

© Сухорученков Б. И.
Sukhoruchenkov B.

СПОСОБ СТАТИСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

METHOD OF STATISTICAL CONTROL OF MEAN TIME FAULTLESS WORK OF TECHNICAL SYSTEMS

Аннотация. Дается обоснование нового способа оценивания среднего времени безотказной работы (СВБР) технических систем (ТС) на основе статистических данных о моментах отказов или безотказной работы ТС в течение разных периодов наблюдений. Способ основан на построении плотности вероятности оценок СВБР ТС по результатам наблюдений по методу несмещенных оценок. Показано, что способ имеет повышенную точность по сравнению с классическими методами.

Annotation. The ground of new method of evaluation of mean-time-between-failures (MTBF) of the technical systems (TS) is given on the basis of statistical data about the moments of refuses or faultless work of TS during the different periods of supervisions. A method is based on the construction of closeness of probability of estimations of MTBF TS on results supervisions on the method of the undisplaced estimations. It is shown that a method has enhanceable exactness as compared to classic methods.

Ключевые слова. Техническая система, среднее время безотказной работы, моменты отказов, точечные и интервальные оценки.

Key words. Technical system, mean-time-between-failures, moments of refuses, point and interval estimations.

1. Постановка задачи

Рассматриваются восстанавливаемые или невосстанавливаемые технические системы (ТС), функционирующие непрерывно или периодически. Одним из основных показателей безотказности ТС является среднее время безотказной работы (СВБР), которое часто задается в виде требования к таким ТС, как системы технического обслуживания, системы непрерывного или периодического наблюдения и контроля, средства вычислительной техники, системы связи и др. Достоверный контроль СВБР осуществляется на основе экспериментальных данных об отказах ТС, получаемых в процессе испытаний или эксплуатации ТС и их подсистем.

Испытания ТС на безотказность могут проводиться по различным планам испытаний [3]. Рассмотрим общий случай возможных результатов работы ТС при испытаниях или эксплуатации в течение периодов $T_v, v=1, \dots, N$. При этом регистрируются отказы ТС в моменты t_i от начала работы, $i=1, \dots, n \leq N$, или безотказная работа ТС в течение периодов $T_j, j=1, \dots, J=N-n$. Для восстанавливаемой ТС пери-

оды отсчитываются от моментов включения (использования) после восстановления работоспособности. На основе этих данных необходимо оценить СВБР ТС T_{cp} .

Контроль СВБР ТС может осуществляться непосредственно по результатам наблюдений $\{t_i\}$ и $\{T_j\}$ по зависимостям, приведенным в ГОСТ [3], или на основе интенсивности отказов (ИО), которая оценивается по методу максимального правдоподобия (ММП) [1, 2, 4]. Однако при этом не гарантируется несмещенность и эффективность получаемых оценок СВБР [2, 3]. Далее будет показано, что можно получить более точные оценки СВБР на основе метода несмещенных оценок (МНО) [2, 4].

При рассмотрении методов оценивания СВБР ТС примем следующие допущения:

- наблюдения моментов отказов ТС $\{t_i\}$ взаимно независимы.
- время работы ТС до отказа априори имеет экспоненциальное (показательное) распределение;
- ИО и СВБР ТС при наблюдениях не изменяются: $\Lambda = \text{const}; T_{cp} = \text{const};$

Сухорученков Борис Иванович – доктор технических наук, профессор, член-корреспондент Российской инженерной академии, профессор кафедры баллистических ракет, Военная академия РВСН имени Петра Великого, тел. (495) 696-06-48.

Sukhoruchenkov Boris – doctor of technical sciences, professor, corresponding member of the Russian engineering Academy, professor of the department of ballistic missiles, the Military Academy of strategic missile forces named after Peter the Great, tel. (495) 696-06-48.

• истинные значения СВБР и ИО ТС связаны соотношением [2, 3]:

$$T_{CP} = \frac{1}{\Lambda}. \quad (1)$$

2. Оценивание СВБР ТС по ГОСТ

Для оценивания неизвестного СВБР ТС по результатам испытаний ГОСТ [3] предписывает использовать различные формулы в зависимости от плана испытаний. Если испытания ТС проводятся до отказа (при $J=0$), то точечная оценка СВБР вычисляется как среднее значение зафиксированных моментов отказов

$$\bar{T}_{CP} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i. \quad (2)$$

Дисперсия оценки (2) в ГОСТ не определяется. Однако её можно оценить как для среднего значения выборки по зависимостям [1, 4]:

