УДК 621.391.2

© Пашинцев В.П., Шевченко В.А., Скорик А.Д.
Pashintsev V., Shevchenko V., Skorik A.

МЕТОД ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В ИОНОСФЕРЕ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ КАНАЛА СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ С КОДИРОВАНИЕМ

METHOD OF EVALUATION OF IRREGULARITIES IN THE IONOSPHERE ON THE SATELLITE LINK CHARACTERISTICS WITH CODING

Аннотация. *Исследовано воздействие неоднородностей в ионосфере на канал спутниковой связи с кодированием. Предложено описывать такой канал каналом с блочными райсовскими замираниями. Область ионосферы с неоднородностями представлена одномерным фазовым экраном. Для спектральной плотности флуктуации электронной концентрации принят степенной закон. На основании сделанных допущений определены соотношения между показателями, характеризующими длину пакетов ошибок и глубину замираний в канале связи, со статистическими характеристиками неоднородностей в ионосфере.*

Annotation. *Action of irregularities in the ionosphere on a satellite channel with coding is investigated. It is offered to feature such channel the Rician block-fading channel. The area of an ionosphere with irregularities is presented by the one-dimensional phase screen and power-law spectrum of the electron density fluctuations. On the basis of the made assumptions relations between the indexes characterising a length of errors packages and depth of fadings in a communication, with statistical performances of irregularities in the ionosphere are spotted.*

Ключевые слова. *Помехоустойчивость, пакет ошибок, замирания, канал связи, кодирование, сцинтилляция, неоднородности, ионосфера.*

Key words.*Anti-jamming, package errors, fading, channel, coding, scintillation, irregularities, ionosphere.*

Известно [1–4], что наличие флуктуаций электронной плотности в ионосфере в виде неоднородностей различного масштаба вызывает эффект ионосферной сцинтилляции, выражающийся в случайных изменениях амплитуды и фазы принимаемого сигнала.

Одним из путей компенсации амплитудной сцинтилляции (замираний) принимаемого сигнала является применение кодирования в сочетании с перемежением [5, 6].

Идеальным является выбор глубины перемежения, обеспечивающей независимость ошибок. Вместе с тем в условиях медленных замираний при наличии ограничения на задержку передачи информации избежать группирования ошибок не удается [6].

Известен общий метод, позволяющий оценить вероятность ошибки в каналах с группированием ошибок при различных методах приема, параметрах кодов и перемежения [7–9]. Применим его к трансионосферному каналу связи.

Пусть для передачи информации используется блочный код длиной n, скоростью r и минимальным расстоянием d_{min}. Для сверточных кодов аналогом длины кода может рассматриваться глубина декодирования как производная от длины кодового ограничения.

Дистанционные свойства кода охарактеризуем коэффициентами $A_{w,d}$, которые представляют собой количество кодовых комбинаций весом d, порожденных входными информационными последовательностями весом w.

Будем считать, что в течение передачи b символов кода амплитуда и фаза сигнала остаются неизменными, так что i-й символ кодовой комбинации будет соответствовать амплитуде сигнала a_j, где $j = \lceil i/b \rceil$.

Пашинцев Владимир Петрович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры, Северо-Кавказский государственный технический университет;
Шевченко Вячеслав Анатольевич – кандидат технических наук, начальник отдела, Военно-научный комитет Вооруженных сил Российской Федерации, тел. +7(499)-739-91-32;
Скорик Александр Дмитриевич – научный сотрудник 4 ЦНИИ МО Российской Федерации, тел. +7(495)-519-98-02.

Pashintsev Vladimir – the Dr.Sci.Tech., the professor, the professor of chair, the North Caucasian state technical university;
Shevchenko Vyacheslav – the candidate of the technical sciences, chief of division, the Military-scientific committee of Military forces of the Russian Federation, tel. +7(499)-739-91-32;
Skorik Alexander – the scientific employee, 4 CSRI MD of Russian Federation, tel. +7(495)-519-98-02.

Примем, что энергия, приходящаяся на бит информации, в отсутствие замираний характеризуется величиной E_b.

Тепловой шум $n(t)$, действующий в канале связи, представим в виде аддитивного белого гауссовского шума с односторонней спектральной плотностью N_0.

