

© Лукин В. Л., Сухорученков Б.И.  
Lukin V., Sukhoruchenkov B.

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СПОСОБОВ КОНТРОЛЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОТКАЗНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПО МОМЕНТАМ И ЧИСЛУ ОТКАЗОВ

### COMPARATIVE ANALYSIS OF METHODS OF CONTROL AND PROGNOSTICATION OF VARIABLE INDEXES OF FAULTLESSNESS OF TECHNICAL SYSTEMS ON MOMENTS AND NUMBER OF REFUSES

**Аннотация.** Приводится сравнительный анализ точности статистического контроля и прогнозирования переменной интенсивности отказов восстанавливаемых технических систем в классе экспоненциальных моделей и вероятности безотказной работы технических систем в процессе длительной эксплуатации по результатам наблюдений моментов отказов или числа отказов в последовательные одинаковые отрезки времени. Даются рекомендации о целесообразном способе регистрации и обработки экспериментальных данных

**Annotation.** The comparative analysis of exactness of statistical control and prognostication of variable intensity of refuses of the refurbishable technical systems is conducted in the class of exponential models and probability of faultless work of the technical systems in the process of the protracted exploitation on results the supervisions of moments of refuses or number of refuses in the successive identical spans of time. Given to recommendation about the expedient method of registration and processing of experimental data.

**Ключевые слова.** Восстанавливаемая техническая система, интенсивность отказов, экспоненциальная модель, вероятность безотказной работы, моменты отказов, число отказов, точечные оценки.

**Key words.** Refurbishable technical system, intensity of refuses, exponential model, probability of faultless work, moments of refuses, number of refuses, point estimations.

#### 1. Введение

Рассматриваются способы контроля основных показателей безотказности восстанавливаемых технических систем (ТС) в процессе эксплуатации: интенсивности отказов (ИО) и вероятности безотказной работы (ВБР). При длительной эксплуатации ТС показатели безотказности могут изменяться из-за обнаружения и устранения различного рода неисправностей и дефектов, а также из-за физико-химических изменений материалов и конструкции элементов ТС. Наиболее достоверный контроль и прогнозирование этих показателей производится на основе статистической обработки экспериментальных данных о параметрах состояния и об отказах ТС. При этом возможны два варианта представления данных

наблюдений в виде моментов отказов или в виде числа отказов ТС в течение последовательных одинаковых отрезков времени. От выбора того или иного варианта зависит трудоемкость, оперативность и точность контроля показателей безотказности ТС по данным наблюдений. Для высоконадежных систем с редкими отказами можно использовать первый вариант, так как при контроле безотказности моменты отказов представляются более информативными. Если система имеет повышенное число отказов, то более простым и оперативным является вариант регистрации числа отказов. Подсчет числа отказов является также единственно возможным способом в случае, когда при эксплуатации ТС не производится оперативный контроль параметров состояния, так что число

---

Лукин Владимир Леонидович – доктор технических наук, профессор, академик-секретарь секции "Инженерные проблемы стабильности и конверсии" Российской инженерной академии, тел. (495) 543-36-70;

Сухорученков Борис Иванович – доктор технических наук, профессор, член-корреспондент Российской инженерной академии, профессор кафедры ракетного вооружения Военной академии РВСН имени Петра Великого, тел. (495) 696-06-48.

Lukin Vladimir – doctor of engineering sciences, professor, akademik-sekretar' sections the "Engineering problems of stability and conversion" of the Russian engineering academy, tel. (495) 543-36-70;

Sukhoruchenkov Boris – doctor of engineering sciences, professor, corresponding member of the Russian engineering academy, professor of department of rocket armament of the Military academy of RVSN of the name of Peter Great, tel. (495) 696-06-48.

накопленных неисправностей фиксируется только в конце контрольных отрезков времени.

В настоящее время отсутствуют данные о точности оценивания переменных показателей безотказности ТС по моментам или числу отказов, что затрудняет обоснованный выбор варианта регистрации экспериментальных данных об отказах. Результаты соответствующих исследований приводятся далее.

**2. Постановка задачи**

Рассмотрим восстанавливаемую ТС, которая эксплуатируется в течение длительного периода  $T$  и при этом регистрируются отказы ТС. Под отказом будем понимать потерю работоспособности ТС или выход параметров состояния ТС за допустимые пределы (параметрический отказ). Экспериментальные данные об отказах могут представляться в виде двух вариантов, см. рис. 1:

- вариант 1: моменты отказов  $t_i$  и временные интервалы между отказами  $\tau_i = t_i - t_{i-1}, i = 1, \dots, n$ ;
- вариант 2: число отказов  $k_q$  в течение  $q$ -х отрезков,  $q = 1, \dots, Q$ , каждый длительностью  $\Delta = T/Q$ .

