценок параметров $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$. На основе модели (6)–(8), (17)–(19), оценок (30) и построенных ПВ оценок (23) получаются следующие зависимости для точечных оценок ИО ТС и их дисперсий в любой момент t :

$$\bar{\Lambda}_{II}(t) = \left[\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \lambda_{II}(t) f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) d\lambda_1 d\lambda_2 d\lambda_3 \right]; \quad (32)$$

$$\sigma_{\bar{\Lambda}_{II}(t)}^2 = \left[\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty [\lambda_{II}(t) - \bar{\Lambda}_{II}(t)]^2 f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) d\lambda_1 d\lambda_2 d\lambda_3 \right]; \quad (33)$$

$$\bar{\Lambda}(t) = \bar{\Lambda}_{II}(t) + \sum_{q=1}^Q \bar{\Lambda}_{dq}(t); \quad (34)$$

$$\sigma_{\bar{\Lambda}(t)}^2 = \sigma_{\bar{\Lambda}_{II}(t)}^2 + \sum_{q=1}^Q \sigma_{\bar{\Lambda}_{dq}(t)}^2, \quad (35)$$

где $\lambda_{II}(t)$ – переменная оценка ИО, вычисляемая по зависимостям (17)–(19);

$\bar{\Lambda}_{dq}(t)$, $\sigma_{\bar{\Lambda}_{dq}(t)}$ – оценки, вычисляемые в соответствии с моделью (1):

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Lambda}_{dq}(t) &= \bar{\Lambda}_{dq}, \sigma_{\bar{\Lambda}_{dq}(t)} = \sigma_{\bar{\Lambda}_{dq}} \text{ при } t \leq t_{dq}; \\ \bar{\Lambda}_{dq}(t) &= 0, \sigma_{\bar{\Lambda}_{dq}(t)} = 0 \text{ при } t > t_{dq}, q = 1, \dots, Q. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

По зависимостям (32)–(35) производится как оценивание (при $t \leq t_n$), так и прогнозирование переменной ИО ТС (при $t > t_n$).

Для интервального оценивания ИО ТС в любой момент времени t необходимо построить ПВ оценок ИО в этот момент по методике, описанной в работе [3]. Верхнюю доверительную границу для ИО можно более оперативно оценить на основе допущения, что оценки (34) имеют нормальное распределение, усеченное в пределах $\Lambda(t) \in [0; \infty]$. В этом случае оценка верхней доверительной границы для ИО при заданной доверительной вероятности γ в любой момент времени t вычисляется из соотношения

$$C^{-1} F[\bar{\Lambda}_B(t)] = \gamma, \quad (37)$$

где $F(\dots)$ – функция нормального распределения с математическим ожиданием (34) и дисперсией (35);

C – нормирующий множитель, определяемый по зависимости

$$C = F(\infty) - F(0). \quad (38)$$

Для ключевых значений ИО ТС Λ_{KO} , $\Lambda_{KЭ}$, Λ_{II} в конце каждого этапа ЖЦ и ИО ТС $\{\Lambda_{dq}\}$ из-за дефектов верхние доверительные границы вычисляются на основе ПВ оценок этих параметров (24), (26) из соотношений (31).

Совокупность изложенных в пп. 1–3 моделей и методов представляет собой способ статистического контроля динамики интенсивности отказов ТС в процессе жизненного цикла. Разработанный способ можно использовать как для ТС, непрерывно эксплуатируемых длительное время, так и для ТС многократного периодического целевого применения в процессе длительной эксплуатации. Кроме того, этот способ может использоваться на отдельных этапах ЖЦ; в период отработки и приработки для контроля ИО и обоснования решения о принятии ТС в эксплуатацию; в период гарантийного срока эксплуатации ТС для контроля ИО и проведения мероприятий по поддержанию безотказности ТС; на последнем этапе ЖЦ ТС для прогнозирования ИО и обоснования решения о продлении эксплуатации или снятия ТС с эксплуатации.

В частности, рассмотрим только наиболее важный период гарантийной эксплуатации ТС. Предположим, что все дефекты выявлены и ИО ТС постоянна. Тогда на основе преобразований ПВ (21)–(23) с учетом (17), (18) получаются конечные зависимости для ПВ $f(\lambda)$ оценок ИО ТС [1,3]

$$f(\lambda) = S^{m+1} (m!)^{-1} \lambda^m \exp(-\lambda S), \quad (39)$$

где S – суммарное время работы ТС в период $t \in [T_{HЭ}; T_{IЭ}]$; m – число случайных отказов ТС за период $[T_{HЭ}; T_{IЭ}]$.

