УДК 629.7.05.

© Алферьев В.Л.
Alferyev V.

МЕТОДОЛОГИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ БР В АТМОСФЕРЕ

BR TRAFFIC MODELING METHODOLOGY IN THE ATMOSPHERE

Аннотация. *В работе продолжено изложение теоретического обоснования методики имитационного моделирования движения ракет с вертикальным стартом на активном участке траектории, разработанной в интересах проектирования и оценки эффективности информационных средств и систем специального назначения. Имитационная модель использует минимальное количество исходных данных и позволяет получение практически мгновенного практического результата.*

Annotation. *Presentation of a theoretical justification of a procedure of simulation modeling of driving of missiles with vertical start on the active leg of the path developed in interests projection and an estimate of effectiveness of informational tools and systems of a special purpose is in-process prolonged. The simulation model uses a minimum quantity of initial data and obtaining of practically instantaneous practical outcome allows.*

Ключевые слова. *Уравнение, вращательное движение, ракета, задача, имитационное моделирование, полёт, активный участок, траектория.*

Key words. *Equation, the rotational motion, the rocket, the problem, simulation, flight, active site, the trajectory.*

1. Исходные положения

Имитационное моделирование движения ракет на АУТ принято [1] производить посредством сведения вращательно-поступательного движения БР к движению материальной точки, что существенно упрощает задачу и позволяет произвести подбор приближённой программы управления по тангажу. Эта практика является оправданной на этапе проектирования и планирования применения реально разрабатываемых изделий с известными или предполагаемыми лётно-баллистическими характеристиками, с одной стороны, и построения программ управления указанным изделием, имитирующих реальные команды исполняющим органам, с другой.

В работе не стоит задача проектирования или изучения характеристик ракет с полностью известной компоновкой как с экономической, так и с оперативно-тактической точек зрения.

Требуется построить имитационную модель движения БР, учитывающую основные характеристики и возможные условия полёта ракеты, включая возможные будущие модернизации системы управления. Другими словами, надо создать имитационную модель движения ракет для решения специальных задач, не связанных с развитием ракетной техники, которая должна позволять изменение оператором любых исходных данных и полётных заданий, с учётом всевозможных вариантов реализации программы управления GEMS (Generalized Energy Management Steering) и возможностью практически мгновенного получения результата. Такие модели используются при проектировании и оценки эффективности информационных средств и систем специального назначения.

Для интересуемого класса ракет практически отсутствует необходимый состав исходных данных, что приводит к необходимости полного учёта особенностей вращательно-поступательного движения БР на АУТ.

Поэтому приходится использовать совершенно другой подход к построению движения ракет в атмосфере Земли. В работе [3] показано, что в случае отсутствия атмосферы и при задании не более трёх краевых условий на синтезируемый управляемый процесс оптимальное (по расходу топлива для нерегулируемой тяги) единичное направление $\vec{\delta}^0$ вектора тяги ДУ БР постоянно в инерциальном пространстве. Этот факт справедлив в космическом пространстве при полёте объекта с ненулевой скоростью и при условии, что в процессе движения траектория КО не пересечёт кромку атмосферы Земли.

При движении в атмосфере правила управления БР другие. Однако общая идеология построения управля-

Алферьев Виктор Леонидович – доктор технических наук, главный научный сотрудник, МАК «Вымпел», тел. (495)543-36-76.

Alferyev Victor – Ph.D., senior researcher, IJSC «Vympel», tel. (495)543-36-76.

емого процесса остаётся неизменной.

Работа является продолжением статей [5,6]. Список сокращений и обозначений представлен в статье [5].

Уравнения движения центра масс ракеты определены уравнениями (I,1.8). Суммарное ускорение $\vec{g}_{\text{п}}$, доставляемое центру масс, зависит, кроме всего прочего, от аэродинамических сил и моментов, а также от размеров и распределения масс ракеты. Другими словами, поиск управляемого движения БР в атмосфере состоит из одновременного решения двух взаимосвязанных частей. Первая часть позволяет найти движение центра масс БР (I,1.8), вторая часть задачи, определяемая уравнениями (II,3.8), даёт возможность найти вращение ракеты вокруг центра масс.

Решение прямой динамической задачи синтеза управляемого движения БР в атмосфере посредством построения решения экстремальной задачи, задаваемой взаимосвязанными уравнениями (I,1.8) и (II,3.8), практически невозможно. Более того, сформулированную полную задачу нельзя упростить и в силу наличия кориолисовых сил привести к плоской задаче.

Примем следующую схему построения пространственного движения ракеты:

• уравнение движения (I,1.8) центра масс БР будем решать посредством прямого численного интегрирования;

• уравнения (II,3.8) будем решать методами, предусмотренными в теории обратных динамических задач, то есть мы по определённому правилу будем выбирать направление оси $\vec{\mathbf{x}}$ симметрии ракеты, а затем по известному вращению БР будем находить реализующие его управляющие усилия системы управления ракеты;

• критерием разумности найденных управлений $\widetilde{\sigma}$ и ψ (I,2.1) будем считать и их достаточную регулярность на всём участке атмосферного движения БР, при этом будем требовать обнуление производной $\widetilde{\sigma}'$ (и, возможно, второй производной $\widetilde{\sigma}''$) от управления $\widetilde{\sigma}$ в окрестности критического значения числа Маха $\mathrm{M} = \mathrm{M}_{\text{кр}}$, гладкость второго порядка для функции $\alpha_{\text{вр}}$ пространственного угла атаки от времени, а также обнуление первой и второй производной от функции $\alpha_{\text{вр}}$ в окрестности $\mathrm{M} = \mathrm{M}_{\text{кр}}$.

• направление $\vec{\mathbf{x}}$ оси симметрии ракеты будем выбирать таким способом, чтобы с учётом ограничений на устойчивость движения БР скалярному произведению $(\vec{\boldsymbol{\delta}}^0, \vec{\mathbf{x}})$ доставлялся условный максимум, для этого положим вектор $\vec{\mathbf{x}}$ на плоскость, образованную вектором скорости $\vec{\mathbf{v}}_{\text{вр}}$ центра масс ракеты и вектором $\vec{\boldsymbol{\delta}}^0$, причём пространственный угол атаки $\alpha_{\text{вр}}$ в каждый момент времени должен удовлетворять перечисленным выше ограничениям.

При таком подходе мы должны были бы рассчитывать вектор $\vec{\boldsymbol{\delta}}^0$ на каждом шаге численного интегрирования и тем самым заранее обречь имитационную модель на значительные затраты процессорного времени ЭВМ.

В соответствии с принятой идеологией определим направление оси $\vec{\mathbf{x}}$ симметрии ракеты в абсолютном пространстве соотношением

$$\vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{x}}^{(a)}\cos\alpha_{\text{вр}} + \frac{\vec{\mathbf{v}}^1 - \vec{\mathbf{v}} - \vec{\mathbf{x}}^{(a)}(\vec{\mathbf{v}}^1 - \vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{x}}^{(a)})}{\|\bullet\|}\sin\alpha_{\text{вр}} =$$

$$= \vec{\mathbf{x}}^{(a)}\cos\alpha_{\text{вр}} + \frac{\vec{\mathbf{v}}^1 - \vec{\mathbf{x}}^{(a)}(\vec{\mathbf{v}}^1, \vec{\mathbf{x}}^{(a)})}{\|\bullet\|}\sin\alpha_{\text{вр}}, \qquad (1.1)$$

где $\vec{\mathbf{v}}^1$ – требуемая скорость бросания в конце АУТ, построенная в отсутствие атмосферы, но с учётом гравитационных потерь;

$\vec{\mathbf{x}}^{(a)}$ – единичное направление скорости БР в инерциальном пространстве.

$\|\bullet\|$ – норма выражения, стоящего в числителе.

Упростим уравнение (1.1). Допустим, что в каждый момент времени мы умеем находить вектор $\vec{\mathbf{v}}^1_{\text{вр}}$ и такой, что $\vec{\mathbf{v}}^1 = \vec{\mathbf{v}}^1_{\text{вр}} + [\vec{\boldsymbol{\omega}}_з \times \vec{\mathbf{r}}^1]$, где $\vec{\mathbf{r}}^1$– неизвестный радиус-вектор в точке бросания ракеты. Тогда последнее уравнение приближённо может быть переписано во вращающейся вместе с Землёй системе координат в виде

$$\vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}}\cos\alpha_{\text{вр}} + \frac{\vec{\mathbf{v}}^1_{\text{вр}} - \vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}}(\vec{\mathbf{v}}^1_{\text{вр}}, \vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}})}{\|\bullet\|}\sin\alpha_{\text{вр}}. \qquad (1.2)$$

Вектор $\vec{\mathbf{x}}$, располагаясь на конусе с центральным вектором $\vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}}$ и малым углом полураствора $\alpha_{\text{вр}}$, при движении БР в атмосфере не способен в полной мере управлять изменением величины $\left\|\vec{\mathbf{v}}^1_{\text{вр}} - \vec{\mathbf{v}}_{\text{вр}}\right\|$ невязки по вектору скорости. Поэтому совершенно безразлично, какой именно по величине вектор $\vec{\mathbf{v}}^1_{\text{вр}}$ задействован в соотношении (1.2), лишь бы он обеспечивал требуемый азимут полёта (другими словами, важно направление проекции вектора $\vec{\mathbf{v}}^1_{\text{вр}}$ на конус, построенный вокруг вектора $\vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}}$ и углом полураствора $\alpha_{\text{вр}}$, а не сам вектор $\vec{\mathbf{v}}^1_{\text{вр}}$).

Рассмотрим момент времени окончания участка вертикального старта и начала первого заваливания БР по крену (азимуту стрельбы). Для указанного момента времени равенство (1.2) может быть переписано в виде

$$\vec{\mathbf{Q}}^{(\text{вр})}_{\text{тр}} = \frac{\vec{\mathbf{v}}^1_{\text{вр}} - \vec{\boldsymbol{\gamma}}_{\text{st}}(\vec{\mathbf{v}}^1_{\text{вр}}, \vec{\boldsymbol{\gamma}}_{\text{st}})}{\|\bullet\|}, \qquad (1.3)$$

в котором единичный вектор $\vec{\boldsymbol{\gamma}}_{\text{st}}$ определяет направление из центра Земли в точку старта БР.

При написании уравнения (1.3) учтено, что вектор скорости $\vec{\mathbf{v}}_{\text{вр}}$ центра масс БР в конце участка вертикального старта мал (по норме) по сравнению с величиной требуемой скорости $\vec{\mathbf{v}}^1_{\text{вр}}$ бросания, направлен вдоль век-

тора $\vec{\gamma}_{st}$ и в силу этого не оказывает влияние на результат вычисления правой части уравнения (1.3). Однако уравнение (1.3) полностью идентично следующему равенству:

$$\vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{x}}_{вр}^{(a)} \cos\alpha_{вр} + \frac{\vec{\mathbf{Q}}_{тр}^{(вр)} - \vec{\mathbf{x}}_{вр}^{(a)}(\vec{\mathbf{Q}}_{тр}^{(вр)}, \vec{\mathbf{x}}_{вр}^{(a)})}{\|\bullet\|} \sin\alpha_{вр}. \quad (1.4)$$

Единичный вектор $\vec{\mathbf{Q}}_{тр}^{(вр)}$ расположен в плоскости местного горизонта относительно стартовой позиции и задает направление движения ракеты после её старта в земной системе координат, то есть совпадает с направлением оси $\vec{\mathbf{x}}_{ст}^{(0)}$ стартовой системы координат. И, если у нас нет большого желания на каждом шаге интегрирования заново уточнять вектор требуемой скорости $\vec{\mathbf{v}}_{вр}^{1}$, то уравнение (1.4) является идеальным с точки зрения последующего определения направления оси симметрии БР[1]. Более того, сформулированный идеологический подход к решению задачи моделирования движения ракеты близок к классическому. Разница лишь в том, что мы не будем строить программу управления по тангажу, а сразу отойдём от управляемого параметра в вертикальной плоскости и будем строить зависимость угла $\alpha_{вр}$ от параметров движения центра масс БР.