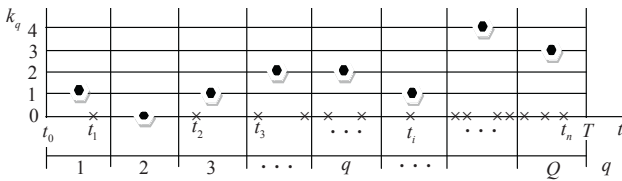


Рис. 1. Варианты регистрации данных об отказах ТС

Предполагается, что в процессе эксплуатации ИО ТС, а следовательно, и ВБР могут изменяться.

Необходимо оценить переменные показатели безотказности ТС (ИО и ВБР в течение фиксированного отрезка времени) при каждом варианте, произвести прогнозирование их, сравнить оценки показателей безотказности между собой и обосновать рациональный вариант регистрации экспериментальных данных.

При решении задачи примем следующие допущения:

- интенсивность отказов ТС  $\Lambda$  может изменяться в зависимости от времени  $t$  или от номера  $q$ -го отрезка; динамику ИО в зависимости от варианта регистрации данных об отказах будем описывать в классе многочленных моделей:

• в функции от времени  $\Lambda_1(t) = \Phi_1(\{V_{1j}\}, t), t > t_0;$  (1)

• в функции от номера  $q$ -го отрезка  $\Lambda_2(q) = \Phi_2(\{V_{2j}\}, q), q = 1, 2, \dots,$  (2)

где  $V_{1j}, V_{2j}, j = J$  – параметры моделей;

- время безотказной работы (ВрБР) ТС  $\tau$  после восстановления работоспособности (после момента  $t$ ) имеет экспоненциальное распределение с ИО  $\Lambda_1(t)$ , определяемой по модели (1); плотность вероятности (ПВ) и функция распределения (ФР) ВрБР  $\tau$  после момента  $t$  определяются по зависимостям:

$$f(t, \tau) = \Lambda_1(t) e^{-\Lambda_1(t)\tau};$$

$$F(t, \tau) = 1 - e^{-\Lambda_1(t)\tau}; \tau \geq 0;$$
 (3)

- число отказов ТС  $k$  в течение  $q$ -х отрезков времени подчиняется распределению Пуассона с ИО  $\Lambda_2(q)$ , определяемой по модели (2); вероятности числа отказов определяются по зависимостям

$$P(q, k) = \frac{[\Lambda_2(q)]^k}{k!} e^{-\Lambda_2(q)}, k = 0, 1, \dots;$$
 (4)

- время восстановления работоспособности ТС после отказа мало и не учитывается.

На основе принятых допущений при известных ИО можно определить вероятность безотказной работы (ВБР) ТС в течение заданного периода  $\tau$ :

- по экспоненциальному распределению (1) после момента  $t$

$$P(t, \tau) = e^{-\Lambda_1(t)\tau};$$
 (5)

- по распределению Пуассона на  $q$ -м отрезке, если период  $\tau$  не совпадает с отрезком  $\Delta$ , ВБР определяется с учетом (4) при  $k = 0$  по зависимости [1]

$$P(q, \tau) = e^{-\Lambda_2(q)\tau\Delta^{-1}}.$$
 (6)

Если модель (1) или (2) динамики ИО ТС выбрана, но параметры модели неизвестны, то для оценивания показателей безотказности ТС сначала определяются параметры модели статистическими методами по экспериментальным данным, а затем оцениваются и прогнозируются ИО по модели (1) или (2) и ВБР ТС по зависимости (5) или (6). Для этого можно использовать различные методы [1, 4]. Далее воспользуемся методом несмещенных оценок (МНО), который обеспечивает несмещенность и эффективность оценок неизвестных параметров [2, 4].

**3. Оценивание динамики показателей безотказности ТС по моментам отказов**

Для корректного оценивания показателей безотказности ТС построим плотности вероятности (ПВ) возможных оценок параметров модели динамики ИО ТС по данным наблюдений в соответствии с МНО.

**3.1. Построение плотности вероятности оценок параметров модели динамики ИО**

При построении ПВ оценок ИО по моментам отказов необходимо учесть (см. рис. 1), что имеется послед-

ний период, равный  $T-t_n$ , в течение которого ТС проработала безотказно. Вероятность этого определяется по зависимости (5)

$$P(T-t_n) = \text{Вер}(\tau > T-t_n) = e^{-(T-t_n) \cdot \Lambda_1(t_n)}. \quad (7)$$