Тогда вероятность ошибки на бит может быть ограничена сверху следующим образом [7]:

$$P_b \le \sum_{d=d_{\min}}^{n} A_d \left(\min_{s>1} \frac{(bF-d)!F!}{(bF)!} \sum_{l=\lceil d/b \rceil}^{F} \frac{A(d,l;g)}{(F-l)!} \right), \quad (1)$$

где $A_d = \sum_{w=1}^{k} \frac{w}{k} A_{w,d}$; $F = \min\left(d, \lfloor n/b \rfloor\right)$;

$A(d, l; g)$ – однородные полиномы Белла, которые с учетом того, что $A(d, l; g)=g_1$, удовлетворяют следующему рекуррентному соотношению:

$$A(d,l;g) = \begin{cases} g_d, & l = 1; \\ \sum_{i=1}^{d-l+1} C_{d-1}^{i-1} g_i A(d-i, l-1; g), & l > 1, \end{cases} \quad (2)$$

$g = (g_1, g_2, ..., g_{d-l+1})$ – переменные, определенные следующим образом:

$$g_v = \begin{cases} D(s,v)\, b!/(b-v)!, & v \le b; \\ 0, & v > b; \end{cases} \quad (3)$$

где s – параметр, подлежащий оптимизации;

$v = \overline{1,n}$ – вес пакета, определяемый как количество символов, которыми ошибочно принятая последовательность отличается от переданной;

$D(s,v)$ – параметр, расчетные соотношения для которого зависят от метода приема и плотности распределения амплитуды сигнала.

Как показали исследования [10], плотность распределения амплитуды сигнала в трансионосферном канале связи наиболее хорошо описывается Накагами-m распределением

$$p_{a_j}(a_j) = \frac{2m^m a_j^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{m a_j^2}{\Omega}\right), \quad (4)$$

где $\Gamma(\ )$ - гамма-функция;

$\Omega = M\left(a_j^2\right)$ – дисперсия принимаемого сигнала;

m – параметр распределения Накагами ($0{,}5 \le m \le \infty$).

При условии $m>1$, которое выполняется для трансионосферного канала связи, Накагами-m распределение достаточно близко аппроксимируется распределением Райса [11]:

$$p_{a_j}(a_j) = \frac{2a_j(K+1)}{\Omega} \times$$

$$\times \exp\left(-K - \frac{a_j^2(1+K)}{\Omega}\right) I_0\left(2a_j\sqrt{\frac{K(K+1)}{\Omega}}\right), \quad (5)$$

где K – отношение регулярной и флуктуационной составляющих мощности принимаемого сигнала ($0{,}5 \le K \le \infty$).

Параметр K связан с параметром m следующим образом [11]:

$$K = \frac{\sqrt{m^2 - m}}{m - \sqrt{m^2 - m}}. \quad (6)$$

Тогда для канала с блочными райсовскими замираниями и «квазикогерентным» методом приема значение $D(s,v)$ определится следующим выражением [9]:

$$D(s,v) = \frac{K+1}{(K+1)\left(1-4s^2v(2b-v)\right) + \frac{\gamma^2}{2} 2s(2b-v)v(1-2sb)} \times \quad (7)$$

$$\times \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2} \frac{2s(2b-v)v(1-2sb)K}{(K+1)\left(1-4s^2v(2b-v)\right) + \frac{\gamma^2}{2} 2s(2b-v)v(1-2sb)}\right),$$

где $\gamma = \sqrt{2E_b r/N_0}$.

Соотношение (7) при подстановке в выражение (3) и расчете полиномов $A(d, l; g)$ с использованием рекуррентной формулы (2) определяет верхнюю границу вероятности ошибки на бит (1).

Известны аналогичные соотношения и для других методов приема («когерентного» с информацией о состоянии канала связи и «некогерентного») [7,8].

Установим связь величин b и K, входящих в выражения (3) и (7), со статистическими характеристиками неоднородностей в ионосфере.

Будем считать, что радиосигнал распространяется через ионизированную область толщиной Δz с неоднородностями электронной концентрации, которые будем полагать строго анизотропными.

Воспользуется методом, в соответствии с которым неоднородности в данной области заменяются соответствующим одномерным тонким фазовым экраном, размещенным на высоте с максимальной ионизацией.

Следует отметить, что нерегулярности, как правило, вытянуты вдоль линий магнитного поля Земли и должны описываться двумерным фазовым экраном. Однако, используя определенные преобразования и допущения, можно свести двумерный фазовый экран к одномерному [12].

В качестве начала координат O выберем точку пересечения трассы распространения сигнала с плоскостью фазового экрана. Волна распространяется вдоль оси Oz перпендикулярно плоскости xOy, имеет длину $\lambda = 2\pi/k$, где k – ее волновое число, и интенсивность $I_j = a_j^2$.