Условие постоянства вектора $\vec{\mathbf{Q}}_{тр}^{(вр)}$, как это и происходит, приводит к небольшим значениям угла рыскания ракеты за счёт влияния вращения Земли. Соответствующий график для рассматриваемого в статье примера дан на рис. 1.

Корректность выбора вектора $\vec{\mathbf{Q}}_{тр}^{(вр)}$ крайне важна и не должна приводить к заметному скачку азимута полёта ракеты после её выхода из плотных слоёв атмосферы.

Вопрос выбора зависимости пространственного угла атаки от времени при движении БР в атмосфере Земли будет рассмотрен в следующей статье. Здесь же мы проведём подготовительные мероприятия и получим соотношения, необходимые для нахождения управлений $\tilde{\sigma}$ и ψ по выбранному закону вращения оси симметрии ракеты.

В следующем разделе будут выписаны алгебраические уравнения для расчета управлений $\tilde{\sigma}$ и ψ в каждый момент времени движения БР в атмосфере Земли. При этом для переменных $x = \sin\tilde{\sigma}\cos\psi$, $y = \sin\tilde{\sigma}\sin\psi$ мы получим систему алгебраических уравнений вида

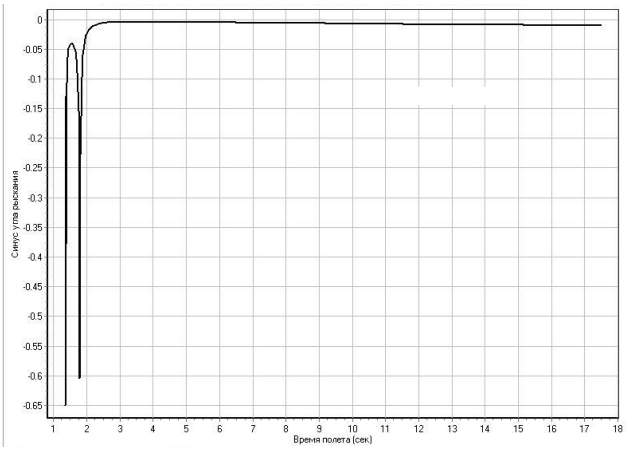

Рис.1. Зависимость синуса угла рыскания БР от времени полета на атмосферном участке до M=1,2 и азимуте начального завала по крену 331,4°

$$\begin{cases} a_Z^{(0)} + a_Z^{(1)}\cos\tilde{\sigma} + a_Z^{(2)}x + a_Z^{(3)}y + a_Z^{(4)}x\cos\tilde{\sigma} + \\ + a_Z^{(5)}y\cos\tilde{\sigma} + a_Z^{(6)}x^2 + a_Z^{(7)}xy + a_Z^{(8)}y^2 - \alpha''_{вр}{V_{вр}}^2 = 0; \\ a_Y^{(0)} + a_Y^{(1)}\cos\tilde{\sigma} + a_Y^{(2)}x + a_Y^{(3)}y + a_Y^{(4)}x\cos\tilde{\sigma} + \\ + a_Y^{(5)}y\cos\tilde{\sigma} + a_Y^{(6)}x^2 + a_Y^{(7)}xy + a_Y^{(8)}y^2 = 0, \end{cases} \quad (1.5)$$

в которой $\cos\tilde{\sigma} = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.

Первое уравнение (1.5) является следствием уравнения Эйлера по оси Y, второе уравнение – следствием уравнения Эйлера по оси Z.

В силу наличия малого параметра $\sin\psi$ решение этой системы уравнений позволяет получить направление вектора тяги БР, необходимое для интегрирования уравнений (I,1.8) движения центра масс ракеты и оценки направления ориентации факелов горения топлива (в интересах разработки алгоритмов функционирования космических информационных средств).

Отличие величины $\sin\psi$ от нуля обусловлено исключительно кориолисовыми силами. На рис. 1 в качестве примера представлена модельная зависимость синуса угла рыскания ракеты (для рассматриваемого примера) от времени движения на АУТ для угла завала[2] по крену $\alpha_{вр}^{(1)}$=8 град.

Влияние реализуемого при этом вращения ракеты вокруг оси её симметрии в полусвязанной системе координат в плане расхода топлива и гироскопического эффекта ничтожно, совершенно не влияет на результа-

[1]Поиск вектора $\vec{\mathbf{v}}_{вр}^{1}$ для момента старта ракеты можно произвести посредством построения кеплеровой дуги по двум точкам с заданным углом бросания (или временем полёта). Одна из точек может выбираться с учётом местоположение цели и прогноза её движения в инерциальном пространстве, а вторая точка может приближённо выбирается на геодезической (в абсолютном пространстве) линии, соединяющей местоположение старта ракеты и точку встречи с целью. Высота второй точки над поверхностью Земли, а также её расстояние от местоположения старта выбирается эмпирически исходя из априорных сведений о характеристиках ракеты.

[2]Под углом завала БР понимается значение пространственного угла атаки $\alpha_{вр}^{(1)}$, которое будет реализовано в конце участка первого разворота ракеты. Указанное значение $\alpha_{вр}^{(1)}$ является максимальным значением пространственного угла атаки для всего атмосферного участка полёта БР.

ты моделирования и в настоящей работе не учитывается.

2. Уравнения для вычисления реакций органов управления

Перейдём к нахождению уравнений для определения отклонений управляющих органов как функции направления оси симметрии ракеты. Так как ось симметрии ракеты в скоростной системе координат удовлетворяет уравнению $\vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}} \cos\alpha_{\text{вр}} - \vec{\mathbf{y}}^{(a)}_{\text{вр}} \sin\alpha_{\text{вр}}$ (I,1.6), а вектор $\vec{\mathbf{Q}}^{(\text{вр})}_{\text{тр}}$ лежит в плоскости, образованной векторами $\vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}}$ и $\vec{\mathbf{x}}$, то обязательно существует такой угол κ, что

$$\vec{\mathbf{Q}}^{(\text{вр})}_{\text{тр}} = \vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}} \cos\kappa + \vec{\mathbf{y}}^{(a)}_{\text{вр}} \sin\kappa, \qquad (2.1)$$

при этом окажется выполненным равенство

$$\vec{\mathbf{z}}_{\text{вр}} \sin\kappa = [\vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}} \times \vec{\mathbf{Q}}^{(\text{вр})}_{\text{тр}}].$$

Введём в рассмотрение единичный вектор $\vec{\mathbf{i}}^{(\nu)}$, расположенный в этой же плоскости (образованной векторами $\vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}}$ и $\vec{\mathbf{x}}$), и положим

$$\vec{\mathbf{i}}^{(\nu)} = [\vec{\mathbf{Q}}^{(\text{вр})}_{\text{тр}} \times \vec{\mathbf{z}}_{\text{вр}}] = \vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}} \sin\kappa - \vec{\mathbf{y}}^{(a)}_{\text{вр}} \cos\kappa. \qquad (2.2)$$

Тогда будут также справедливы равенства

$$\vec{\mathbf{y}}^{(a)}_{\text{вр}} = \vec{\mathbf{Q}}^{(\text{вр})}_{\text{тр}} \sin\kappa - \vec{\mathbf{i}}^{(\nu)} \cos\kappa;$$
$$\vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}} = \vec{\mathbf{Q}}^{(\text{вр})}_{\text{тр}} \cos\kappa + \vec{\mathbf{i}}^{(\nu)} \sin\kappa,$$

а также соотношения

$$\vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{Q}}^{(\text{вр})}_{\text{тр}} \cos(\kappa + \alpha_{\text{вр}}) + \vec{\mathbf{i}}^{(\nu)} \sin(\kappa + \alpha_{\text{вр}});$$

$$\vec{\mathbf{y}}_{\text{вр}} = \vec{\mathbf{Q}}^{(\text{вр})}_{\text{тр}} \sin(\kappa + \alpha_{\text{вр}}) - \vec{\mathbf{i}}^{(\nu)} \cos\kappa(\kappa + \alpha_{\text{вр}}).$$

Как следствие уравнения (1.4), напишем

$$\vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}} \cos\alpha_{\text{вр}} + \vec{\mathbf{y}}^{(a)}_{\text{вр}} \frac{\sin\kappa}{|\sin\kappa|} \sin\alpha_{\text{вр}}.$$

Сравнивая выписанное равенство с уравнением (I,1.6), получим $\sin\kappa \le 0$, поэтому и $(\vec{\mathbf{y}}^{(a)}_{\text{вр}}, \vec{\mathbf{Q}}^{(\text{вр})}_{\text{тр}}) = \sin\kappa \le 0$. Используя взаимосвязь (I,1.5), перепишем уравнение (2.1) в виде

$$\vec{\mathbf{Q}}^{(\text{вр})}_{\text{тр}} = \vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}} \cos\kappa + (\vec{\mathbf{n}}_{\text{вр}} \cos\zeta_{\text{вр}} - \vec{\mathbf{c}}_{\text{вр}} \sin\zeta_{\text{вр}}) \sin\kappa. \qquad (2.3)$$

Угол $\zeta_{\text{вр}}$ в течение всего времени движения БР таков, что величина $\sin\zeta_{\text{вр}}$ оказывается малой величиной. Поэтому, сравнивая последнее уравнения с равенством (I,1.4)

$$\vec{\mathbf{Q}}_{\text{вр}} = \vec{\mathbf{x}}^{(a)}_{\text{вр}} \cos\theta_{\text{вр}} + \vec{\mathbf{n}}^{(a)}_{\text{вр}} \sin\theta_{\text{вр}},$$

можем заключить, что после окончания участка первого разворота ракеты по крену $\cos\zeta_{\text{вр}} < 0$.