В соответствии с МНО плотность вероятности  $f_j(\{v_{ij}\})$  возможных оценок  $\{v_{ij}\}$  неизвестных параметров  $\{V_{ij}\}$  модели (1) строится с учетом (1), (3), (7) и полученных данных последовательно по зависимостям:

$$g(\{v_{ij}\}) = \left[ \prod_{i=1}^n f(t_i, \tau_i, \{v_{ij}\}) \right] P(t_n, T-t_n, \{v_{ij}\}); \quad (8)$$

$$k = \iiint_{\Omega} g(\{v_{ij}\}) dv_{11} \dots dv_{1J};$$

$$f_1(\{v_{ij}\}) = k^{-1} g(\{v_{ij}\}), \quad (9)$$

где  $f(t_i, \tau_i, \{v_{ij}\})$ ,  $P(t_n, T-t_n, \{v_{ij}\})$  – ПВ ВрБР и ВБР, определяемые по зависимостям (3) и (7) с учетом (1) при полученных данных  $\{\tau_i\}$  и  $T-t_n$  и при замене параметров  $\{V_{ij}\}$  на их возможные оценки  $\{v_{ij}\}$ ;

$\Omega$  – множество возможных значений параметров  $\{V_{ij}\}$ .

На основе ПВ (9) можно построить автономные ПВ оценок отдельных параметров модели (1) как компонентов случайного вектора по зависимостям:

$$f(v_{1\mu}) = \iiint_{\Omega_{\mu}} g(\{v_{ij}\}) dv_{11} \dots dv_{1J}, \quad \mu = 1, \dots, J, \quad (10)$$

где интегрирование производится по множеству  $\Omega_{\mu}$  возможных значений параметров модели (1), кроме  $\mu$ -го параметра.

Знание ПВ (9) и (10) позволяет определить точечные и интервальные оценки параметров модели и решить различные статистические задачи по контролю и прогнозированию переменных показателей безотказности ТС, что будет показано далее.

**Пример 1.** При эксплуатации ТС в течение периода  $T = 30$  зафиксированы отказы ТС в моменты, приведенные в табл. 1.

Моменты отказов ТС

$t_i - t_0$	1,8	2,3	6,6	8,5	9,2	12,1	15,4	16,2	18,3	20,7
$\tau_i$	1,8	0,5	4,3	1,9	0,7	2,9	3,3	0,8	2,1	2,4
$t_i - t_0$	21,6	22,5	23,8	24,2	25,6	26,1	26,9	27,8	28,3	29,5
$\tau_i$	0,9	0,9	1,3	0,4	1,4	0,5	0,8	0,9	0,5	1,2

Предполагается, что интенсивность отказов ТС может изменяться (повышаться) в соответствии с экспоненциальной моделью

$$\Lambda_1(t) = A_1 e^{B_1(t-t_0)}, \quad (11)$$

где  $A_1 > 0$ ,  $B_1$  – неизвестные параметры модели.

Необходимо построить ПВ оценок параметров модели (11).

Построение ПВ  $f_1(a_1, b_1)$  оценок  $a_1$  и  $b_1$  неизвест-

ных параметров  $A_1$  и  $B_1$  производится по зависимостям (8) и (9) с учетом (11) при полученных данных, см. табл. 1

$$g(a_1, b_1) = \left\{ \prod_{i=1}^n a_1 e^{b_1(t_i-t_0)} \exp[-a_1 \tau_i e^{b_1(t_i-t_0)}] \right\} \times \exp[-a_1(T-t_n) e^{b_1(t_n-t_0)}]; \quad (12)$$

$$k = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(a_1, b_1) da_1 db_1; \quad (13)$$

$$f_1(\{a_1, b_1\}) = k^{-1} g(a_1, b_1).$$

ПВ  $f_1(a_1, b_1)$ , построенная в системе вычислений MathCAD, показана на рис. 2 и 3. Видно, что параметры модели динамики ИО имеют отрицательную корреляционную связь.

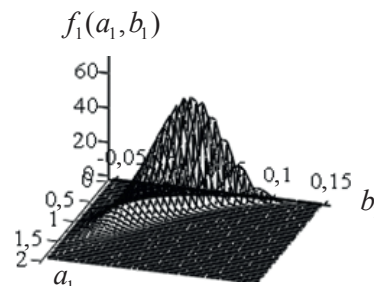


Рис. 2. Общий вид ПВ  $f_1(a_1, b_1)$

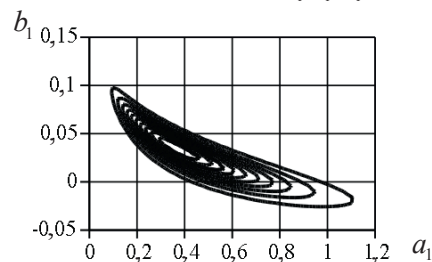


Рис. 3. Карта уровней ПВ  $f_1(a_1, b_1)$

На основе построенной ПВ можно определить автономные ПВ оценок параметров модели по зависимостям (10)

$$f(a_1) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(a_1, b_1) db_1; \quad f(b_1) = \int_0^{\infty} f_1(a_1, b_1) da_1. \quad (14)$$

Автономные ПВ показаны на рис. 4 и 5.