Космический аппарат (КА) перемещается относительно фазового экрана по оси *Ox* со скоростью *V*.

Этот экран вызывает в точке пространства *x* в момент времени *t* случайное изменение фазы волны $\phi(x,t)$, которое описывается стационарным случайным процессом с нулевым математическим ожиданием, дисперсией

$$\sigma_\varphi^2 = M\left(\phi^2(x,t)\right)$$

и нормированной автокорреляционной функцией

$$B_\phi(x,t) = \frac{M\left(\phi(x+x',t+t')\phi(x',t')\right)}{\sigma_\varphi^2}. \qquad (8)$$

Предположим, что неоднородности размером *l*, перемещаясь на расстояние, сравнимое с их размером, заметно не меняют своей структуры. Тогда справедливо следующее соотношение [13]:

$$\sigma_\varphi^2 B_\phi(x,t) = \sigma_\varphi^2 B_\phi(x-tV), \qquad (9)$$

где

$$B_\phi(x) = \frac{M\left(\phi(x+x')\phi(x')\right)}{\sigma_\varphi^2}. \qquad (10)$$

Случайные изменения фазы волны можно также охарактеризовать фазовой спектральной плотностью $W_\phi(q)$, которая связана с автокорреляционной функцией $B_\phi(x)$ преобразованием Фурье. Параметр $q = 1/l$ является пространственной частотой неоднородности размером *l*.

Для четной автокорреляционной функции справедливы следующие соотношения:

$$W_\phi(q) = \frac{\sigma_\phi^2}{\pi}\int_0^\infty B_\phi(x)\cos(qx)dx \qquad (11)$$

и

$$\sigma_\phi^2 B_\phi(x) = 2\int_0^\infty W_\phi(q)\cos(qx)dq. \qquad (12)$$

Установим теперь взаимосвязь параметров *K* и *b* с автокорреляционной функцией флуктуаций фазы $B_\phi(x)$.

Известно [11], что параметр *m* связан с параметром S_4, который характеризует величину амплитудной сцинтилляции интенсивности принимаемого сигнала (волны) I_j, следующим соотношением:

$$m = \frac{1}{S_4^2}. \qquad (13)$$

Подставляя выражение (13) в выражение (6), после некоторых преобразований получаем

$$K = \left(1/\sqrt{1-S_4^2}-1\right)^{-1}. \qquad (14)$$

Индекс сцинтилляции S_4, автокорреляционная функция изменения интенсивности $B_I(x)$ и спектральная плотность изменения интенсивности $W_I(q)$ определены следующим образом [14]:

$$S_4^2 = \frac{M\left(I_j^2\right)}{M\left(I_j\right)^2} - 1; \qquad (15)$$

$$S_4^2 B_I(x) = \frac{M\left(I_j(x+x')I_j(x')\right)}{M\left(I_j\right)^2} - 1; \qquad (16)$$

$$W_I(q) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-iqx)B_I(x)dx. \qquad (17)$$

Для интенсивности сигнала $I_j(x)$ в точке *x* на расстоянии *z* от фазового экрана известно следующее соотношение [13]:

$$I_j(x) = \frac{k}{2\pi z}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{-\infty}\exp\left(-\frac{ik}{2z}\left((x_1-x)^2 - \right.\right.$$
$$\left.\left.-(x_2-x)^2\right) + i\left(\phi(x_1)-\phi(x_2)\right)\right)dx_1dx_2. \qquad (18)$$

В работе [15] на основе использования двух соотношений

$$\frac{k}{2\pi z}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{-\infty} f(x_1-x_2)\exp\left(-\frac{ik}{2z}(x_1-x_2)^2\right)dx_1dx_2 = f(0), \qquad (19)$$

где *f*(*x*) – любая достаточно регулярная функция, и

$$M\left(\exp(i\phi)\right) = \exp\left(-M\left(\phi^2\right)/2\right), \qquad (20)$$

получено, что автокорреляционная функция изменения интенсивности определяется выражением

$$\frac{M\left(I_j(x+x')I_j(x')\right)}{M\left(I_j\right)^2} = \frac{k}{2\pi z}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-\frac{ik}{2z}\left(x_1^2 + \right.\right.$$
$$\left.\left.+x_2^2 - x_3^2 - x_4^2\right) - \sigma_\varphi^2 F\right)dx_4dx_3dx_2dx_1, \qquad (21)$$