Дифференцируем равенство (2.3) из условия $\vec{\mathbf{Q}}'^{(\text{вр})}_{\text{тр}} = 0$. Используя уравнения (I,1.5), (I,1.22), (I,1.23), (2.1) и (2.2), в итоге получим

$$\frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}} \vec{\mathbf{i}}^{(\nu)} - \left(\frac{g_{\text{п,c}}}{V_{\text{вр}}} \text{tg}\,\theta_{\text{вр}} + \frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} \text{ctg}\,\kappa \right) \times$$
$$\times \sin\kappa \cdot \vec{\mathbf{z}}_{\text{вр}} + \kappa' \vec{\mathbf{i}}^{(\nu)} + \zeta'_{\text{вр}} \vec{\mathbf{z}}_{\text{вр}} \sin\kappa = 0.$$

Сравнивая сомножители при независимых векторах, напишем

$$\zeta'_{\text{вр}} = \frac{g_{\text{п,c}}}{V_{\text{вр}}} \text{tg}\,\theta_{\text{вр}} + \frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} \text{ctg}\,\kappa; \quad \kappa' = -\frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}}. \qquad (2.4)$$

Подставляя $\zeta'_{\text{вр}}$ в выражение (I,1.29), получим угловую скорость $\Omega^{(a)}_{\text{x,вр}}$ вращения скоростной системы координат вокруг вектора скорости центра масс ракеты

$$\Omega^{(a)}_{\text{x,вр}} = -\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} \text{ctg}\,\kappa. \qquad (2.5)$$

И, как следствие выписанного равенства и уравнений (I,1.32), напишем координаты угловой скорости вращения полусвязанной системы координат

$$\Omega_{\text{x,вр}} = -\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} \frac{\cos(\kappa + \alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}; \quad \Omega_{\text{y,вр}} = -\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} \frac{\sin(\kappa + \alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa};$$
$$\Omega_{\text{z, вр}} = \frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}} - \alpha'_{\text{вр}}. \qquad (2.6)$$

Продифференцируем уравнение (2.5). Учитывая равенства (I,1.21) и (2.4), записываем

$$\Omega'^{(a)}_{\text{x,вр}} = -\frac{g'_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} \text{ctg}\,\kappa + \frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} \left(\frac{g^{(a)}_{\text{п,x}}}{V_{\text{вр}}} \text{ctg}\,\kappa - \frac{1}{\sin^2\kappa} \frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}} \right).$$

Дифференцируя (I,1.32) и (I,1.33) и учитывая ранее выписанные производные (II,3.10), получаем скорости изменения координат угловой скорости вращения полусвязанной системы координат

$$\begin{cases} \Omega'_{\text{x,вр}} = \left(\frac{g^{(a)}_{\text{п,x}}}{V_{\text{вр}}} \frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} - \frac{g'_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} \right) \frac{\cos(\kappa + \alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa} + \\ + \alpha'_{\text{вр}} \frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} \frac{\sin(\kappa + \alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa} - \frac{1}{\sin^2\kappa} \frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}} \frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} \cos\alpha_{\text{вр}}; \\ \Omega'_{\text{y,вр}} = \left(\frac{g^{(a)}_{\text{п,x}}}{V_{\text{вр}}} \frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} - \frac{g'_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} \right) \frac{\sin(\kappa + \alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa} - \\ - \alpha'_{\text{вр}} \frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} \frac{\cos(\kappa + \alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa} - \frac{1}{\sin^2\kappa} \frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}} \frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}} \sin\alpha_{\text{вр}}; \\ \Omega'_{\text{z, вр}} = \left(\frac{g'^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}} - \frac{g^{(a)}_{\text{п,x}}}{V_{\text{вр}}} \frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}} \right) - \alpha''_{\text{вр}}. \end{cases} \qquad (2.7)$$

Теперь для нахождения углов отклонения органов управления как функции положения и скорости центра масс ракеты, а также ориентации и скорости вращения её оси симметрии, подставим, как и положено, полученные производные (2.7) в уравнения Эйлера (II,3.8). Используя выражение (2.6) для угловых скоростей вращения полусвязанной системы координат, записываем уравнение по оси $\vec{\mathbf{x}}$

$$\left(\frac{g^{(a)}_{\text{п,x}}}{V_{\text{вр}}}\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}-\frac{g'_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\right)\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}+$$

$$+(\alpha'_{\text{вр}}+\omega_{\text{з}}j^{(\text{вр})}_{3,\text{z}})\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-$$

$$-\frac{1}{\sin^2\kappa}\frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}}\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\cos\alpha_{\text{вр}}+\omega_{\text{з}}j^{(\text{вр})}_{3,\text{y}}\left(\frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}}-\alpha'_{\text{вр}}\right)=\frac{M_{\text{x}}}{\text{I}_{\text{x}}}$$

и соответствующие уравнения по осям $\vec{\mathbf{y}}$ и $\vec{\mathbf{z}}$

$$\begin{cases}\left(\frac{g'_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}-\frac{g^{(a)}_{\text{п,x}}}{V_{\text{вр}}}\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\right)\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}+\\ +(\alpha'_{\text{вр}}+\omega_{\text{з}}j^{(\text{вр})}_{3,\text{z}})\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}+\\ +\frac{1}{\sin^2\kappa}\frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}}\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\sin\alpha_{\text{вр}}+\omega_{\text{з}}j_{3,\text{x}}\left(\frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}}-\alpha'_{\text{вр}}\right)-\\ -\left[\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-\omega_{\text{з}}j_{3,\text{x}}\right]\left(\frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}}-\alpha'_{\text{вр}}+\omega_{\text{з}}j^{(\text{вр})}_{3,\text{z}}\right)\times\\ \times\left(1-\frac{\text{I}_{\text{x}}}{\text{I}}\right)+\frac{M_{\text{y,вр}}}{\text{I}}=0;\\ \frac{g'^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}}-\frac{g^{(a)}_{\text{п,x}}}{V_{\text{вр}}}\frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}}-\alpha''_{\text{вр}}+\\ +\omega_{\text{з}}\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\left[j^{(\text{вр})}_{3,\text{y}}\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-j_{3,\text{x}}\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}\right]+\\ +\left[\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-\omega_{\text{з}}j_{3,\text{x}}\right]\times\\ \times\left[\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-\omega_{\text{з}}j^{(\text{вр})}_{3,\text{y}}\right]\left(1-\frac{\text{I}_{\text{x}}}{\text{I}}\right)=\frac{M_{\text{z,вр}}}{\text{I}}.\end{cases}\qquad(2.8)$$

Уравнение по оси $\vec{\mathbf{x}}$ определяет реакцию системы управления на поддержание ракеты неподвижной в полусвязанной системе координат. Вместе с тем полный расход запаса топлива на управление вращением ракеты вокруг оси симметрии на атмосферном участке крайне незначителен, а гироскопический эффект от фактического вращения ничтожен. Других дивидендов это уравнение не даёт, в силу чего оставим его без внимания.

Подставим в уравнения системы (2.8) полученные ранее производные от сил (II,1.21) – (II,1.23), и действующие на ракету моменты сил (II,2.7). После соответствующих преобразований получим

уравнение по оси Y

$$2\omega_{\text{з}}\left(j^{(a,\text{вр})}_{3,\text{y}}\frac{g^{(a)}_{\text{п,x}}}{V_{\text{вр}}}-j^{(a,\text{вр})}_{3,\text{x}}\frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}}\right)\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-$$

$$-\left[\omega_{\text{з}}{}^2\,j^{(a,\text{вр})}_{3,\text{x}}j^{(\text{вр})}_{3,\text{z}}+\left(\frac{\vec{\mathbf{g}}'^{(gr)}}{V_{\text{вр}}},\vec{\mathbf{z}}_{\text{вр}}\right)\right]\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}+\qquad(2.9)$$

$$+\left[\frac{mV_{\text{вр}}(x_{\text{р}}-x_{\text{с}})}{\text{I}}-\tilde{\Omega}^{(\text{dv})}_{\text{акт}}\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}\right]\frac{1}{V_{\text{вр}}}\frac{F_{\text{z,акт}}}{m}+$$

$$+(\alpha'_{\text{вр}}+\omega_{\text{з}}j^{(\text{вр})}_{3,\text{z}})\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-$$

$$-\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\left[\frac{g^{(a,\omega)}_{\text{x,вр}}-g^{(a,gr)}_{\text{x,вр}}}{V_{\text{вр}}}-\frac{g^{(a,\omega)}_{\text{y,вр}}-g^{(a,gr)}_{\text{y,вр}}}{V_{\text{вр}}}\text{ctg}\,\kappa+\frac{g^{(a)}_{\text{п,x}}}{V_{\text{вр}}}-m^{\alpha'}_{\omega}\frac{Sq_{\text{вр}}l^2}{V_{\text{вр}}\text{I}}\right]\times$$

$$\times\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}+\frac{1}{\sin^2\kappa}\frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}}\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\sin\alpha_{\text{вр}}+$$

$$+\omega_{\text{з}}j_{3,\text{x}}\left(\frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}}-\alpha'_{\text{вр}}\right)-\left[\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-\omega_{\text{з}}j_{3,\text{x}}\right]\times$$

$$\times\left[\frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}}-\alpha'_{\text{вр}}+\omega_{\text{з}}j^{(\text{вр})}_{3,\text{z}}\right]\left(1-\frac{\text{I}_{\text{x}}}{\text{I}}\right)=0;$$

уравнение по оси Z

$$2\omega_{\text{з}}\left(j^{(a,\text{вр})}_{3,\text{x}}\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}-j^{(\text{вр})}_{3,\text{z}}\frac{g^{(a)}_{\text{п,x}}}{V_{\text{вр}}}\right)-\omega_{\text{з}}{}^2\,j^{(a,\text{вр})}_{3,\text{x}}j^{(a,\text{вр})}_{3,\text{y}}-$$

$$-\left(\frac{\vec{\mathbf{g}}'^{(gr)}}{V_{\text{вр}}},\vec{\mathbf{y}}^{(a)}_{\text{вр}}\right)+\left(\tilde{\text{K}}^{(2)}_{\text{атм}}-\frac{m^{\alpha}_{\text{z}}Sq_{\text{вр}}l}{\text{I}}+\tilde{\Omega}^{(2)}_{\text{атм}}\frac{g^{(a)}_{\text{п,x}}}{V_{\text{вр}}}\right)\sin\alpha_{\text{вр}}-$$

$$-\alpha''_{\text{вр}}-\alpha'_{\text{вр}}\left(\frac{1}{V_{\text{вр}}}\frac{F^{(a)}_{\text{x,акт}}}{m}+m^{\alpha'}_{\omega}\frac{Sq_{\text{вр}}l^2}{V_{\text{вр}}\text{I}}+\frac{1}{V_{\text{вр}}}\frac{F_{2,\text{атм}}}{m}\cos\alpha_{\text{вр}}\right)-$$

$$-\tilde{\Omega}^{(\text{dv})}_{\text{акт}}\frac{1}{V_{\text{вр}}}\frac{F^{(a)}_{\text{y,акт}}}{m}+\frac{mV_{\text{вр}}(x_{\text{р}}-x_{\text{с}})}{\text{I}}\frac{1}{V_{\text{вр}}}\frac{F_{\text{y,акт}}}{m}+$$

$$+\frac{g^{(a)}_{\text{п,y}}}{V_{\text{вр}}}\left[m^{\alpha'}_{\omega}\frac{Sq_{\text{вр}}l^2}{V_{\text{вр}}\text{I}}-\frac{g^{(a)}_{\text{п,x}}}{V_{\text{вр}}}-\frac{g^{(a,\omega)}_{\text{x,вр}}-g^{(a,gr)}_{\text{x,вр}}}{V_{\text{вр}}}\right]+$$

$$+\omega_{\text{з}}\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\left[j^{(\text{вр})}_{3,\text{y}}\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-j_{3,\text{x}}\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}\right]-$$

$$-\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\frac{g^{(\omega)}_{\text{z,вр}}-g^{(gr)}_{\text{z,вр}}}{V_{\text{вр}}}\text{ctg}\,\kappa+\left[\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-\omega_{\text{з}}j_{3,\text{x}}\right]\times$$

$$\times\left[\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-\omega_{\text{з}}j^{(\text{вр})}_{3,\text{y}}\right]\left(1-\frac{\text{I}_{\text{x}}}{\text{I}}\right)=0.\qquad(2.10)$$

Теперь задачей исследования является приведение выписанных уравнений к виду (1.6).