Таблица 1

Из рис. 5 видно, что ПВ оценок параметра  $b_1$  близка к нормальной.

### 3.2. Проверка гипотез о стабильности ИО ТС в рамках модели (11)

На основе построенных ПВ оценок параметров модели динамики ИО можно проверить различные статистические гипотезы о показателях безотказности ТС.

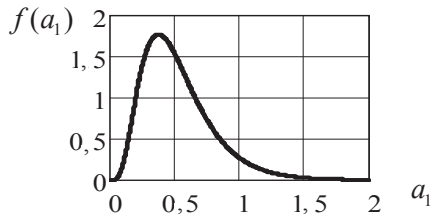


Рис. 4. Автономная ПВ  $f(a_1)$

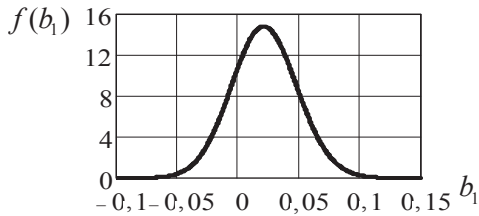


Рис. 5. Автономная ПВ  $f(b_1)$

Рассмотрим гипотезу о стабильности ИО ТС на примере использования экспоненциальной модели (11). Показателем изменения ИО ТС является параметр модели  $b_i$ ; если  $b_i = 0$ , то ИО стабильна. Для проверки выдвинутой гипотезы  $H_0$ :  $b_i = 0$  задается уровень значимости  $\alpha$  и на основе построенной ПВ  $f(b_i)$  вычисляется вероятность того, что  $b_i > 0$  по зависимости

$$B = \text{Вер}(b_i > 0) = \int_0^{\infty} f(b_i) db_i. \quad (15)$$

Решение принимается по правилу: гипотеза  $H_0$  принимается, если  $B \leq 1 - \alpha$ ; гипотеза  $H_0$  отклоняется, если  $B > 1 - \alpha$ . } (16)

Примем значение  $\alpha = 0,2$ . По зависимости (15) получается вероятность  $B = 0,79$ . По правилу (16) гипотезу следует принять и считать, что ИО ТС в процессе эксплуатации не изменяется. В этом случае можно оценивать показатели безотказности как стабильные по методике [3]. Однако следует учесть, что вероятность  $B$  имеет высокий уровень. Кроме того, принятие выдвинутой гипотезы не означает, что она верна, а лишь то, что экспериментальные данные не противоречат этой гипотезе. Если выдвинуть альтернативную гипотезу, то ее также следовало бы принять. Поэтому будем полагать, что ИО ТС все же изменяется (возрастает).

Аналогично проверяются гипотезы при других параметрических моделях динамики ИО ТС.

### 3.3. Оценивание и прогнозирование показателей безотказности ТС

На основе построенной ПВ (9) с учетом (1) и (5) можно найти несмещенные точечные оценки переменной ИО и ВБР и их дисперсии в функции времени  $t$  при заданном значении периода  $\tau$ :

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Lambda}_1(t) &= \iiint_{\Omega} \Phi_1(\{v_{1j}\}, t) \cdot f_1(\{v_{1j}\}) dv_{11} \dots dv_{1j}; \\ \sigma_{\bar{\Lambda}_1(t)}^2 &= \iiint_{\Omega} [\Phi_1(\{v_{1j}\}, t) - \bar{\Lambda}_1(t)]^2 \cdot f_1(\{v_{1j}\}) dv_{11} \dots dv_{1j}; \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\bar{P}(t, \tau) = \iiint_{\Omega} \exp[-\Phi_1(\{v_{1j}\}, t) \cdot \tau] \cdot f_1(\{v_{1j}\}) dv_{11} \dots dv_{1j}; \quad (18)$$

$$\sigma_{\bar{P}(t, \tau)}^2 = \iiint_{\Omega} \left\{ \exp[-\Phi_1(\{v_{1j}\}, t) \cdot \tau] - \bar{P}(t, \tau) \right\}^2 \cdot f_1(\{v_{1j}\}) dv_{11} \dots dv_{1j}.$$

По зависимостям (17) и (18) можно оценить достигнутый уровень показателей безотказности ТС (при  $t = T$ ) и осуществить прогнозирование показателей (при  $t > T$ ), если позволяет модель (1).

**Пример 2.** В условиях примера 1 оценить переменные показатели безотказности ТС при  $\tau = 0,2$  и осуществить прогнозирование показателей безотказности на момент  $t = 35$ .