На основе преобразований зависимостей (28) с учетом ПВ (39) получаются конечные формулы для точечной оценки постоянной ИО ТС и ее дисперсии в гарантийный период [1, 3]:

$$\bar{\lambda} = (m+1)S^{-1}; \quad \sigma_{\bar{\lambda}}^2 = (m+1)S^{-2}. \quad (40)$$

Заметим, что по зависимостям (40) получаются несмещенные оценки ИО ТС, в том числе при отсутствии отказов ТС (при $m=0$) [1, 3]. Для повышения точности оценивания ИО ТС зависимость (40) можно использовать с учетом периода приработки ТС.

3.2. Оценивание динамики вероятности безотказной работы ТС в процессе жизненного цикла

Если получены оценки переменной ИО, то в любой момент ЖЦ $t \in [T_{НЭ}; t_{П}]$ можно оценить вероятность безотказной работы (ВБР) ТС $P(t)$ в течение заданного периода τ . Точечная оценка ВБР и ее дисперсия при небольшом периоде τ по сравнению со средним временным интервалом между отказами ТС определяются на основе оценок ИО (34) и (35) по методу линеаризации

$$\bar{P}(t, \tau) = \exp[-\bar{\lambda}(t) \tau]; \quad \sigma_{\bar{P}(t, \tau)} = \bar{P}(t, \tau) \tau \sigma_{\bar{\lambda}(t)}. \quad (41)$$

Зависимость (41) позволяет оценивать ВБР ТС в процессе ЖЦ и прогнозировать ее на период возможного продления эксплуатации ТС. Получаемые оценки ВБР, как и оценки ИО, можно использовать для обоснования решения о продлении периода эксплуатации ТС.

4. Демонстрация способа оценивания переменной ИО ТС в процессе жизненного цикла

4.1. Экспериментальные данные об отказах ТС

Рассмотрим восстанавливаемую техническую систему в течение ЖЦ с учетом только чистого времени ее работы (без учета периодов регламента, простоя и восстановления работоспособности). Приработка и опытная эксплуатация ТС проведена в течение $t \in [0; T_{НЭ}]$, $T_{НЭ} = 20$. Гарантийный срок эксплуатации ТС установлен в пределах $T_{ГЭ} - T_{НЭ} = 60$. После гарантийного срока период эксплуатации ТС продлен еще на срок $T_{П} - T_{ГЭ} = 40$. В процессе ЖЦ зафиксировано 16 случайных отказов ТС, которые представлены в табл. 1. Кроме того, при приработке и в начальный период гарантийной эксплуатации произошло $Q=4$ отказа ТС в моменты $\{t_{dq}\} = \{8; 12; 18; 26\}$ из-за различных дефектов, причины которых были устранены.

Требуется оценить динамику ИО ТС на протяжении ЖЦ, в том числе оценить ИО на момент $t_{П} = 120$. Для ре-

шения задачи используем способ, изложенный в пп. 2 и 3.

4.2. Построение плотности вероятности оценок параметров модели динамики ИО ТС

Динамику ИО ТС в процессе ЖЦ будем оценивать по модели (6)–(8). Для построения ПВ оценок параметров модели используем зависимости (21)–(26). Все вычисления проводились в системе MathCAD. Автономные ПВ оценок параметров модели динамики ИО, получен-

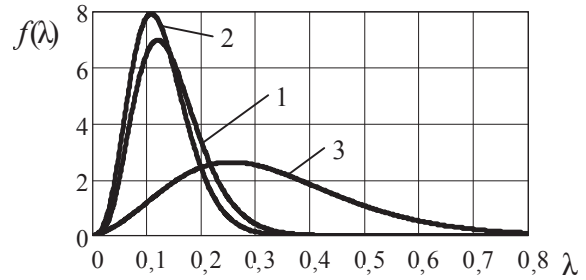


Рис. 1. Автономные ПВ оценок ИО ТС:
1 – $f_1(\lambda_1)$; 2 – $f_2(\lambda_2)$; 3 – $f_3(\lambda_3)$

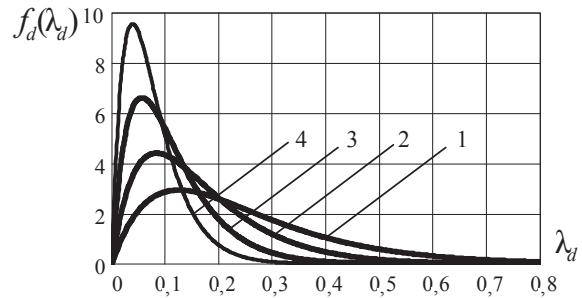


Рис. 2. Автономные ПВ оценок ИО ТС из-за дефектов:
1 – $f_{d1}(\lambda_{d1})$; 2 – $f_{d2}(\lambda_{d2})$; 3 – $f_{d3}(\lambda_{d3})$; 4 – $f_{d4}(\lambda_{d4})$

ные по зависимостям (24) и (26), показаны на рис. 1 и 2.