2.1. *Свойства уравнения по оси Y*

Для получения коэффициентов первого уравнения (1.6) рассмотрим уравнение (2.9).

Введём обозначения для величин, не зависящих от управлений $\tilde{\sigma}$ и ψ

$$\begin{cases}\text{T}^{(1)}_{0}=\omega_{\text{з}}V_{\text{вр}}j^{(a,\text{вр})}_{3,\text{x}}-g^{(ps)}_{\text{z,вр}}\,\text{ctg}\,\kappa;\\ \text{T}^{(2)}_{0}=g^{(ps)}_{\text{z,вр}}-\omega_{\text{з}}V_{\text{вр}}j^{(a,\text{вр})}_{3,\text{y}};\\ \tilde{\Psi}^{(a)}_{\text{X}}=2(g^{(a,\omega)}_{\text{x,вр}}-g^{(a,gr)}_{\text{x,вр}})-m^{\alpha'}_{\omega}\frac{Sq_{\text{вр}}l^2}{\text{I}};\\ \text{Y}^{(a)}_{\Pi}=\tilde{\Psi}^{(a)}_{\text{X}}+\frac{F_{1,\text{атм}}}{m}\cos\alpha_{\text{вр}}-(g^{(a,\omega)}_{\text{y,вр}}-g^{(a,gr)}_{\text{y,вр}})\,\text{ctg}\,\kappa.\end{cases}\qquad(2.11)$$

Полагая

$$\mathrm{T}_{\Pi}^{(1)} = \mathrm{T}_0^{(1)} - \frac{F_{\mathrm{z,акт}}}{m}\operatorname{ctg}\kappa; \quad \mathrm{T}_{\Pi}^{(2)} = \mathrm{T}_0^{(2)} + \frac{F_{\mathrm{z,акт}}}{m}, \qquad (2.12)$$

перепишем уравнение (2.9) в виде

$$\left[\frac{mV_{\mathrm{вр}}(x_{\mathrm{p}} - x_{\mathrm{c}})}{\mathrm{I}} - \tilde{\Omega}_{\mathrm{акт}}^{(\mathrm{dv})}\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa}\right]\times$$
$$\times\frac{1}{V_{\mathrm{вр}}}\frac{F_{\mathrm{z,акт}}}{m} - \frac{g_{\mathrm{п,z}}}{V_{\mathrm{вр}}}\left(\frac{\mathrm{Y}_{\Pi}^{(a)}}{V_{\mathrm{вр}}} + \frac{1}{V_{\mathrm{вр}}}\frac{F_{\mathrm{x,акт}}^{(a)}}{m}\right)\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa} -$$
$$-\omega_{з} j_{3,\mathrm{z}}^{(\mathrm{вр})}\left[\left(\frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(1)}}{V_{\mathrm{вр}}}\cos\alpha_{\mathrm{вр}} + \frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(2)}}{V_{\mathrm{вр}}}\sin\alpha_{\mathrm{вр}}\right)\times\right.$$
$$\left.\frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}} + \omega_{з}(j_{3,\mathrm{y}}^{(a,\mathrm{вр})} + j_{3,\mathrm{x}}^{(a,\mathrm{вр})}\operatorname{ctg}\kappa)\sin\alpha_{\mathrm{вр}}\right] +$$
$$+\frac{g_{\mathrm{п,y}}^{(a)}}{V_{\mathrm{вр}}}\left[\left(\frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(2)}}{V_{\mathrm{вр}}} - \frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(1)}}{V_{\mathrm{вр}}}\operatorname{ctg}\kappa\right)\sin\alpha_{\mathrm{вр}} +\right.$$
$$\left.\left(\frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(1)}}{V_{\mathrm{вр}}}\cos\alpha_{\mathrm{вр}} + \frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(2)}}{V_{\mathrm{вр}}}\sin\alpha_{\mathrm{вр}}\right)\left(1 - \frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\right) - \omega_{з} j_{3,\mathrm{x}}^{(a,\mathrm{вр})}\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa}\right] +$$
$$+2\omega_{з} j_{3,\mathrm{y}}^{(a,\mathrm{вр})}\frac{g_{\mathrm{п,x}}^{(a)}}{V_{\mathrm{вр}}}\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa} - \alpha'_{\mathrm{вр}}\left(\frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(1)}}{V_{\mathrm{вр}}}\cos\alpha_{\mathrm{вр}} + \frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(2)}}{V_{\mathrm{вр}}}\sin\alpha_{\mathrm{вр}}\right)\times$$
$$\times\left(2 - \frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\right) - \left(\frac{\vec{\mathbf{g}}'^{(gr)}}{V_{\mathrm{вр}}}, \vec{\mathbf{z}}_{\mathrm{вр}}\right)\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa} = 0. \qquad (2.13)$$

Вводя дополнительные обозначения для независящих от управлений величин

$$\mathrm{B}_{\mathrm{Y}}^{(0)} = V_{\mathrm{вр}}\left[\omega_{з} j_{3,\mathrm{z}}^{(\mathrm{вр})}\frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}} + \alpha'_{\mathrm{вр}}\left(2 - \frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\right)\right];$$
$$\mathrm{B}_{\mathrm{Y}}^{(1)} = \frac{\sin\alpha_{\mathrm{вр}}}{\sin^2\kappa} - \frac{\cos(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa}\left(1 - \frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\right) \qquad (2.14)$$

и используя тождество

$$\mathrm{T}_0^{(1)}\cos\alpha_{\mathrm{вр}} + \mathrm{T}_0^{(2)}\sin\alpha_{\mathrm{вр}} =$$
$$= \omega_{з} V_{\mathrm{вр}} j_{3,\mathrm{x}} - g_{\mathrm{z,вр}}^{(ps)}\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa}, \qquad (2.15)$$

переписываем уравнение (2.13) в приведённом к управляющим силам виде

$$\left[2\omega_{з} j_{3,\mathrm{y}}^{(a,\mathrm{вр})}\frac{g_{\mathrm{x,вр}}^{(a,ps)}}{V_{\mathrm{вр}}} - \frac{g_{\mathrm{z,вр}}^{(ps)}}{V_{\mathrm{вр}}}\frac{\mathrm{Y}_{\Pi}^{(a)}}{V_{\mathrm{вр}}} - \left(\frac{\vec{\mathbf{g}}'^{(gr)}}{V_{\mathrm{вр}}}, \vec{\mathbf{z}}_{\mathrm{вр}}\right)\right]\times$$
$$\times\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa} - \omega_{з}^{\,2} j_{3,\mathrm{z}}^{(\mathrm{вр})}(j_{3,\mathrm{y}}^{(a,\mathrm{вр})} + j_{3,\mathrm{x}}^{(a,\mathrm{вр})}\operatorname{ctg}\kappa)\sin\alpha_{\mathrm{вр}} -$$
$$-\frac{\mathrm{B}_{\mathrm{Y}}^{(0)}}{V_{\mathrm{вр}}}\left(\frac{\mathrm{T}_0^{(1)}}{V_{\mathrm{вр}}}\cos\alpha_{\mathrm{вр}} + \frac{\mathrm{T}_0^{(2)}}{V_{\mathrm{вр}}}\sin\alpha_{\mathrm{вр}}\right) + \frac{g_{\mathrm{y,вр}}^{(a,ps)}}{V_{\mathrm{вр}}}\frac{Q_{\mathrm{Y}}^{(1)}}{V_{\mathrm{вр}}} -$$
$$-\frac{1}{V_{\mathrm{вр}}}\frac{F_{\mathrm{x,акт}}^{(a)}}{m}\left(\frac{g_{\mathrm{z,вр}}^{(ps)}}{V_{\mathrm{вр}}} - 2\omega_{з} j_{3,\mathrm{y}}^{(a,\mathrm{вр})}\right)\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa} +$$
$$+\frac{1}{V_{\mathrm{вр}}}\frac{F_{\mathrm{y,акт}}^{(a)}}{m}\frac{Q_{\mathrm{Y}}^{(1)}}{V_{\mathrm{вр}}} + \left\{\frac{mV_{\mathrm{вр}}(x_{\mathrm{p}} - x_{\mathrm{c}})}{\mathrm{I}} -\right.$$
$$\left.-\left(\frac{\mathrm{Y}_{\Pi}^{(a)}}{V_{\mathrm{вр}}} + \tilde{\Omega}_{\mathrm{акт}}^{(\mathrm{dv})}\right)\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa} + \frac{\mathrm{B}_{\mathrm{Y}}^{(0)}}{V_{\mathrm{вр}}}\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa} +\right.$$
$$\left.+\frac{g_{\mathrm{y,вр}}^{(a,ps)}}{V_{\mathrm{вр}}}\mathrm{B}_{\mathrm{Y}}^{(1)}\right\}\frac{1}{V_{\mathrm{вр}}}\frac{F_{\mathrm{z,акт}}}{m} + \frac{1}{V_{\mathrm{вр}}}\frac{F_{\mathrm{y,акт}}^{(a)}}{m}\frac{1}{V_{\mathrm{вр}}}\frac{F_{\mathrm{z,акт}}}{m}\mathrm{B}_{\mathrm{Y}}^{(1)} -$$
$$-\frac{1}{V_{\mathrm{вр}}}\frac{F_{\mathrm{x,акт}}^{(a)}}{m}\frac{1}{V_{\mathrm{вр}}}\frac{F_{\mathrm{z,акт}}}{m}\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa} = 0,$$

где использовано обозначение

$$Q_{\mathrm{Y}}^{(1)} = \mathrm{B}_{\mathrm{Y}}^{(1)} g_{\mathrm{z,вр}}^{(ps)} - 2\omega_{з} V_{\mathrm{вр}}(j_{3,\mathrm{y}}^{(a,\mathrm{вр})} +$$
$$+ j_{3,\mathrm{x}}^{(a,\mathrm{вр})}\operatorname{ctg}\kappa)\sin\alpha_{\mathrm{вр}} - \omega_{з} V_{\mathrm{вр}} j_{3,\mathrm{x}}\frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}. \qquad (2.16)$$

Тогда уравнение Эйлера (2.9) по оси Y может быть переписано в специальном виде

$$\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(0)} + \mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{X})}\frac{F_{\mathrm{x,акт}}}{m} + \mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Y})}\frac{F_{\mathrm{y,акт}}}{m} + \mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Z})}\frac{F_{\mathrm{z,акт}}}{m} +$$
$$+\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{X,Z})}\frac{F_{\mathrm{x,акт}}}{m}\frac{F_{\mathrm{z,акт}}}{m} + \mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Y,Z})}\frac{F_{\mathrm{y,акт}}}{m}\frac{F_{\mathrm{z,акт}}}{m} = 0, \qquad (2.17)$$

в котором свободный коэффициент

$$\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(0)} = [2\omega_{з} V_{\mathrm{вр}} j_{3,\mathrm{y}}^{(a,\mathrm{вр})} g_{\mathrm{x,вр}}^{(a,ps)} - V_{\mathrm{вр}}(\vec{\mathbf{g}}'^{(gr)}, \vec{\mathbf{z}}_{\mathrm{вр}}) -$$
$$- \mathrm{Y}_{\Pi}^{(a)} g_{\mathrm{z,вр}}^{(ps)}]\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa} - \omega_{з}^{\,2} V_{\mathrm{вр}}^{\,2} j_{3,\mathrm{z}}^{(\mathrm{вр})}(j_{3,\mathrm{y}}^{(a,\mathrm{вр})} +$$
$$+ j_{3,\mathrm{x}}^{(a,\mathrm{вр})}\operatorname{ctg}\kappa)\sin\alpha_{\mathrm{вр}} - \mathrm{B}_{\mathrm{Y}}^{(0)}(\mathrm{T}_0^{(1)}\cos\alpha_{\mathrm{вр}} +$$
$$+ \mathrm{T}_0^{(2)}\sin\alpha_{\mathrm{вр}}) + g_{\mathrm{y,вр}}^{(a,ps)} Q_{\mathrm{Y}}^{(1)}. \qquad (2.18)$$