где

$$F = 2 - B_\phi(x_1-x_2) - B_\phi(x_3-x_4) + B_\phi(x_1-x_3-x) +$$
$$+B_\phi(x_2-x_4-x) - B_\phi(x_1-x_4-x) - B_\phi(x_2-x_3-x). \qquad (22)$$

Как показано в работе [16], выражение (21) может быть приведено к следующему виду:

$$\frac{M\left(I_j(x+x')I_j(x')\right)}{M\left(I_j\right)^2} = \frac{k}{2\pi z}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(\frac{1}{2}ik\frac{(x_1+x)x_2}{z}\right)\times$$
$$\times\exp\left(-\sigma_\varphi^2\left(2-2B_\phi(x_1)-2B_\phi(x_2)+\right.\right.$$
$$\left.\left.+B_\phi(x_1+x_2)+B_\phi(x_1-x_2)\right)\right)dx_2dx_1. \qquad (23)$$

Из уравнений (23), (16) и (17) следует, что

$$S_4^2 W_I(q) = \exp\left(-2\sigma_\varphi^2\left(1-B_\phi(zq/k)\right)\right)\times$$
$$\times\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(iqx)\left(\exp\left(\sigma_\varphi^2\left(2B_\phi(x)-\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.-B_\phi(x-zq/k)+B_\phi(x+zq/k)\right)\right)-1\right)dx. \qquad (24)$$

Так как

$$\int_{-\infty}^{\infty} W_I(q)dq = B_I(0) = 1,$$

то величину S_4^2 определим путем интегрирования правой части выражения (24) по параметру q.

Для четной функции выражение для S_4^2 примет следующий вид:

$$S_4^2=\frac{4}{2\pi}\int\limits_0^\infty \exp\left(-f\left(0,q\right)\right)dq\times$$

$$\times\int\limits_0^\infty\left(\exp\left(f\left(x,q\right)\right)-1\right)\cos\left(qx\right)dx, \qquad (25)$$

где

$$f\left(x,q\right)=\sigma_\varphi^2\left(2B_\phi\left(x\right)-B_\phi\left(x-zq/k\right)+B_\phi\left(x+zq/k\right)\right). \qquad (26)$$

Рассмотрим случаи распространения сигналов от КА до земной станции (ЗС) (радиолиния «вниз») и от ЗС до КА (радиолиния «вверх»).

Обозначим через R_1 расстояние между КА и верхней частью области ионизации, через R_2 – расстояние между нижней частью области ионизации и земной станцией.

Рассматривая только КА на высокой орбите, будем предполагать, что

$$R_1\gg R_2, \qquad (27)$$

а также то, что фазовый экран располагается примерно посредине области толщиной Δz.

В радиолиниях «вниз» и «вниз» с учетом введенных обозначений радиус первой зоны Френеля d_F определяется из следующего соотношения:

$$d_F=\sqrt{\frac{\lambda\left(R_1+\Delta z\operatorname{cosec}\theta/2\right)\left(R_2+\Delta z\operatorname{cosec}\theta/2\right)}{2\pi\left(R_1+R_2+\Delta z\operatorname{cosec}\theta\right)}}, \qquad (28)$$

где θ – угол места КА.

При выполнении условия (27) выражение (28) сводится к следующему виду:

$$d_F\approx\sqrt{\lambda\left(R_2+\Delta z\operatorname{cosec}\theta/2\right)/2\pi}. \qquad (29)$$

Поскольку в радиолинии «вниз» в точке приема $z=R_2+\Delta z\operatorname{cosec}\theta/2$, то с учетом выражения (29) выражение (26) примет следующий вид:

$$f\left(x,q\right)=\sigma_\varphi^2\left(2B_\phi\left(x\right)-B_\phi\left(x-qd_F^2\right)-B_\phi\left(x+qd_F^2\right)\right). \qquad (30)$$

Случай распространения в радиолинии «вверх» соответствует случаю распространения в дальней зоне, когда z→∞, а выражение (24) сводится к известному [1]

$$S_4^2=1-\exp\left(-2\sigma_\phi^2\right). \qquad (31)$$

Величины σ_φ^2 и $B_\phi\left(x\right)$ определяются двумерной автокорреляционной функцией $B_{N_e}\left(x,z\right)$ и дисперсией $\sigma_{N_e}^2$ флуктуаций электронной концентрации следующим образом [2,3, 13]:

$$\sigma_\phi^2B_\phi\left(x\right)=\sigma_{N_e}^2\left(\lambda r_e\right)^2\Delta z\operatorname{cosec}\left(\theta\right)\int\limits_{-\infty}^{\infty}B_{N_e}\left(x,z\right)dz, \qquad (32)$$

где r_e – радиус электрона.