На основе построенной ПВ  $f_1(a_1, b_1)$  (рис. 2 и 3) найдем точечные оценки переменной ИО и ВБР ТС и их дисперсии по зависимостям (17) и (18) с учетом принятой модели (11)

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Lambda}_1(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} a_1 e^{b_1(t-t_0)} f_1(a_1, b_1) da_1 db_1; \\ \sigma_{\bar{\Lambda}_1(t)}^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [a_1 e^{b_1(t-t_0)} - \bar{\Lambda}_1(t)]^2 f_1(a_1, b_1) da_1 db_1; \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{P}(t, \tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \exp[-a_1 \tau e^{b_1(t-t_0)}] f_1(a_1, b_1) da_1 db_1; \\ \sigma_{\bar{P}(t, \tau)}^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \left\{ \exp[-a_1 \tau e^{b_1(t-t_0)}] - \bar{P}(t, \tau) \right\}^2 f_1(a_1, b_1) da_1 db_1. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Реализации оценок показателей безотказности и их средноквадратические отклонения (СКО), вычисленные в системе MathCAD, показаны на рис. 6 и 7.

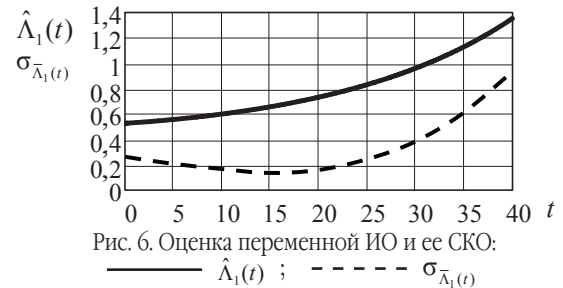


Рис. 6. Оценка переменной ИО и ее СКО:  
—  $\hat{\Lambda}_1(t)$ ; - - -  $\sigma_{\hat{\Lambda}_1(t)}$

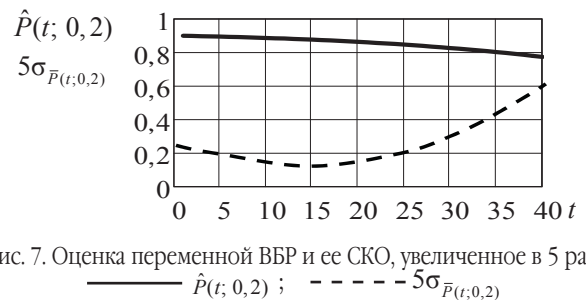


Рис. 7. Оценка переменной ВБР и ее СКО, увеличенное в 5 раз:  
—  $\hat{P}(t; 0,2)$ ; - - -  $5\sigma_{\hat{P}(t; 0,2)}$

Из рис. 6 и 7 видно, что при прогнозировании показателей безотказности погрешности прогнозирования возрастают. На момент  $t = 35$  получаются следующие реализации оценок ИО и ВБР ТС и их СКО:

$$\begin{aligned} \hat{\Lambda}(35) &= 1,13; \quad \sigma_{\hat{\Lambda}(35)} = 0,60; \\ \hat{P}(35; 0,2) &= 0,803; \quad \sigma_{\hat{P}(35; 0,2)} = 0,089. \end{aligned} \quad (21)$$

Аналогично оцениваются показатели безотказности ТС при других параметрических моделях динамики ИО.

**4. Оценивание динамики показателей безотказности ТС по числу отказов**

**4.1. Построение плотности вероятности оценок параметров модели динамики ИО**

При втором варианте выборки (при регистрации числа отказов  $\{k_q\}$ ) ПВ  $f_2(\{v_{2j}\})$  возможных оценок  $\{v_{2j}\}$  параметров  $\{V_{2j}\}$  принятой модели ИО (2) строится по МНО на основе вероятности совместного наблюдения независимых значений  $\{k_q\}$ . Для этого используются следующие зависимости с учетом вероятностей (4) и модели (2):

$$g(\{v_{2j}\}) = \prod_{q=1}^Q P(q, k_q, \{v_{2j}\}); \tag{22}$$

$$k = \iiint_{\Omega} g(\{v_{2j}\}) dv_{21} \dots dv_{2j}; \tag{23}$$

$$f_2(\{v_{2j}\}) = k^{-1} g(\{v_{2j}\}),$$

где  $P(q, k_q, \{v_{2j}\})$  – ВБР, определяемые по зависимостям (4) с учетом (2) при полученных данных  $\{k_q\}$  и при замене параметров  $\{V_{2j}\}$  на их возможные оценки  $\{v_{2j}\}$ ;

$\Omega$  – множество возможных значений параметров  $\{\{V_{2j}\}\}$ .

**Пример 3.** При эксплуатации ТС в течение периода  $T=30$  осуществлялся контроль числа отказов в последовательные  $q$ -е отрезки времени длительностью  $\Delta=2$ .