Коэффициенты при линейных членах от координат сил

$$\begin{cases}
\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{X})} = -\left[Q_{\mathrm{Y}}^{(1)}\sin\alpha_{\mathrm{вр}} + (g_{\mathrm{z,вр}}^{(ps)} - 2\omega_{з} V_{\mathrm{вр}} j_{3,\mathrm{y}}^{(a,\mathrm{вр})})\times\right. \\
\left.\times\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa}\cos\alpha_{\mathrm{вр}}\right]; \\
\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Y})} = Q_{\mathrm{Y}}^{(1)}\cos\alpha_{\mathrm{вр}} - (g_{\mathrm{z,вр}}^{(ps)} - \\
-2\omega_{з} V_{\mathrm{вр}} j_{3,\mathrm{y}}^{(a,\mathrm{вр})})\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa}\sin\alpha_{\mathrm{вр}}; \\
\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Z})} = \frac{mV_{\mathrm{вр}}^{\,2}(x_{\mathrm{p}} - x_{\mathrm{c}})}{\mathrm{I}} - (\mathrm{Y}_{\Pi}^{(a)} + \\
+V_{\mathrm{вр}}\tilde{\Omega}_{\mathrm{акт}}^{(\mathrm{dv})})\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa} + \mathrm{B}_{\mathrm{Y}}^{(0)}\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})}{\sin\kappa} + \mathrm{B}_{\mathrm{Y}}^{(1)} g_{\mathrm{y,вр}}^{(a,ps)},
\end{cases} \qquad (2.19)$$

а также коэффициенты при квадратичных членах

$$\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{X,Z})} = -1 - \left[\frac{\sin\alpha_{\mathrm{вр}}}{\sin\kappa} + \frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\cos(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})\right]\frac{\sin\alpha_{\mathrm{вр}}}{\sin\kappa};$$
$$\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Y,Z})} = \left[\frac{\sin\alpha_{\mathrm{вр}}}{\sin\kappa} + \frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\cos(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})\right]\frac{\cos\alpha_{\mathrm{вр}}}{\sin\kappa} - \operatorname{ctg}\kappa.$$

Последние уравнения могут быть записаны в симметричном виде

$$\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{X,Z})} = -1 - \left[\frac{\sin\alpha_{\mathrm{вр}}}{\sin\kappa} + \frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\cos(\kappa+\alpha_{\mathrm{вр}})\right]\frac{\sin\alpha_{\mathrm{вр}}}{\sin\kappa}; \qquad (2.20)$$

$$\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Y,Z})}=\left[\frac{\sin\alpha_{\text{вр}}}{\sin\kappa}+\frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\cos(\kappa+\alpha_{\text{вр}})\right]\frac{\cos\alpha_{\text{вр}}}{\sin\kappa}-\operatorname{ctg}\kappa.$$

Остальные коэффициенты тождественно равны нулю, $\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{X,X})}=\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{X,Y})}=\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Y,Y})}=\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Z,Z})}=0$. При этом в практическом применении, если предварительно рассчитаны коэффициенты $\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{X,Z})}$ и $\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Y,Z})}$, коэффициенты $\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{X})}$ и $\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Y})}$ (2.19) могут быть получены с использованием равенств

$$\begin{cases}\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{X})}=g_{\mathrm{z,вр}}^{(ps)}\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{X,Z})}+\omega_{\text{з}}V_{\text{вр}}\times\\ \times\left[2j_{\mathrm{3,y}}^{(a,\text{вр})}+\left(2j_{\mathrm{3,y}}^{(\text{вр})}\operatorname{ctg}\kappa+j_{\mathrm{3,x}}\frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\right)\sin\alpha_{\text{вр}}\right];\\ \mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Y})}=g_{\mathrm{z,вр}}^{(ps)}\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Y,Z})}-\omega_{\text{з}}V_{\text{вр}}j_{\mathrm{3,x}}\times\\ \times\left(2\operatorname{ctg}\kappa\sin\alpha_{\text{вр}}+\frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\cos\alpha_{\text{вр}}\right).\end{cases}$$

Полагая далее $x=\sin\tilde{\sigma}\cos\psi$, $y=\sin\tilde{\sigma}\sin\psi$, приведём уравнение (2.17) к виду первого уравнения (1.6)

$$a_{\mathrm{Y}}^{(0)}+a_{\mathrm{Y}}^{(1)}\cos\tilde{\sigma}+a_{\mathrm{Y}}^{(2)}x+a_{\mathrm{Y}}^{(3)}y+\\+a_{\mathrm{Y}}^{(5)}y\cos\tilde{\sigma}+a_{\mathrm{Y}}^{(7)}xy=0,\qquad(2.21)$$

где $\cos\tilde{\sigma}=\sqrt{1-x^2-y^2}$.

С учётом уравнения (2.17) коэффициенты уравнения (2.21) удовлетворят системе уравнений

$$\begin{cases}a_{\mathrm{Y}}^{(0)}=\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(0)};\quad a_{\mathrm{Y}}^{(1)}=\frac{\mathrm{P_l}}{m}\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{X})};\\ a_{\mathrm{Y}}^{(2)}=\frac{\mathrm{P_l}}{m}\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Y})};\quad a_{\mathrm{Y}}^{(3)}=\frac{\mathrm{P_l}}{m}\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Z})};\\ a_{\mathrm{Y}}^{(5)}=\left(\frac{\mathrm{P_l}}{m}\right)^2\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{X,Z})};\quad a_{\mathrm{Y}}^{(7)}=\left(\frac{\mathrm{P_l}}{m}\right)^2\mathrm{K}_{\mathrm{Y}}^{(\mathrm{Y,Z})}.\end{cases}\qquad(2.22)$$

Остальные коэффициенты тождественно равны нулю $a_{\mathrm{Y}}^{(4)}=a_{\mathrm{Y}}^{(6)}=a_{\mathrm{Y}}^{(8)}=0$. Уравнение (2.21) отвечает за нахождение угла ψ. Как было отмечено в предыдущем разделе, отличие угла ψ от 180 градусов обусловлено исключительно кориолисовыми силами. При этом, если вращение Земли учитывается, то угол ψ будет зависеть также от угла управления $\tilde{\sigma}$, характеристик БР и траектории её движения.

2.2. *Свойства уравнения по оси Z*

Используя обозначения (2.11), а также тождества

$$\left[g_{\text{п,z}}\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-\omega_{\text{з}}V_{\text{вр}}j_{\mathrm{3,x}}\right]\times\\\times\left[g_{\text{п,z}}\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-\omega_{\text{з}}V_{\text{вр}}j_{\mathrm{3,y}}^{(\text{вр})}\right]=\\=(\mathrm{T}_{\Pi}^{(1)}\cos\alpha_{\text{вр}}+\mathrm{T}_{\Pi}^{(2)}\sin\alpha_{\text{вр}})(\mathrm{T}_{\Pi}^{(1)}\sin\alpha_{\text{вр}}-\mathrm{T}_{\Pi}^{(2)}\cos\alpha_{\text{вр}});$$

$$\frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(1)}}{V_{\text{вр}}}\frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(2)}}{V_{\text{вр}}}=\omega_{\text{з}}\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}(j_{\mathrm{3,x}}^{(a,\text{вр})}+j_{\mathrm{3,y}}^{(a,\text{вр})}\operatorname{ctg}\kappa)-\\-\omega_{\text{з}}{}^2\,j_{\mathrm{3,x}}^{(a,\text{вр})}j_{\mathrm{3,y}}^{(a,\text{вр})}-\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\operatorname{ctg}\kappa$$

и

$$j_{\mathrm{3,y}}^{(\text{вр})}\frac{\cos(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}-j_{\mathrm{3,x}}\frac{\sin(\kappa+\alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}=j_{\mathrm{3,y}}^{(a,\text{вр})}\operatorname{ctg}\kappa-j_{\mathrm{3,x}}^{(a,\text{вр})},$$

после соответствующих преобразований сгруппируем в уравнении (2.10) члены, не зависящие от управляющих воздействий ракеты

$$\left(\tilde{\mathrm{K}}_{\text{атм}}^{(2)}-\frac{m_{\mathrm{z}}^{\alpha}Sq_{\text{вр}}l}{\mathrm{I}}+\tilde{\Omega}_{\text{атм}}^{(2)}\frac{g_{\text{п,x}}^{(a)}}{V_{\text{вр}}}\right)\sin\alpha_{\text{вр}}-\left(\frac{\vec{\mathbf{g}}'^{(gr)}}{V_{\text{вр}}},\vec{\mathbf{y}}_{\text{вр}}^{(a)}\right)-\\-\tilde{\Omega}_{\text{акт}}^{(\mathrm{dv})}\frac{1}{V_{\text{вр}}}\frac{F_{\text{y,акт}}^{(a)}}{m}+\frac{mV_{\text{вр}}(x_{\text{р}}-x_{\text{с}})}{\mathrm{I}}\frac{1}{V_{\text{вр}}}\frac{F_{\text{y,акт}}}{m}-\alpha_{\text{вр}}''-\\-\alpha_{\text{вр}}'\left(\frac{1}{V_{\text{вр}}}\frac{F_{\text{x,акт}}^{(a)}}{m}+m_{\omega}^{\alpha'}\frac{Sq_{\text{вр}}l^2}{V_{\text{вр}}\mathrm{I}}+\frac{1}{V_{\text{вр}}}\frac{F_{\mathrm{2,атм}}}{m}\cos\alpha_{\text{вр}}\right)-\\-\frac{g_{\text{п,y}}^{(a)}}{V_{\text{вр}}}\left(\frac{g_{\text{п,x}}^{(a)}}{V_{\text{вр}}}+\frac{g_{\text{x,вр}}^{(a,\omega)}-g_{\text{x,вр}}^{(a,gr)}}{V_{\text{вр}}}-m_{\omega}^{\alpha'}\frac{Sq_{\text{вр}}l^2}{V_{\text{вр}}\mathrm{I}}\right)-2\omega_{\text{з}}j_{\mathrm{3,z}}^{(\text{вр})}\frac{g_{\text{п,x}}^{(a)}}{V_{\text{вр}}}+\\+\frac{g_{\text{п,z}}}{V_{\text{вр}}}\frac{1}{V_{\text{вр}}}\frac{F_{\text{z,акт}}}{m}\operatorname{ctg}\kappa+\frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(1)}}{V_{\text{вр}}}\frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(2)}}{V_{\text{вр}}}\frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}+\qquad(2.23)$$

$$+\left\{\left[\left(\frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(1)}}{V_{\text{вр}}}\right)^2-\left(\frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(2)}}{V_{\text{вр}}}\right)^2\right]\cos\alpha_{\text{вр}}+2\frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(1)}}{V_{\text{вр}}}\frac{\mathrm{T}_{\Pi}^{(2)}}{V_{\text{вр}}}\sin\alpha_{\text{вр}}\right\}\times\\\times\left(1-\frac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\right)\sin\alpha_{\text{вр}}=0.$$