Для изотропной среды распространения справедливо, что функция $B_{N_e}\left(x,z\right)$ зависит только от переменной $\rho=\sqrt{x^2+z^2}$.

Сделав в выражении (32) замену переменных $x=\rho\cos\psi$, $z=\rho\sin\psi$ и учтя, что при $\rho\ge x$

$$dz=\frac{\rho}{\sqrt{\rho^2-x^2}}d\rho,$$

получим

$$\sigma_\phi^2B_\phi\left(x\right)=2\left(\lambda r_e\right)^2\sigma_{N_e}^2\Delta z\operatorname{cosec}\left(\theta\right)\int\limits_x^\infty\frac{\rho B_{N_e}\left(\rho\right)}{\sqrt{\rho^2-x^2}}d\rho. \qquad (33)$$

Выразим $B_{N_e}\left(\rho\right)$ через одномерную спектральную плотность флуктуаций электронной концентрации $W_{N_e}^{(1)}\left(k_x\right)$, которая может быть установлена экспериментально.

Данная плотность связана с двумерной спектральной плотностью   следующим соотношением:

$$W_{N_e}^{(1)}\left(k_x\right)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}W_{N_e}\left(k_x,k_z\right)dk_z. \qquad (34)$$

Как и ранее, для изотропной среды распространения справедливо, что функция $W_{N_e}\left(k_x,k_z\right)$ зависит только от переменной $k=\sqrt{k_x^2+k_z^2}$.

Сделав в выражении (34) замену переменных $k_x=k\cos\psi$, $k_z=k\sin\psi$ и учтя, что при $k\ge k_x$

$$dk_z=\frac{k}{\sqrt{k^2-k_x{}^2}}dk,$$

получим

$$W_{N_e}^{(1)}\left(k_x\right)=2\int\limits_{k_x}^\infty\frac{kW_{N_e}\left(k\right)}{\sqrt{k^2-k_x{}^2}}dk. \qquad (35)$$

Двумерная спектральная плотность флуктуации электронной концентрации $W_{N_e}\left(k\right)$ связана с автокорреляционной функцией $B_{N_e}\left(\rho\right)$ следующим образом [17]:

$$W_{N_e}\left(k\right)=\frac{\sigma_{N_e}^2}{2\pi}\int\limits_0^\infty B_{N_e}\left(\rho\right)\rho J_0\left(k\rho\right)d\rho, \qquad (36)$$

где $J_0\left(\ \right)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Выражение (35) при подстановке в него выражения (36) примет следующий вид:

$$W_{N_e}^{(1)}\left(k_x\right)=\frac{\sigma_{N_e}^2}{\pi}\int\limits_{k_x}^\infty\frac{k}{\sqrt{k^2-k_x{}^2}}\int\limits_0^\infty B_{N_e}\left(\rho\right)\rho J_0\left(k\rho\right)d\rho dk. \qquad (37)$$

Изменяя порядок интегрирования в выражении (42) и используя следующий табличный интеграл [18]:

$$\int\limits_{k_x}^\infty\frac{xJ_0\left(xk_x\rho\right)}{\sqrt{x^2-1}}dx=\frac{cos\left(k_x\rho\right)}{k_x\rho},$$

где $x=k/k_x$, получаем следующее выражение:

$$W_{N_e}^{(1)}\left(k_x\right)=\frac{\sigma_{N_e}^2}{\pi}\int\limits_0^\infty B_{N_e}\left(\rho\right)\rho\int\limits_{k_x}^\infty\frac{kJ_0\left(k\rho\right)}{\sqrt{k^2-k_x{}^2}}dkd\rho=$$

$$=\frac{\sigma_{N_e}^2}{\pi}\int\limits_0^\infty B_{N_e}\left(\rho\right)\cos\left(k_x\rho\right)d\rho. \qquad (38)$$

Выражение (38) представляет прямое косинус-преобразование Фурье автокорреляционной функции $B_{N_e}(\rho)$ в одномерную спектральную плотность $W_{N_e}^{(1)}(k_x)$. Обратное косинус-преобразование Фурье имеет следующий вид:

$$\sigma_{N_e}^2 B_{N_e}(\rho) = 2\int_0^\infty W_{N_e}^{(1)}(k_x)\cos(k_x\rho)\,dk_x. \qquad (39)$$