Из рис. 1 и 2 видно, что распределения оценок параметров модели динамики ИО ТС отличаются от нормального распределения.

По зависимостям (25) можно построить совместную ПВ $f(\lambda_2; \lambda_3)$ оценок ИО ТС в начале и конце продленного срока эксплуатации. Эта ПВ показана на рис. 3 и 4. Видно, что оценки параметров имеют слабую отрица-

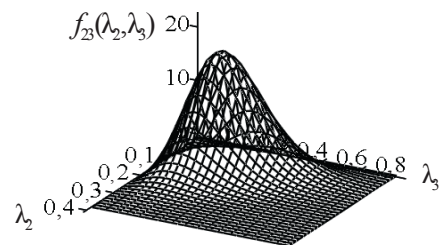


Рис. 3. Общий вид ПВ оценок $f_{23}(\lambda_2; \lambda_3)$

Таблица 1

Моменты случайных отказов ТС и интервалы между ними

t_i	8	13	20	29	41	55	66	73	78	87	95	102	106	112	115	120
τ_i	8	5	7	9	12	14	11	7	5	9	8	7	4	6	3	5

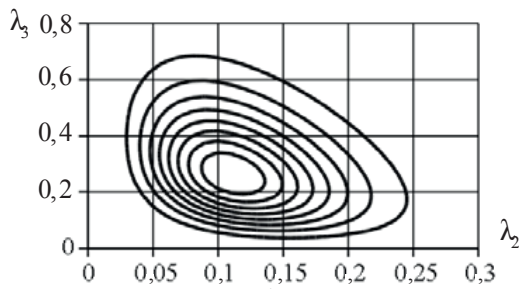


Рис. 4. Карта уровней ПВ оценок $f_{23}(\lambda_2; \lambda_3)$

тельную корреляционную связь.

4.3. Оценивание параметров модели динамики ИО ТС

Точечные оценки неизвестных параметров модели динамики ИО ТС и их дисперсии вычисляются на основе построенных ПВ оценок параметров, показанных на рис. 1–4, по зависимостям (27)–(30). Односторонние доверительные границы для параметров вычисляются на основе соотношения (31). Полученные реализации оце-

должении эксплуатации ТС до $t = 130$ реализация точечной оценки прогнозируемой ИО и ее СКО в рассмотренном примере равны

$$\hat{\Lambda}(130) = 0,436; \sigma_{\hat{\Lambda}(130)} = 0,265.$$

Полученные оценки позволяют обосновать решение о возможности дальнейшего продления срока эксплуатации ТС. Кроме того, можно проверить различные гипотезы о параметрах модели динамики ИО и значениях ИО ТС на различных этапах ЖЦ [2]. Рассмотрим случай, когда выдвигается гипотеза, что ИО ТС в процессе длительной эксплуатации (при $t > t_{гэ}$) не изменяется. Это равносильно нулевой гипотезе $H_0: \Lambda_{КО} = \Lambda_{гэ}$ что в конце гарантийного срока (при $t=80$) ИО ТС совпадает с ИО в последний период работы ТС (при $t=120$). Для проверки гипотезы зададим уровень значимости $\alpha=0,2$ и вычислим вероятности неравенства значений ИО на основе построенных ПВ оценок ИО $f_2(\lambda_2)$ и $f_3(\lambda_3)$ (рис. 1) по

Таблица 2

Реализации оценок параметров модели динамики ВБР

Параметры модели	$\Lambda_{КО}$	$\Lambda_{КЭ}$	$\Lambda_{П}$	Λ_{d1}	Λ_{d2}	Λ_{d3}	Λ_{d4}
Точечные оценки параметров	0,142	0,126	0,322	0,250	0,167	0,111	0,077
СКО точечных оценок параметров	0,061	0,052	0,160	0,177	0,118	0,079	0,054
Верхняя доверительная граница при $\gamma = 0,90$	0,224	0,196	0,543	0,487	0,324	0,216	0,150

нок параметров приведены в табл. 2.