Полагая далее

$$Q_{\mathrm{Z}}^{(1)}=V_{\text{вр}}(\tilde{\Omega}_{\text{атм}}^{(2)}\sin\alpha_{\text{вр}}-2\omega_{\text{з}}j_{\mathrm{3,z}}^{(\text{вр})})\qquad(2.24)$$

и используя обозначения (2.13) и уравнения (2.14), перепишем уравнение (2.23) в виде полинома от управляющих сил

$$\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(0)}-\alpha_{\text{вр}}''V_{\text{вр}}{}^2-\alpha_{\text{вр}}'V_{\text{вр}}\left(m_{\omega}^{\alpha'}\frac{Sq_{\text{вр}}l^2}{\mathrm{I}}+\frac{F_{\mathrm{2,атм}}}{m}\cos\alpha_{\text{вр}}\right)+\\+\left(\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{X})}-\alpha_{\text{вр}}'V_{\text{вр}}\cos\alpha_{\text{вр}}\right)\frac{F_{\text{x,акт}}}{m}+\\+\left(\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{Y})}-\alpha_{\text{вр}}'V_{\text{вр}}\sin\alpha_{\text{вр}}\right)\frac{F_{\text{y,акт}}}{m}+\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{Z})}\frac{F_{\text{z,акт}}}{m}+\\+\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{X,X})}\left(\frac{F_{\text{x,акт}}}{m}\right)^2+\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{X,Y})}\frac{F_{\text{x,акт}}}{m}\frac{F_{\text{y,акт}}}{m}+\\+\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{Y,Y})}\left(\frac{F_{\text{y,акт}}}{m}\right)^2+\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{Z,Z})}\left(\frac{F_{\text{z,акт}}}{m}\right)^2=0,\qquad(2.25)$$

где свободный коэффициент $\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(0)}$ не зависит от величин $\alpha_{\text{вр}}'$ и $\alpha_{\text{вр}}''$ и запишется в виде

$$\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(0)}=\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(00)}+\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(01)}\sin\alpha_{\text{вр}}-\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(02)}\cos\alpha_{\text{вр}}+\\+\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(03)}\sin^2\alpha_{\text{вр}}+\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(04)}\sin\alpha_{\text{вр}}\cos\alpha_{\text{вр}}.\qquad(2.26)$$

Коэффициенты $\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(00)}$, $\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(01)}$, $\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(02)}$, $\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(03)}$ и $\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(04)}$ не зависят от пространственного угла $\alpha_{\text{вр}}$ и имеют вид

$$\begin{cases} \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(00)} = \mathrm{T}_0^{(1)}\mathrm{T}_0^{(2)}\dfrac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}} - V_{\text{вр}}(\vec{\mathbf{g}}'^{(gr)}, \vec{\mathbf{y}}_{\text{вр}}^{(a)}) - \tilde{\Psi}_{\mathrm{X}}^{(a)}(g_{\mathrm{y,вр}}^{(a,\omega)} - \\ -g_{\mathrm{y,вр}}^{(a,gr)}) - 2\omega_з V_{\text{вр}} j_{3,\mathrm{z}}^{(\text{вр})}(g_{\mathrm{x,вр}}^{(a,\omega)} - g_{\mathrm{x,вр}}^{(a,gr)}); \\ \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(01)} = V_{\text{вр}}{}^2\left(\tilde{\mathrm{K}}_{\text{атм}}^{(2)} - \dfrac{m_{\mathrm{z}}^{\alpha} S q_{\text{вр}} l}{\mathrm{I}}\right) + \\ +V_{\text{вр}}\tilde{\Omega}_{\text{атм}}^{(2)}(g_{\mathrm{x,вр}}^{(a,\omega)} - g_{\mathrm{x,вр}}^{(a,gr)}) + \tilde{\Psi}_{\mathrm{X}}^{(a)}\dfrac{F_{2,\text{атм}}}{m}; \\ \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(02)} = \dfrac{F_{1,\text{атм}}}{m}\tilde{\Psi}_{\mathrm{Y}}^{(a)}; \qquad \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(03)} = 2\mathrm{T}_0^{(1)}\mathrm{T}_0^{(2)}\left(1 - \dfrac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\right); \\ \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(04)} = (\mathrm{T}_0^{(1)2} - \mathrm{T}_0^{(2)2})\left(1 - \dfrac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\right) + \dfrac{F_{1,\text{атм}}}{m}\left(\dfrac{F_{2,\text{атм}}}{m} + V_{\text{вр}}\tilde{\Omega}_{\text{атм}}^{(2)}\right). \end{cases} \quad (2.27)$$

Функция $\tilde{\Psi}_{\mathrm{X}}^{(a)}$ определена из (2.11), а $\tilde{\Psi}_{\mathrm{Y}}^{(a)}$ удовлетворяет равенству

$$\tilde{\Psi}_{\mathrm{Y}}^{(a)} = g_{\mathrm{y,вр}}^{(a,\omega)} - g_{\mathrm{y,вр}}^{(a,gr)} + 2\omega_з V_{\text{вр}} j_{3,\mathrm{z}}^{(\text{вр})}. \quad (2.28)$$

Коэффициенты при линейных членах от координат сил

$$\begin{cases} \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{X})} = \tilde{\Psi}_1^{(\mathrm{U})}\sin\alpha_{\text{вр}} - \tilde{\Psi}_{\mathrm{Y}}^{(a)}\cos\alpha_{\text{вр}} + \tilde{\Psi}_3^{(\mathrm{U})}\sin\alpha_{\text{вр}}\cos\alpha_{\text{вр}}; \\ \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{Y})} = \tilde{\Psi}_2^{(\mathrm{U})} - \tilde{\Psi}_{\mathrm{Y}}^{(a)}\sin\alpha_{\text{вр}} - \tilde{\Psi}_1^{(\mathrm{U})}\cos\alpha_{\text{вр}} + \tilde{\Psi}_3^{(\mathrm{U})}\sin^2\alpha_{\text{вр}}; \\ \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{Z})} = \tilde{\Psi}_4^{(\mathrm{U})} - \tilde{\Psi}_6^{(\mathrm{U})}\sin\alpha_{\text{вр}}\cos\alpha_{\text{вр}} + \tilde{\Psi}_5^{(\mathrm{U})}\sin^2\alpha_{\text{вр}}, \end{cases} \quad (2.29)$$

где функция $\tilde{\Psi}_{\mathrm{Y}}^{(a)}$ и коэффициенты $\tilde{\Psi}_1^{(\mathrm{U})}$, $\tilde{\Psi}_2^{(\mathrm{U})}$, $\tilde{\Psi}_3^{(\mathrm{U})}$, $\tilde{\Psi}_4^{(\mathrm{U})}$, $\tilde{\Psi}_5^{(\mathrm{U})}$ и $\tilde{\Psi}_6^{(\mathrm{U})}$ не зависят от пространственного угла атаки $\alpha_{\text{вр}}$.

$$\begin{cases} \tilde{\Psi}_1^{(\mathrm{U})} = \tilde{\Psi}_{\mathrm{X}}^{(a)} + V_{\text{вр}}\tilde{\Omega}_{\text{акт}}^{(\mathrm{dv})}; \\ \tilde{\Psi}_2^{(\mathrm{U})} = \dfrac{m V_{\text{вр}}{}^2(x_{\mathrm{p}} - x_{\mathrm{c}})}{\mathrm{I}} - \dfrac{F_{1,\text{атм}}}{m}; \\ \tilde{\Psi}_3^{(\mathrm{U})} = \left(V_{\text{вр}}\tilde{\Omega}_{\text{атм}}^{(2)} + \dfrac{F_{1,\text{атм}} + F_{2,\text{атм}}}{m}\right); \\ \tilde{\Psi}_4^{(\mathrm{U})} = (\mathrm{T}_0^{(1)} - \mathrm{T}_0^{(2)}\operatorname{ctg}\kappa)\dfrac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}} + (g_{\mathrm{z,вр}}^{(\omega)} - g_{\mathrm{z,вр}}^{(gr)})\operatorname{ctg}\kappa; \\ \tilde{\Psi}_5^{(\mathrm{U})} = 2(\mathrm{T}_0^{(1)} - \mathrm{T}_0^{(2)}\operatorname{ctg}\kappa)\left(1 - \dfrac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\right); \\ \tilde{\Psi}_6^{(\mathrm{U})} = 2(\mathrm{T}_0^{(1)}\operatorname{ctg}\kappa + \mathrm{T}_0^{(2)})\left(1 - \dfrac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\right). \end{cases} \quad (2.30)$$

Коэффициенты при квадратичных членах запишем в виде

$$\begin{cases} \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{X,X})} = \sin\alpha_{\text{вр}}\cos\alpha_{\text{вр}}; \\ \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{X,Y})} = -\cos 2\alpha_{\text{вр}}; \quad \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{Y,Y})} = -\sin\alpha_{\text{вр}}\cos\alpha_{\text{вр}}; \\ \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{Z,Z})} = \dfrac{\sin(\kappa + \alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}\dfrac{\cos(\kappa + \alpha_{\text{вр}})}{\sin\kappa}\left(1 - \dfrac{\mathrm{I_x}}{\mathrm{I}}\right); \\ \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{X,Z})} = \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{Y,Z})} = 0. \end{cases} \quad (2.31)$$

Полагая $x = \sin\tilde{\sigma}\cos\psi$, $y = \sin\tilde{\sigma}\sin\psi$, рассмотрим второе уравнение (1.6)

$$a_{\mathrm{Z}}^{(0)} + a_{\mathrm{Z}}^{(1)}\cos\tilde{\sigma} + a_{\mathrm{Z}}^{(2)}x + a_{\mathrm{Z}}^{(3)}y + a_{\mathrm{Z}}^{(4)}x\cos\tilde{\sigma} + \\ +a_{\mathrm{Z}}^{(6)}x^2 + a_{\mathrm{Z}}^{(8)}y^2 - \alpha''_{\text{вр}}V_{\text{вр}}{}^2 = 0, \quad (2.32)$$

в котором $\cos\tilde{\sigma} = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. С учётом уравнения (2.25) коэффициенты уравнения (2.29) удовлетворят системе уравнений

$$\begin{cases} a_{\mathrm{Z}}^{(0)} = \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(0)} + \left(\dfrac{\mathrm{P_1}}{m}\right)^2 \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{X,X})} - \\ -\alpha'_{\text{вр}}V_{\text{вр}}\left(m_{\omega}^{\alpha'}\dfrac{S q_{\text{вр}} l^2}{\mathrm{I}} + \dfrac{F_{2,\text{атм}}}{m}\cos\alpha_{\text{вр}}\right); \\ a_{\mathrm{Z}}^{(1)} = \dfrac{\mathrm{P_1}}{m}(\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{X})} - \alpha'_{\text{вр}}V_{\text{вр}}\cos\alpha_{\text{вр}}); \\ a_{\mathrm{Z}}^{(2)} = \dfrac{\mathrm{P_1}}{m}(\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{Y})} - \alpha'_{\text{вр}}V_{\text{вр}}\sin\alpha_{\text{вр}}); \quad a_{\mathrm{Z}}^{(3)} = \dfrac{\mathrm{P_1}}{m}\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{Z})}; \\ a_{\mathrm{Z}}^{(4)} = \left(\dfrac{\mathrm{P_1}}{m}\right)^2 \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{X,Y})}; \quad a_{\mathrm{Z}}^{(6)} = \left(\dfrac{\mathrm{P_1}}{m}\right)^2 (\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{Y,Y})} - \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{X,X})}); \\ a_{\mathrm{Z}}^{(8)} = \left(\dfrac{\mathrm{P_1}}{m}\right)^2 (\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{Z,Z})} - \mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(\mathrm{X,X})}). \end{cases} \quad (2.33)$$

Остальные коэффициенты тождественно равны нулю $a_{\mathrm{Z}}^{(5)} \equiv a_{\mathrm{Z}}^{(7)} \equiv 0$. Уравнение (2.32) отвечает за нахождение управления.