• оценка дисперсии моментов отказов

$$\bar{\sigma}_t^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{T}_{CP})^2; \quad (3)$$

• оценка дисперсии точечной оценки СВБР (2)

$$\bar{\sigma}_{\bar{T}_{CP}}^2 = \frac{1}{n} \bar{\sigma}_t^2. \quad (4)$$

Доверительные границы для СВБР [T_{CPH} ; T_{CPB}] при заданной доверительной вероятности γ и вероятностях γ_1 и γ_2 для нижней и верхней границ, удовлетворяющих условию $\gamma_1 + \gamma_2 = 1 + \gamma$, согласно ГОСТ вычисляются по зависимостям

$$\bar{T}_{CPH} = r_3 \bar{T}_{CP}; \quad \bar{T}_{CPB} = r_1 \bar{T}_{CP}, \quad (5)$$

где r_p , r_3 – коэффициенты, определяемые по таблицам ГОСТ [3] в зависимости от числа наблюдений n и от доверительных вероятностей γ_1 и γ_2 .

Если при наблюдениях получены данные об отказах ТС $\{t_i\}$ и безотказной работе ТС в течение периодов $\{T_j\}$, то в соответствии с ГОСТ можно вычислить смещенную точечную оценку СВБР по формуле

$$\bar{T}_{CP} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n t_i + \sum_{j=1}^j T_j \right). \quad (6)$$

Дисперсия оценки (6) в ГОСТ не определяется. Доверительные границы для СВБР вычисляются по разным формулам в зависимости от плана испытаний, при этом для ряда планов формулы аналогичны (5).

3. Оценивание СВБР ТС по методу максимального правдоподобия

3.1. Построение функции правдоподобия

Основным методом оценивания показателей безотказности ТС традиционно является метод максималь-

ного правдоподобия (ММП) [1,2,4]. Для контроля СВБР по ММП сначала оценивается интенсивность отказов на основе использования функции правдоподобия (ФП), которая строится следующим образом. В соответствии с принятыми допущениями время работы ТС до отказа t априори имеет экспоненциальное распределение, плотность вероятности (ПВ) и функция распределения (ФР) которого обычно представляются в виде зависимости от ИО Λ

$$f(t) = \Lambda e^{-\Lambda t}; \quad F(t) = 1 - e^{-\Lambda t}. \quad (7)$$

Вероятность безотказной работы (ВБР) ТС в течение периода T определяется на основе ФР (7)

$$P(T) = e^{-\Lambda T}. \quad (8)$$

Если ИО неизвестна, но получены экспериментальные данные $\{t_i\}$ и $\{T_j\}$, то ФП, зависящая от возможных оценок ИО, которые обозначим в виде λ , строится на основе ПВ возможных моментов отказов $\{t_i\}$ и вероятности безотказной работы ТС в течение периодов $\{T_j\}$ с учетом (7) и (8). После преобразований получаются следующие зависимости для ФП:

• на основе данных $\{t_i\}$

$$L_1(\lambda) = \prod_{i=1}^n f(t_i) = \lambda^n e^{-\lambda S_1}; \quad (9)$$

• на основе данных $\{T_j\}$

$$L_2(\lambda) = \prod_{j=1}^j P(T_j) = e^{-\lambda S_2}; \quad (10)$$

• с учетом всех экспериментальных данных

$$L(\lambda) = L_1(\lambda) L_2(\lambda) = \lambda^n e^{-\lambda S}, \quad (11)$$

где $f(t_i)$, $P(T_j)$ – ПВ и ВБР, определяемые по зависимостям (7) и (8) при полученных данных $\{t_i\}$ и $\{T_j\}$ и замене неизвестной ИО на ее оценку;

S_p , S_2 , S – суммарное время работы ТС до отказа, безотказной работы ТС и их сумма соответственно

$$S_1 = \sum_{i=1}^n t_i; \quad S_2 = \sum_{j=1}^j T_j; \quad S = S_1 + S_2. \quad (12)$$

3.2. Оценивание интенсивности отказов по ММП

В соответствии с ММП в качестве точечной оценки ИО принимается такое значение, при котором ФП (11) или ее логарифм достигает максимума. Дисперсия оценки ИО определяется по информационной матрице Фишера [1]. После преобразований получаются следующие зависимости для точечной оценки ИО и ее дисперсии [2, 4]:

$$\bar{\Lambda} = \frac{n}{S}; \quad \sigma_{\bar{\Lambda}}^2 = - \left[\frac{d^2 \ln L(\lambda)}{d\lambda^2} \right]^{-1} = \frac{n}{S^2}. \quad (13)$$