Подставляя выражение (39) в выражение (33), получаем следующее:

$$\sigma_\phi^2 B_\phi(x) = 2(\lambda r_e)^2\,\Delta z\mathrm{cosec}\,\theta\,\times$$

$$\times\int_x^\infty \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2-x^2}}\int_0^\infty W_{N_e}^{(1)}(k_x)\cos(k_x\rho)\,dk_x\,d\rho. \qquad (40)$$

Изменяя в выражении (40) порядок интегрирования и используя табличный интеграл для косинус-преобразования Фурье [19]

$$\int_x^\infty \frac{\rho\cos(k_x\rho)}{\sqrt{\rho^2-x^2}}\,d\rho = \frac{\pi}{2}xJ_{-1}(k_x x)$$

,

преобразуем выражение (40) к следующему виду:

$$\sigma_\phi^2 B_\phi(x) = 2\pi(\lambda r_e)^2\sqrt{x}\,\Delta z\mathrm{cosec}(\theta)\,\times$$

$$\times\int_0^\infty \frac{W_{N_e}^{(1)}(k_x)}{\sqrt{k_x}}J_{-1}(k_x x)\sqrt{k_x x}\,dk_x. \qquad (41)$$

Интеграл в правой части выражения (41) представляет преобразование Ханкеля функции

$$f(k_x) = W_{N_e}^{(1)}(k_x)\big/\sqrt{k_x}\ .$$

Пусть спектральная плотность $W_{N_e}^{(1)}(k_x)$ подчиняется степенному закону [4, 21]

$$W_{N_e}^{(1)}(k_x) = k_0^{p-1}\frac{\sigma_{N_e}^2}{\sqrt{\pi}}\frac{\Gamma(p/2)}{\Gamma((p-1)/2)}\frac{1}{\left(k_0^2+k_x^2\right)^{p/2}}, \qquad (42)$$

где $k_0 = 1/L_0$; L_0 – внешний масштаб нерегулярностей;

p – спектральный индекс.

Используя табличный интеграл

$$\int_0^\infty \frac{dk_z}{\left(a^2+k_z^2\right)^{\nu+1/2}} = \frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(\nu)}{2a^{2\nu}\Gamma(\nu+1/2)},$$

можно проверить, что выполняется следующее условие нормировки автокорреляционной функции $B_{N_e}^{(1)}(x)$:

$$\sigma_{N_e}^2 B_{N_e}^{(1)}(x=0) = \int_{-\infty}^{\infty} W_{N_e}(k_x)\,dk_x = \sigma_{N_e}^2\cdot$$

Подставив выражение (42) в выражение (41) и учтя, что для функции $f(k_x) = 1\Big/\left(\sqrt{k_x}\left(k_0^2+k_x^2\right)^{p/2}\right)$ преобразование Ханкеля определяется выражением [19]

$$F(x;\nu=-1) = \frac{|x|^{(p-1)/2}K_{-p/2}(k_0|x|)}{2^{p/2-1}(k_0)^{p/2}\Gamma(p/2)},$$

после некоторых математических преобразований получим

$$\sigma_\phi^2 B_\phi(x) = \sigma_{N_e}^2\frac{2\pi(\lambda r_e)^2\,\Delta zL_0\mathrm{cosec}(\theta)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma((p-1)/2)2^{p/2-1}}\left(\frac{|x|}{L_0}\right)^{p/2}\times$$

$$\times K_{-p/2}\left(\frac{|x|}{L_0}\right). \qquad (43)$$

Поскольку нормированная автокорреляционная функция должна удовлетворять соотношению [22]

$$B_\phi(x) = \frac{\left(|x|/L_0\right)^{p/2}K_{p/2}\left(|x|/L_0\right)}{2^{p/2-1}\Gamma(p/2)}, \qquad (44)$$

из сопоставления выражений (43) и (44) можно получить

$$\sigma_\phi^2 = 2\pi\sigma_{N_e}^2(\lambda r_e)^2\,\Delta zL_0\mathrm{cosec}(\theta)\frac{\Gamma(p/2)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma((p-1)/2)}. \qquad (45)$$