**Результаты контроля отказов ТС**

Номера отрезков $q$	1	2	3	4	5	6	7	8
Границы $q$ -х отрезков	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16
Число отказов $k_q$	1	1	0	1	2	0	1	1
Номера отрезков $q$	9	10	11	12	13	14	15	-
Границы $q$ -х отрезков	16-18	18-20	20-22	22-24	24-26	26-28	28-30	-
Число отказов $k_q$	1	1	2	2	2	3	2	-

Результаты приведены в табл. 2. Они полностью соответствуют данным табл. 1.

Предполагается, что ИО ТС может изменяться (повышаться) в зависимости от номера  $q$ -го отрезка по экспоненциальной модели, аналогичной (11),

$$\Lambda_2(q) = A_2 e^{B_2(q-1)}, \tag{24}$$

где  $A_2 > 0, B_2$  – неизвестные параметры модели.

Необходимо построить ПВ оценок параметров модели (24).

ПВ  $f_2(a_2, b_2)$  оценок  $a_2$  и  $b_2$  неизвестных параметров модели  $A_2$  и  $B_2$  строится по зависимостям (22) и (23) с учетом (4) и (24) при полученных данных, приведенных в табл. 2:

$$g(\{a_2, b_2\}) = \prod_{q=1}^Q [a_2 e^{b_2(q-1)}]^{k_q} (k_q!)^{-1} \exp[-a_2 e^{b_2(q-1)}]; \tag{25}$$

$$k = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} g(a_2, b_2) da_2 db_2;$$

$$f_2(\{a_2, b_2\}) = k^{-1} g(a_2, b_2). \tag{26}$$

ПВ  $f_2(a_2, b_2)$ , построенная по зависимостям (25)–(26) в системе MathCAD, показана на рис. 8 и 9. Видно,

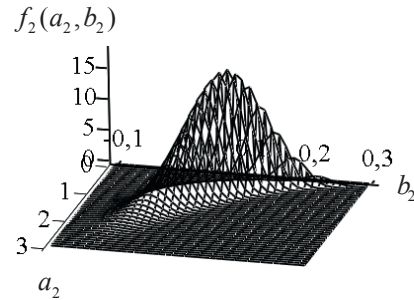


Рис. 8. Общий вид ПВ  $f_2(a_2, b_2)$

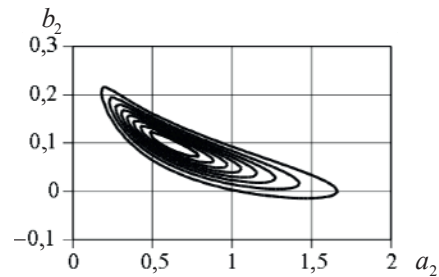


Рис. 9. Карта уровней ПВ  $f_2(a_2, b_2)$

Таблица 2

что параметры модели динамики ИО имеют отрицательную корреляционную связь.

На основе построенной ПВ можно определить автономные ПВ оценок параметров модели по зависимо-

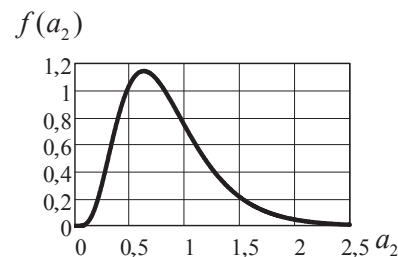


Рис. 10. Автономная ПВ  $f(a_2)$



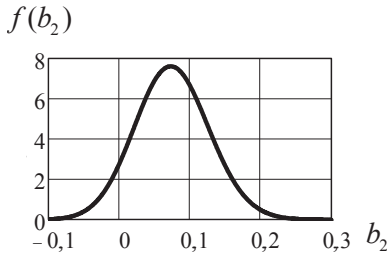


Рис. 11. Автономная ПВ  $f(b_2)$

стям, аналогичным (14). Автономные ПВ показаны на рис. 10 и 11.

Сравнивая рис. 10 и 11 с рис. 4 и 5, находим, что автономные ПВ оценок параметров экспоненциальных моделей динамики ИО по моментам и числу отказов аналогичны, но отличаются масштабом.

**4.2. Проверка гипотез о стабильности ИО ТС в рамках модели (24)**

При использовании модели (24) показателем изменения ИО ТС является параметр модели  $b_2$ : если  $b_2=0$ , то ИО стабильна. Поэтому на основе построенной ПВ  $f(b_2)$  (рис. 11) можно проверить гипотезу о стабильности ИО ТС  $H_0: b_2=0$ . Проверка производится по методике п.3.2. Примем уровень значимости  $\alpha=0,2$ . По зависимости, аналогичной (15), вычислим вероятность того, что  $b_2 > 0: B = 0,926$ . По правилу (16) гипотезу следует отклонить и считать, что ИО ТС в процессе эксплуатации изменяется (возрастает).