4.4. Оценивание и прогнозирования динамики ИО ТС

Переменная ИО ТС в процессе ЖЦ оценивается по зависимостям (32)–(35). Реализация оценки ИО и ее

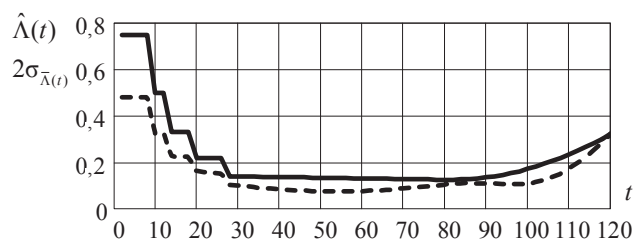


Рис. 5. Реализация оценки ИО ТС (сплошная) и ее СКО, увеличенное в 2 раза (пунктирная)

среднеквадратическое отклонение (СКО), увеличенное в 2 раза, показаны на рис. 5. Изменение ИО между моментами отказов принято линейным.

Из рис. 5 видно, что оценки ИО ТС и их погрешности снижаются при отработке и приработке, сохраняют стабильность в гарантийный период и возрастают при продленном сроке эксплуатации ТС.

На основе полученных оценок можно осуществить прогнозирование ИО ТС при продолжении эксплуатации (при $t > t_{гэ}$) по зависимостям (32)–(35). Например, при про-

зависимостям

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \text{Вер}(\Lambda_{П} \geq \Lambda_{КО}) = \int_0^{\infty} \int_0^{\lambda_3} f_2(\lambda_2) f_3(\lambda_3) d\lambda_2 d\lambda_3; \\ B_2 &= \text{Вер}(\Lambda_{П} < \Lambda_{КО}) = 1 - B_1; B_{\max} = \max(B_1; B_2). \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

$$\left. \begin{aligned} &\text{Решение принимается по правилу [2]} \\ &\text{гипотеза принимается, если } B_{\max} \leq 1 - \alpha; \\ &\text{гипотеза отклоняется, если } B_{\max} > 1 - \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

При вычислениях с учетом ПВ оценок, показанных на рис. 1, получены следующие вероятности: $B_1=0,896$, $B_2=0,104$. По правилу (43) гипотезу следует принять и считать, что ИО ТС в конце ЖЦ не отличается от ИО в конце первоначального гарантированного срока эксплуатации. Однако при принятии окончательного решения следует учесть, что вероятность того, что ИО ТС в процессе продленной эксплуатации возрастает, составляет значительную величину $B_1=0,896$.

На основе оценок динамики ИО ТС и ее СКО, показанных на рис. 5, можно оценить в процессе ЖЦ переменную вероятность безотказной работы ТС в течение заданного периода времени по зависимостям (41). Реализация оценки динамики ВБР ТС в течение периода $\tau=1$ и ее СКО, увеличенное в 5 раз, показаны на рис. 6. Заметим, что точность оценивания ИО и ВБР ТС в начальный период ЖЦ возрастает.

Результаты проведенных вычислений подтверж-



Рис. 6. Реализация оценки динамики ВБР ТС в процессе ЖЦ t в течение периода $\tau=1$ (сплошная) и ее СКО, увеличенное в 5 раз (пунктирная)

женного способа для оценивания показателей безотказности ТС, изменяющихся в процессе жизненного цикла.

Заключение

На основе проведенных исследований разработан способ оценивания и прогнозирования переменной интенсивности отказов (ИО) ТС на основе статистики мо-

ментов отказов ТС, фиксируемых в течение жизненного цикла (ЖЦ). Способ включает:

- комплексную математическую модель изменения ИО ТС в процессе ЖЦ с учетом выявляемых и устраняемых дефектов (п. 1);
- статистический способ точечного и интервального оценивания параметров модели динамики ИО ТС по фиксируемым моментам отказов, основанный на использовании метода несмещенных оценок (п. 2);
- методику оценивания и прогнозирования динамики ИО ТС в процессе ЖЦ (п. 3).

Проведена апробация разработанного способа (п. 4) и подтверждена его работоспособность и хорошая точность на различных этапах ЖЦ ТС (при отработке и приработке, при работе в течение гарантийного срока и на заключительном этапе продленного периода эксплуатации ТС).

Литература

1. Волков Л. И., Лукин В. Л., Сухорученков Б. И. Методы статистического контроля надежности технических систем. – Юбилейный: ЗАО «ПСТМ», 2008. – 332 с.
2. Лукин В. Л., Сухорученков Б. И., Швед Е. В. Новые методы проверки гипотез о параметрах состояния технических систем. // СИП РИА. Сборник трудов, 2009. Вып. 18, С. 4-26.
3. Сухорученков Б. И. Анализ малой выборки. Прикладные статистические методы. М.: Вузовская книга, 2010. – 384 с.

Материал поступил в редакцию 20. 03. 2012 г.