Зависимость угла $\tilde{\sigma}$ отклонения сопел ДУ ракеты от числа Маха тесно связана с принимаемым законом изменения пространственного угла атаки от числа Маха.

Однако, забегая вперёд, покажем характерный вид графика изменения величины $\tilde{\sigma}$ угла отклонения сопел от оси симметрии БР. Для рассматриваемого примера и угла первого завала по крену $\alpha_{\text{вр}}^{(1)} = 8$ обсуждаемый график представлен на рис. 2. Для значения угла завала $\alpha_{\text{вр}}^{(1)} = 12$ аналогичная зависимость показана на рис. 3.

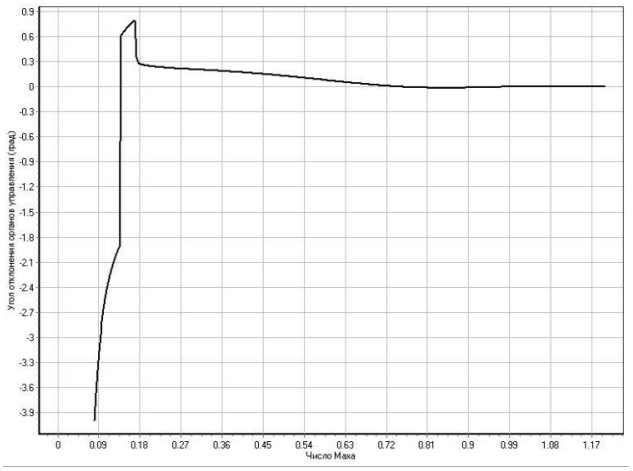

Рис.2. Зависимость угла (сигма) отклонения сопел от числа Маха на атмосферном участке до M=1,2: $\alpha_{\text{вр}}^{(1)} = 8$

Нам не известны конкретные конструктивные ограничения для величины начального угла завала БР по крену после окончания участка вертикального старта. Для принятого в работе примера максимальное условное значение остатка топлива БР Трайдент D-5 (в предположении отсутствия системы GEMS) после выхода на попадающую траектории с заданным углом бросания достигается при угле завала $\alpha_{вр}^{(1)} = 14,08^{\circ}$ (для принятой схемы расчёта). Такой угол завала будем называть оптимальным. Увеличение начального угла завала $\alpha_{вр}^{(1)}$ по крену больше оптимального приводит к дополнительной задержке выхода ракеты за пределы атмосферы и, как следствие, к необоснованным диссипативным потерям запаса кажущейся скорости. В расчётных примерах величину угла завала $\alpha_{вр}^{(1)}$ будем ограничивать значением 12 градусов.

3. Уравнение по оси Z относительно пространственного угла атаки

Обратим уравнение (2.32) и перепишем его относительно функций пространственного угла атаки.

$$A_{PZ}^{(0)} + A_{PZ}^{(1)} \sin\alpha_{вр} - A_{PZ}^{(2)} \cos\alpha_{вр} + A_{PZ}^{(3)} \sin\alpha_{вр}\cos\alpha_{вр} + A_{PZ}^{(4)} \sin^2\alpha_{вр} - \alpha'_{вр} V_{вр} m_{\omega}^{\alpha'} \frac{Sq_{вр} l^2}{I} - \alpha''_{вр} V_{вр}{}^2 = 0, \quad (3.1)$$

где коэффициенты

$$\begin{cases} A_{PZ}^{(0)} = K_Z^{(00)} + \dfrac{P_1 \sin\tilde{\sigma}\cos\psi}{m}\left(\tilde{\Psi}_2^{(U)} - \dfrac{P_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\right) + \\ + \dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}\sin\psi}{m}\left[\tilde{\Psi}_4^{(U)} + \dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}\sin\psi}{m}\operatorname{ctg}\kappa\left(1 - \dfrac{I_x}{I}\right)\right]; \\ A_{PZ}^{(1)} = K_Z^{(01)} + \dfrac{P_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\tilde{\Psi}_1^{(U)} - \dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}\cos\psi}{m}(\tilde{\Psi}_Y^{(a)} + \alpha'_{вр}V_{вр}); \\ A_{PZ}^{(2)} = K_Z^{(02)} + \dfrac{P_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\left(\tilde{\Psi}_Y^{(a)} + \alpha'_{вр}V_{вр}\right) + \\ + \dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}\cos\psi}{m}\tilde{\Psi}_1^{(U)} + \alpha'_{вр}V_{вр}\dfrac{F_{2,атм}}{m}; \\ A_{PZ}^{(3)} = K_Z^{(04)} + \dfrac{P_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\left[\tilde{\Psi}_3^{(U)} + \dfrac{P_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\right] - \dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}\sin\psi}{m}\times \\ \times\left[\tilde{\Psi}_6^{(U)} + \dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}\sin\psi}{m}\left(1 - \operatorname{ctg}^2\kappa\right)\left(1 - \dfrac{I_x}{I}\right)\right] - \left(\dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}\cos\psi}{m}\right)^2; \\ A_{PZ}^{(4)} = K_Z^{(03)} + \dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}\cos\psi}{m}\left(\tilde{\Psi}_3^{(U)} + 2\dfrac{P_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\right) + \dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}\sin\psi}{m}\times \\ \times.\left[\tilde{\Psi}_5^{(U)} - 2\operatorname{ctg}\kappa\dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}\sin\psi}{m}\left(1 - \dfrac{I_x}{I}\right)\right]. \end{cases} \quad (3.2)$$

Так как получаемое уравнение используется для оценки величины $\alpha_{вр}$ по известному управлению $\tilde{\sigma}$, то управление ψ, для которого $\sin\psi$ всегда является очень малой величиной, следует положить из условия $\sin\psi$=0 и $\cos\psi = \varepsilon_{\psi}^{(\pm)}$, где $\varepsilon_{\psi}^{(\pm)} = \pm 1$.

Учитывая это обстоятельно, в итоге получаем

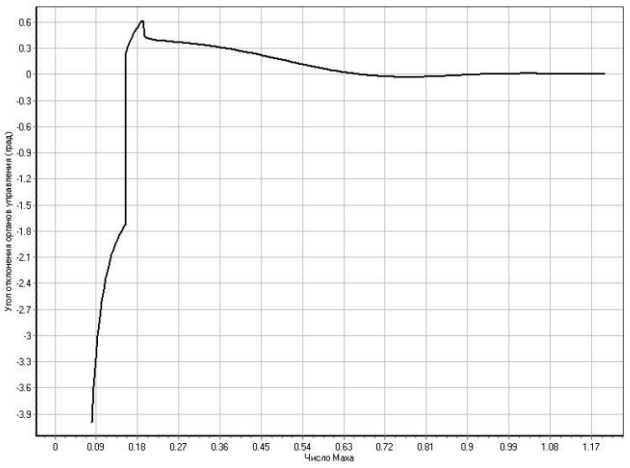

Рис.3. Зависимость угла (сигма) отклонения сопел от числа Маха на атмосферном участке до М=1,2: $\alpha_{вр}^{(1)} = 12$

$$A_Z^{(0)} + A_Z^{(1)} \sin\alpha_{вр} - A_Z^{(2)} \cos\alpha_{вр} + A_Z^{(3)} \sin\alpha_{вр}\cos\alpha_{вр} + A_Z^{(4)} \sin^2\alpha_{вр} - \alpha'_{вр} V_{вр} A_Z^{(5)} - \alpha''_{вр} V_{вр}{}^2 = 0, \quad (3.3)$$

где коэффициенты $A_Z^{(0)}$, $A_Z^{(1)}$, $A_Z^{(2)}$, $A_Z^{(3)}$, $A_Z^{(4)}$ и $A_Z^{(5)}$ удовлетворят уравнениям

$$\begin{cases} A_Z^{(0)} = K_Z^{(00)} + \varepsilon_{\psi}^{(\pm)}\dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}}{m}\left(\tilde{\Psi}_2^{(U)} - \dfrac{P_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\right); \\ A_Z^{(1)} = K_Z^{(01)} + \dfrac{P_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\tilde{\Psi}_1^{(U)} - \varepsilon_{\psi}^{(\pm)}\dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}}{m}\tilde{\Psi}_Y^{(a)}; \\ A_Z^{(2)} = K_Z^{(02)} + \dfrac{P_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\tilde{\Psi}_Y^{(a)} + \varepsilon_{\psi}^{(\pm)}\dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}}{m}\tilde{\Psi}_1^{(U)}; \\ A_Z^{(3)} = K_Z^{(04)} + \dfrac{P_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\tilde{\Psi}_3^{(U)} + \left(\dfrac{P_1}{m}\right)^2\cos 2\tilde{\sigma}; \\ A_Z^{(4)} = K_Z^{(03)} + \varepsilon_{\psi}^{(\pm)}\dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}}{m}\left[\tilde{\Psi}_3^{(U)} + 2\dfrac{P_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\right]; \\ A_Z^{(5)} = m_{\omega}^{\alpha'}\dfrac{Sq_{вр}l^2}{I} + \left(\dfrac{F_{2,атм}}{m} + \dfrac{P_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\right)\cos\alpha_{вр} + \\ + \varepsilon_{\psi}^{(\pm)}\dfrac{P_1\sin\tilde{\sigma}}{m}\sin\alpha_{вр}. \end{cases} \quad (3.4)$$

Коэффициенты $\tilde{\Psi}_1^{(U)}$, $\tilde{\Psi}_2^{(U)}$, $\tilde{\Psi}_3^{(U)}$, $\tilde{\Psi}_4^{(U)}$, $\tilde{\Psi}_5^{(U)}$ и $\tilde{\Psi}_6^{(U)}$ не зависят от пространственного угла атаки $\alpha_{вр}$ и определены уравнениями (2.30). Определяемые уравнениями (3.4) коэффициенты зависят от угла $\zeta_{вр}$, который совместно с пространственным углом атаки $\alpha_{вр}$ определяет направление оси симметрии ракеты в естественной системе координат. Так же, как и для угла управления ψ, величина $\sin\zeta_{вр}$ всегда очень мала. При этом на участках установившегося движения ракеты знак $\cos\zeta_{вр}$ обычно совпадает со знаком $\cos\psi$ (за исключением участка первого разворота БР по крену после вертикального старта).