Аналогично можно проверить гипотезы о показателях безотказности ТС при других моделях динамики ИО.

**4.3. Оценивание и прогнозирование показателей безотказности ТС**

На основе ПВ (23)  $f_2(\{v_{2j}\})$  можно найти несмещенные точечные оценки переменной ИО и ВБР и их дисперсии в зависимости от номера  $q$ -го отрезка при заданном значении периода  $\tau$  с учетом (2) и (6):

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Lambda}_2(q) &= \iiint_{\Omega} \Phi_2(\{v_{2j}\}, q) \cdot f_2(\{v_{2j}\}) dv_{21} \dots dv_{2j}; \\ \sigma_{\bar{\Lambda}_2(q)}^2 &= \iiint_{\Omega} [\Phi_2(\{v_{2j}\}, q) - \bar{\Lambda}_2(q)]^2 \cdot f_2(\{v_{2j}\}) dv_{21} \dots dv_{2j}; \end{aligned} \right\} (27)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{P}(q, \tau) &= \iiint_{\Omega} \exp[-\Phi_2(\{v_{2j}\}, q) \cdot \tau \cdot \Delta^{-1}] \times \\ &\times f_2(\{v_{2j}\}) dv_{21} \dots dv_{2j}; \\ \sigma_{\bar{P}(q, \tau)}^2 &= \iiint_{\Omega} \left\langle \exp[-\Phi_2(\{v_{2j}\}, q) \cdot \tau \cdot \Delta^{-1}] - \bar{P}(q, \tau) \right\rangle^2 \times \\ &\times f_2(\{v_{2j}\}) dv_{21} \dots dv_{2j}. \end{aligned} \right\} (28)$$

По зависимостям (27) и (28) можно оценить достигнутый уровень ИО и ВБР (при  $q=Q$ ) и осуществить

прогнозирование показателей безотказности ТС (при  $q > Q$ ), если позволяет модель (2).

**Пример 4.** В условиях примера 3 оценить переменную ИО и ВБР ТС при значении  $\tau = 0,2$ , а также осуществить прогнозирование показателей безотказности на отрезок с номером  $q = 18$  или на момент  $t = 35$ .

На основе построенной ПВ  $f_2(a_2, b_2)$  (рис. 8 и 9) найдем точечные оценки переменной ИО и ВБР ТС и их дисперсии по зависимостям (27) и (28) с учетом (2) и принятой модели (24):

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Lambda}_2(q) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} a_2 e^{b_2(q-1)} f_2(a_2, b_2) da_2 db_2; \\ \sigma_{\bar{\Lambda}_2(q)}^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [a_2 e^{b_2(q-1)} - \bar{\Lambda}_2(q)]^2 f_2(a_2, b_2) da_2 db_2; \end{aligned} \right\} (29)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{P}(q, \tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \exp[-a_2 \tau \Delta^{-1} e^{b_2(q-1)}] \times \\ &\times f_2(a_2, b_2) da_2 db_2; \\ \sigma_{\bar{P}(q, \tau)}^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \left\{ \exp[-a_2 \tau \Delta^{-1} e^{b_2(q-1)}] - \bar{P}(q, \tau) \right\}^2 \times \\ &\times f_2(a_2, b_2) da_2 db_2. \end{aligned} \right\} (30)$$

Для сравнения оценок показателей безотказности ТС по числу и моментам отказов преобразуем зависимости ИО и ВБР от номера  $q$  в функции от времени. Для этого оценки (29) и (30) при  $q$ -х отрезках отнесем к значениям среднего времени  $q$ -х отрезков  $t_q = t_0 + (q-0,5)\Delta$ , а в промежутках представим оценки в виде линейных зависимостей. При этом оценки ИО  $\Lambda_2(q)$  приведем к эквивалентным оценкам ИО  $\Lambda_{2ЭК}(t) = \Delta^{-1} \Lambda_2(q)$ , соответствующим ИО  $\Lambda_1(t)$  в зависимости от времени работы ТС. Полученные таким образом реализации оценок показате-

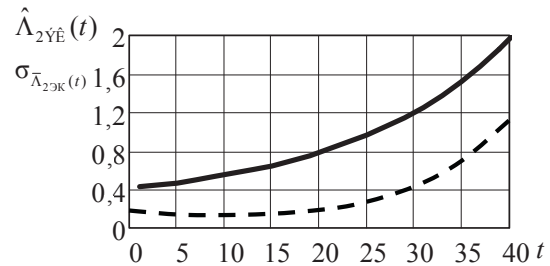


Рис. 12. Оценка переменной ИО и ее СКО: —  $\hat{\Lambda}_{2ЭК}(t)$ ; - - -  $\hat{\sigma}_{\bar{\Lambda}_{2ЭК}}(t)$