Для некоторых значений p выражение (43) с учетом соотношений [18, 23]

$$K_\nu(x) = K_{-\nu}(x);\quad K_{n+1}(x) = \frac{2n}{x}K_n(x)+K_{n-1}(x);$$

$$K_{n+1/2}(x) = (-1)^n\sqrt{\frac{\pi}{2}}x^{n+1/2}\left(\frac{d}{xdx}\right)^n\left(\frac{\exp(-x)}{x}\right),$$

где ν и n – соответственно любое вещественное и целое число, примет следующий вид:

$$\sigma_\phi^2 B_\phi(x) = \sigma_{N_e}^2(\lambda r_e)^2\,\Delta zL_0\mathrm{cosec}(\theta)\times$$

$$\times\begin{cases} 2\dfrac{|x|}{L_0}K_1\left(\dfrac{|x|}{L_0}\right), & p=2; \\ \pi\left(1+\dfrac{|x|}{L_0}\right)\exp\left(-\dfrac{|x|}{L_0}\right), & p=3; \\ \dfrac{8}{3}\dfrac{|x|}{L_0}\left(K_1\left(\dfrac{|x|}{L_0}\right)+\dfrac{|x|}{L_0}K_0\left(\dfrac{|x|}{L_0}\right)\right), & p=4. \end{cases} \qquad (46)$$

Выражения (43), (30), (25), (14) при последовательной подстановке из одного в другое, начиная с первого, позволяют оценить коэффициент K в зависимости от длины волны, параметров неоднородностей в ионосфере $\left(\sigma_{N_e}^2, L_0, \Delta z, p\right)$ и геометрии радиолинии «вниз» (R_2,θ).

Для радиолинии «вверх», подставляя выражение (31) в выражение (14), получаем известное соотношение [1]:

$$K = \left(\exp\left(\sigma_\phi^2\right)-1\right)^{-1}, \qquad (47)$$

где дисперсия фазы σ_ϕ^2 определяется из соотношения (45).

Анализ данных выражения (45) показывает, что с увеличением возмущений ионосферы p увеличивается дисперсия σ_ϕ^2 и, соответственно, уменьшается параметр K.

Длину «пакетов ошибок» *b* в трансионосферном канале со скоростью передачи *R* и скоростью кода *r* определим следующим образом:

$$b = T_k R/r, \qquad (48)$$

где T_k – время когерентности, в течение которого амплитуда и начальная фаза сигнала остаются практически неизменными.

Под «пакетом ошибок» понимается совокупность символов одной кодовой комбинации, передаваемых на интервале времени T_k.

Из выражения (48) время T_k, найдем путем замены в функции $B_\phi(x)$ ее аргумента *x'=x–tV* на такую величину VT_k, для которой выполняется следующее условие:

$$B_\phi(x'/L_0) = B_\phi(VT_k/L_0) \approx e^{-1}. \qquad (49)$$

Тогда

$$T_k \approx B_\phi^{-1}(e^{-1}) L_0/V. \qquad (50)$$

Подставив выражение (50) в выражение (48), получим

$$b = T_k R/r = B_\phi^{-1}(e^{-1}) RL_0/(Vr). \qquad (51)$$

Решение уравнения $B_\phi(x/L_0) = e^{-1}$ для автокорреляционной функции, заданной выражением (44), затруднительно представить в аналитическом виде. Найдем его методом Ньютона путем выполнения итерационной процедуры вычисления

$$x_{n+1} = x_n - \frac{B_\phi(x_n) - 1/e}{dB_\phi(x_n)/dx_n}$$

до тех пор, пока значение $B_\phi(x_n) - 1/e$ не достигнет допустимой погрешности.

Для вычисления производной функций вида $B_\phi(x_n) \approx x^v K_v(x)$ воспользуемся следующим равенством [18, 23]:

$$\frac{d}{dx} x^v K_v(x) = -x^v K_{v-1}(x)\cdot$$

Для некоторых значений спектрального индекса *p* получим

$$B_\phi^{-1}(e^{-1}) = \begin{cases} 1{,}65807619972967, & \text{p=2;} \\ 2{,}14619322062058, & \text{p=3;} \\ 2{,}55118018087601, & \text{p=4.} \end{cases} \qquad (52)$$

Найденные выражения (51) и (52) позволяют связать величину *b* с параметрами неоднородностей в ионосфере L_0, *p*, *V* и канала связи с кодированием *R*, *r*.

Анализ данных выражений показывает, что с увеличением возмущений ионосферы *p* усиливается группирование ошибок (растет величина *b*).