Предполагая угол $\alpha_{вр}$ малой величиной, перепишем уравнение (3.3) в виде

$$\alpha''_{\text{вр}}V_{\text{вр}}{}^2+\alpha'_{\text{вр}}V_{\text{вр}}\mathrm{B}_{\mathrm{K}}^{(1)}-\alpha_{\text{вр}}\mathrm{B}_{\mathrm{K}}^{(2)}+\mathrm{B}_{\mathrm{K}}^{(3)}=0. \qquad (3.5)$$

Подставляя выписанные величины в уравнения (2.33) находим коэффициенты $\mathrm{B}_{\mathrm{K}}^{(1)}$, $\mathrm{B}_{\mathrm{K}}^{(2)}$ и $\mathrm{B}_{\mathrm{K}}^{(3)}$

$$\mathrm{B}_{\mathrm{K}}^{(1)}=m_{\omega}^{\alpha'}\frac{Sq_{\text{вр}}l^2}{\mathrm{I}}+\frac{\mathrm{P}_1\cos\tilde{\sigma}+F_{2,\text{атм}}}{m};$$
$$\mathrm{B}_{\mathrm{K}}^{(2)}=\mathrm{C}_0^{(2)}-\varepsilon_{\psi}^{(\pm)}\mathrm{C}_1^{(2)};\quad \mathrm{B}_{\mathrm{K}}^{(3)}=\mathrm{C}_0^{(3)}+\varepsilon_{\psi}^{(\pm)}\mathrm{C}_1^{(3)}. \qquad (3.6)$$

Постоянная $\varepsilon_{\psi}^{(\pm)}=\pm1$ определяет знак величины $\sin\psi$, то есть направление управляющего воздействия СУ БР, а функции $\mathrm{C}_0^{(2)}$, $\mathrm{C}_1^{(2)}$, $\mathrm{C}_0^{(3)}$ и $\mathrm{C}_1^{(3)}$ определены уравнениями

$$\begin{cases}\mathrm{C}_0^{(2)}=\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(01)}+\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(04)}+\dfrac{\mathrm{P}_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\left(\tilde{\Psi}_1^{(\mathrm{U})}+\tilde{\Psi}_3^{(\mathrm{U})}\right)+\\ +\left(\dfrac{\mathrm{P}_1}{m}\right)^2\cos2\tilde{\sigma};\quad \mathrm{C}_1^{(2)}=\dfrac{\mathrm{P}_1\sin\tilde{\sigma}}{m}\tilde{\Psi}_{\mathrm{Y}}^{(a)};\\ \mathrm{C}_0^{(3)}=\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(02)}-\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(00)}+\dfrac{\mathrm{P}_1\cos\tilde{\sigma}}{m}\tilde{\Psi}_{\mathrm{Y}}^{(a)};\\ \mathrm{C}_1^{(3)}=\dfrac{\mathrm{P}_1\sin\tilde{\sigma}}{m}\left(\tilde{\Psi}_1^{(\mathrm{U})}-\tilde{\Psi}_2^{(\mathrm{U})}+\dfrac{\mathrm{P}_1}{m}\cos\tilde{\sigma}\right).\end{cases} \qquad (3.7)$$

Впоследствии уравнение (3.5) будет использовано в качестве закона изменения пространственного угла атаки на интервале времени первого разворота ракеты по крену после окончания участка вертикального старта.

4. Равновесный угол атаки

Допустим, что в некоторый момент времени выполнены условия

$$\zeta'_{\text{вр}}=\sin\psi\approx0;\quad \cos\psi\approx\cos\zeta_{\text{вр}}\approx-1,$$

а также равенства $\tilde{\sigma}=\alpha'_{\text{вр}}=\alpha''_{\text{вр}}=0$. Тогда существует такой пространственный угол атаки $\alpha_{\text{вр}}=\alpha_{\text{вр}}^{(0)}$, что в отсутствие вращения Земли ракета окажется в неустойчивом положении равновесия. Определим угол $\alpha^{(*)}$ из условия

$$\alpha_{\text{вр}}=\alpha^{(*)}+\alpha_{\text{вр}}^{(0)}, \qquad (4.1)$$

где $\alpha_{\text{вр}}^{(0)}$ – пространственный угол атаки, для которого ракета при значении угла управления $\tilde{\sigma}=0$ находится в неустойчивом положении равновесия. Для этого гипотетического случая уравнение (3.1) примет вид

$$\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(00)}+\left(\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(01)}+\frac{\mathrm{P}_1}{m}\tilde{\Psi}_1^{(\mathrm{U})}\right)\sin\alpha_{\text{вр}}^{(0)}-$$
$$-\left(\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(02)}+\frac{\mathrm{P}_1}{m}\tilde{\Psi}_{\mathrm{Y}}^{(a)}\right)\cos\alpha_{\text{вр}}^{(0)}+$$
$$+\left[\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(04)}+\frac{\mathrm{P}_1}{m}\tilde{\Psi}_3^{(\mathrm{U})}+\left(\frac{\mathrm{P}_1}{m}\right)^2\right]\sin\alpha_{\text{вр}}^{(0)}\cos\alpha_{\text{вр}}^{(0)}+$$
$$+\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(03)}\sin^2\alpha_{\text{вр}}^{(0)}=0.$$

Выписанное уравнение следует использовать в предположении движения ракеты в вертикальной плоскости, то есть в предположении $\zeta_{\text{вр}}=0$. Приближённое уравнение для определения угла $\alpha_{\text{вр}}^{(0)}$ может быть также получено из равенства (3.5)

$$\sin\alpha_{\text{вр}}^{(0)}\approx\frac{\mathrm{C}_0^{(3)}(\tilde{\sigma}=0)}{\mathrm{C}_0^{(2)}(\tilde{\sigma}=0)} \qquad (4.2)$$

или с учётом выражений (3.7)

$$\alpha_{\text{вр}}^{(0)}\approx\frac{\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(02)}-\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(00)}-\dfrac{\mathrm{P}_1}{m}\tilde{\Psi}_{\mathrm{N}}^{(a)}}{\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(01)}+\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(04)}+\dfrac{\mathrm{P}_1}{m}\left(\tilde{\Psi}_1^{(\mathrm{U})}+\tilde{\Psi}_3^{(\mathrm{U})}\right)+\left(\dfrac{\mathrm{P}_1}{m}\right)^2}. \qquad (4.3)$$

Коэффициенты $\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(00)}$, $\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(01)}$, $\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(02)}$ и $\mathrm{K}_{\mathrm{Z}}^{(04)}$ (2.27) должны быть рассчитаны при условии $\cos\zeta_{\text{вр}}=-1$.

На рис. 4.1 показана зависимость (4.3) как функции от числа Маха для рассматриваемого примера (вдоль траектории движения) при начальном угле завала по крену $\alpha_{\text{вр}}^{(1)}=8$.

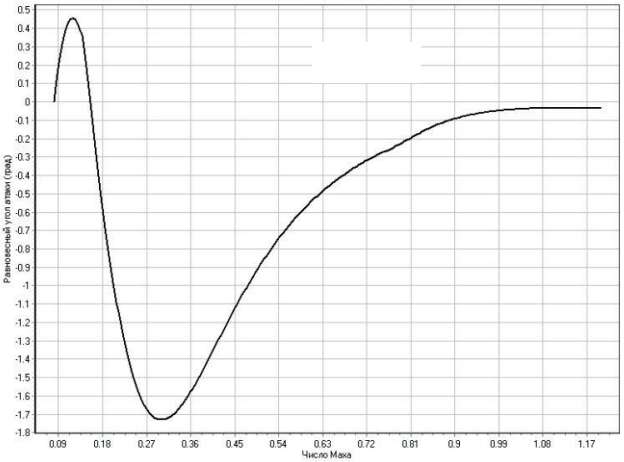

Рис.4. Зависимость равновесного угла атаки в град. от числа Маха на атмосферном участке до М=1,2: $\alpha_{\text{вр}}^{(1)}=8$

В частности, в отсутствие вращения Земли и для центрального поля тяготения в предположении

$$\tilde{\mathrm{K}}_{атм}^{(2)}=\tilde{\Omega}_{атм}^{(2)}=\tilde{\Omega}_{акт}^{(dv)}=0$$

$$\alpha_{\text{вр}}^{(0)}\approx\frac{\mu}{\mathrm{R}^2}\frac{\dfrac{\mathrm{P}_1+\mathrm{F}_{1,\text{атм}}}{\mathrm{m}}-\mathrm{m}_{\omega}^{\alpha'}\dfrac{\mathrm{Sq}_{\text{вр}}l^2}{\mathrm{I}}+\left(3\dfrac{\mathrm{V}_{\text{вр}}{}^2}{\mathrm{R}}-2\dfrac{\mu}{\mathrm{R}^2}\right)\sin\theta_{\text{вр}}}{\dfrac{\mathrm{P}_1+\mathrm{F}_{2,\text{атм}}}{\mathrm{m}}-\mathrm{V}_{\text{вр}}{}^2\dfrac{\mathrm{m}_{\mathrm{z}}^{\alpha}\mathrm{Sq}_{\text{вр}}l}{\mathrm{I}}}\times$$
$$\times\cos\theta_{\text{вр}}; \qquad (4.4)$$
$$\Phi=\left(\frac{\mathrm{P}_1+\mathrm{F}_{1,\text{атм}}}{\mathrm{m}}-2\frac{\mu}{\mathrm{R}^2}\sin\theta_{\text{вр}}-\mathrm{m}_{\omega}^{\alpha'}\frac{\mathrm{Sq}_{\text{вр}}l^2}{\mathrm{I}}\right).$$

Заключение

В работе продолжено изложение теоритического содержания методики имитационного моделирования движения баллистических ракет вертикального старта на активном участке траектории (АУТ).

Недостаток исходных данных компенсируется реализацией идей по обеспечению практической оптимальности движения ракет по расходу топлива при заданных краевых условиях. Большое внимание уделено получению и практическому использованию уравнений вращательно-поступательного движения ракеты во вращающейся атмосфере для нахождения управляющих усилий ДУ и, как следствие, определению правой части уравнения движения центра масс.

Предполагалось, что управление движением ракеты после сброса обтекателя в случае отсутствия необходимости в расходе излишков кажущейся скорости производится в соответствии с выводами работы [3], то есть синтезируется практически оптимальный управляемый процесс, характеризуемый постоянством направления вектора тяги в инерциальном пространстве. Исходя из указанного правила, а также с учётом торможения в атмосфере на нисходящей траектории численно формируется "попадающая" траектория.

Литература

1. Лысенко Л.Н. Наведение и навигация баллистических объектов. Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007.

2. Краснов Н.Ф. Методы аэродинамического расчёта. Часть 2."Книжный дом ЛИБРОКОМ", М. 2010.

3. Алферьев ВЛ. О моделировании управляемого движения баллистических объектов. Российская инженерная академия. //СИП РИА, Сборник трудов "Методы обработки и анализа измерительной информации. Теоретические вопросы баллистики, проектирования аппаратуры комплексов вооружения". Выпуск 18. Москва, ЗАО "ПСТМ", 2009.

4. Алферьев ВЛ. О частных производных на Кеплеровой дуге. СИП РИА, Сборник трудов "Теоретические вопросы физики космоса, баллистики и практической космонавтики. Проблемы технической безопасности". Выпуск 13. Москва, 2005.

5. Алферьев ВЛ. "Введение в имитационное моделирование движения ракет на активном участке их полёта"//«Двойные технологии». №1(66), 2014.

6. Алферьев ВЛ. Уравнения вращательного движения ракет в задачах имитационного моделирования их полёта на активном участке траектории//СИП РИА, Сборник трудов "Теоретические вопросы физики космоса, баллистики и практической космонавтики. Проблемы технической безопасности". Выпуск 13. Москва, 2005.

Материал поступил в редакцию 19. 03. 2014 г.