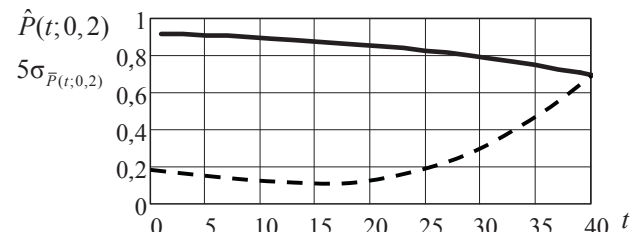


Рис. 13. Оценка переменной ВБР и ее СКО, увеличенное в 5 раз: —  $\hat{P}(t; 0,2)$ ; - - -  $5\hat{\sigma}_{\bar{P}(t; 0,2)}$

лей безотказности и их СКО в функции времени показаны на рис. 12 и 13.

Из рисунков видно, что при прогнозировании показателей безотказности ТС (при  $t > T$ ) погрешности прогнозирования резко возрастают. При прогнозировании на отрезок с номером  $q = 18$  по зависимостям (29) и (30) получаются следующие реализации оценок ИО и ВБР ТС и их СКО:

$$\begin{aligned} \hat{\Lambda}_2(18) &= 3,04; \quad \sigma_{\bar{\Lambda}_2(18)} = 1,56. \\ \hat{P}(18; 0, 2) &= 0,746; \quad \sigma_{\bar{P}(18; 0, 2)} = 0,106. \end{aligned} \quad (31)$$

Реализация оценки эквивалентного значения ИО на момент  $t = 35$  и ее СКО (см. рис. 12) равны

$$\hat{\Lambda}_{2\text{ЭК}}(t=35) = 1,52; \quad \sigma_{\bar{\Lambda}_{2\text{ЭК}}(t=35)} = 0,78. \quad (32)$$

На основе сравнения рис. 12 и 13 с рис. 6 и 7, а также оценок (31) и (32) с оценками (21) видно, что переменные показатели безотказности ТС в классе экспоненциальных моделей по моментам отказов отличаются в лучшую сторону и оцениваются точнее, нежели по числу отказов.

Таким образом, для контроля в процессе длительной эксплуатации ТС переменных показателей безотказности при использовании экспоненциальных моделей целесообразно регистрировать и обрабатывать не число отказов в течение фиксированных отрезков времени, а непосредственно моменты отказов.

Аналогично можно провести исследования и обосновать рекомендации по контролю и прогнозированию показателей безотказности ТС в классе других параметрических моделей динамики ИО.

#### Литература

1. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / под ред. Ю. В. Прохорова. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2003. – 912 с.
2. Волков Л. И., Лукин В. Л., Сухорученков Б. И. Методы статистического контроля надежности технических систем. – Юбилейный: ЗАО «ПСТМ», 2008. – 332 с.
3. Лукин В. Л., Сухорученков Б. И. Сравнительный анализ способов статистического контроля стабильных показателей безотказности технических систем по моментам и числу отказов. // Двойные технологии, 2011. № 2, С. X - X.
4. Сухорученков Б. И. Анализ малой выборки. Прикладные статистические методы. М.: Вузовская книга, 2010. – 384 с.

Материал поступил в редакцию 12. 07. 2011 г.

#### Выводы

Изложены способы статистического оценивания по методу несмещенных оценок переменных показателей безотказности восстанавливаемых технических систем (ТС) в классе многочленных моделей на основе двух вариантов экспериментальных данных в виде моментов отказов или числа отказов в одинаковые отрезки времени. При этом получены следующие основные результаты.

Разработаны способы построения плотности вероятности (ПВ) оценок параметров многочленных моделей динамики интенсивности отказов (ИО) ТС по моментам или числу отказов. На основе ПВ получены зависимости для оценивания и прогнозирования переменной ИО и вероятности безотказной работы ТС по экспериментальным данным. Обоснован способ проверки статистических гипотез о стабильности ИО ТС в процессе эксплуатации (пп. 3 и 4).

Проведена демонстрация разработанных способов на примере оценивания и прогнозирования переменных показателей безотказности ТС в классе экспоненциальных моделей динамики ИО по данным о моментах отказов или о числе отказов. Показано, что по моментам отказов показатели безотказности ТС в рамках экспоненциальных моделей ИО оцениваются более точно.

На основе проведенных исследований сделан вывод, что для контроля и прогнозирования переменных показателей безотказности восстанавливаемых ТС в классе экспоненциальных моделей целесообразно регистрировать и обрабатывать экспериментальные данные в виде моментов отказов.