Таким образом, определены зависимости глубины замираний и длины пакетов ошибок в канале связи с кодированием от длины волны, статистических характеристик неоднородностей ионосферы и геометрии радиолинии. Учтено также влияние скорости кода и скорости передачи информации на длину пакетов ошибок *b*.

Данные результаты получены на основе использования модели канала с блочными райсовскими замираниями и представления неоднородностей ионосферы одномерным фазовым экраном и степенным законом спектральной плотности флуктуаций электронной концентрации.

Литература

1. Маслов О.Н., Пашинцев В.П. Модели трансионосферных радиоканалов и помехоустойчивость систем космической связи / Приложение к журналу «Инфокоммуникационные технологии». -Самара, 2006 357 с.

2. Knepp D.L. Multiple phase-screen propagation analysis for defense satellite communications system. Progress Report, Nov. 1975 - Sep. 1977 Mission Research Corp., Santa Barbara, CA.

3. Непп Д.Л. Расчет временных характеристик стохастических волн методом фазовых экранов//ТИИЭР.-1983.- Т. 71-№6.-С. 40-58.

4. Blaunstein N., Plohotniuc E. Ionosphere and Applied Aspects of Radio Communication and Radar. CRC Press, 2008. -600p.

5. Massey J. L. Methods of alleviation of ionospheric scintillation effects on digital communications// American Institute of Aeronautics and Astronautics, Aerospace Sciences Meeting, 12th, Washington, D.C., Jan. 30-Feb. 1, 1974, 5 p.

6. Zummo SA, Stark W. E. A union bound on the error probability of binary codes over block-fading channels//IEEE Transactions on Communication., vol. 54, pp. 2085-2093, November 2005.

7. Шевченко ВА., Скорик АД. Метод оценки вероятности ошибки на бит в каналах связи с группированием ошибок// Двойные технологии, 2010. № 3.С. 68-71.

8. Шевченко ВА. Скорик АД. Характеристики двоичных кодов в «некогерентных» каналах связи с с райсовскими блочными замираниями//Известия института инженерной физики, 2011. - № 3, С. 61-65.

9. Шевченко ВА., Скорик АД. Характеристики двоичных кодов в каналах связи с райсовскими блочными замираниями// Двойные технологии, 2012. № 4.С. 45-49.

10. Fremouw E.J., Livingston R. C., Miller D. A. On the statistics of scintillating signals// Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, vol. 42, August 1980, pp. 717–731.

11. Moraes A.O., Perrella W.J. Performance evaluation of GPS receiver under equatorial scintillation//Journal of Aerospace technology and Management. V.1,n.2, Jul. – Dec. 2009.

12. Rino C.L., Fremouw E.J. The angle dependence of singly scattered wavefields// Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, vol. 39, February 1977, pp. 859–868.

13. Salpeter E. E. Interplanetary scintillations. I. Theory//Astrophysical Journal, vol. 147, 1967, p.p. 433 448.
14. Buckley R. Diffraction by a random phase screen with very large r.m.s. phase deviation. I. One-dimensional screen// Australian Journal of Physics, 1971, vol. 24, p.p. 351-371.
15. Mercier R. P. Diffraction by a screen causing large random phase fluctuations// Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1962, vol. 58 , p.p. 382-400.
16. Bramley, E. N. Diffraction of an angular spectrum of waves by a phase-changing screen// Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, 1967, vol. 29, no. 1, pp. 1-28.
17. Снеддон И. Преобразование Фурье: Пер. с англ. - М.: Иностранная литература, 1955. – 668 с.
18. Грандштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – 7 изд.: Пер. с англ. - СПб.: БХВ-Петербург, 2011.- 1232 с.
19. Диткин В.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961.- 524 с.
20. Booker H.G., Majidiahi G. Theory of refractive scattering in scintillation phenomena// Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, Vol. 43, Issue 11, November 1981, p.p. 1199–1214.
21. Costa E., de Paula E.R, Rezende L. F. C., Groves K.M., Roddy P.A, Dao E.V, Kelley M.C. Equatorial scintillation calculations based on coherent scatter radar and C/NOFS data// Radio Science , vol. 46, RS2011, 2011, 21 p.p.
22. Beniguel Y., Hamel P. A global ionosphere scintillation propagation model for equatorial regions// Journal of Space Weather and Space Climate, Volume 1, Issue 1, 2011, 8p.
23. Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций. Часть первая: Пер. с англ. - М.: Издательство иностранной литературы, 1949. – 798 с.

Материал поступил в редакцию 28. 09. 2012 г.