Зависимость для точечной оценки ИО при $T_i = \text{const} = T$ по формуле (13) для ряда планов испытаний узаконена в ГОСТ [3]. При большом объеме наблюдений оценка (13) обладает хорошими свойствами: асимптоти-

ческой несмещенностью и асимптотической эффективностью. Однако при ограниченных значениях J и n оценка (13) получается смещенной (математическое ожидание оценки не совпадает с истинным значением Λ), а следовательно, не эффективной. Это наглядно проявляется в крайнем случае безотказной работы ТС (при $n = 0$), когда получается некорректная оценка ИО $\hat{\Lambda} = 0$, $\sigma_{\hat{\Lambda}}^2 = 0$.

В ММП не определяется плотность вероятности оценок ИО, поэтому ММП не позволяет получить интервальную оценку для ИО. При $T_j = \text{const} = T$ для оценивания доверительных границ Λ_H и Λ_B для ИО могут использоваться сложные зависимости, приведенные в ГОСТ [3]. При безотказной работе ТС (при $n = 0$) в течение J одинаковых периодов T оценка верхней доверительной границы для ИО при заданной доверительной вероятности γ определяется по формуле

$$\bar{\Lambda}_B = -\frac{\ln(1-\gamma)}{JT}. \quad (14)$$

3.3. Оценивание среднего времени безотказной работы ТС

Точечная оценка СВБР ТС определяется приближенно на основе зависимости (1), связывающей СВБР и ИО, при точечной оценке ИО, получаемой по ММП, а дисперсия оценки вычисляется по методу линеаризации [2, 3]

$$\bar{T}_{CP} = \frac{1}{\Lambda}; \quad \sigma_{\bar{T}_{CP}}^2 = \bar{\Lambda}^{-4} \sigma_{\hat{\Lambda}}^2. \quad (15)$$

Необходимо учитывать, что по зависимости (15) получается смещенная оценка ВБР ТС даже при несмещенной оценке ИО.

Оценки нижней T_{CPH} и верхней T_{CPB} доверительных границ для СВБР определяются на основе (1) при оценках доверительных границ для ИО

$$\bar{T}_{CPH} = \frac{1}{\bar{\Lambda}_B}; \quad \bar{T}_{CPB} = \frac{1}{\bar{\Lambda}_H}. \quad (16)$$

Если ТС проработала безотказно в течение суммарного времени S , то оценка нижней доверительной границы T_{CPH} при доверительной вероятности γ вычисляется с учетом (14) по зависимости

$$\bar{T}_{CPH} = -\frac{S}{\ln(1-\gamma)}. \quad (17)$$

4. Оценивание ВБР ТС по методу несмещенных оценок

Для оценивания СВБР по методу несмещенных оценок (МНО) [4] запишем ПВ и ФР времени работы ТС до отказа с учетом (1) в виде функций от СВБР, которые полностью эквивалентны зависимостям (7)

$$f(t) = \frac{1}{T_{CP}} e^{-t/T_{CP}}; \quad F(t) = 1 - e^{-t/T_{CP}}. \quad (18)$$

При этом вероятность безотказной работы ТС в течение периода T определяется на основе ФР (18)

$$P(T) = e^{-T/T_{CP}}. \quad (19)$$

4.1. Построение плотности вероятности оценок СВБР ТС

В соответствии с методом несмещенных оценок (МНО) [4] сначала строится ПВ возможных оценок СВБР ТС, соответствующая полученным экспериментальным данным, что позволяет корректно определить как точечные, так и интервальные оценки неизвестного СВБР. Для этого на основе (18) и (19) определяется ПВ возможных значений моментов отказов $\{t_j\}$ и вероятность безотказной работы ТС в течение возможных периодов $\{T_j\}$

$$f(\{t_j\}) = \prod_{i=1}^n f(t_i) = \left(\frac{1}{T_{CP}}\right)^n e^{-\frac{S_1}{T_{CP}}}; \quad (20)$$

$$\text{Вер}(\{T_j\}) = \prod_{j=1}^J P(T_j) = e^{-\frac{S_2}{T_{CP}}}, \quad (21)$$

где S_1 и S_2 определяются по формулам (12).

Если СВБР неизвестно, но получены данные $\{t_j\}$ и $\{T_j\}$, то, как показано в работе [4], ПВ возможных оценок СВБР, которые обозначим в виде τ , пропорциональна произведению функций (20) и (21). В соответствии с этим ПВ оценок СВБР по МНО строится последовательно по зависимостям

$$g(\tau) = \left(\prod_{i=1}^n f(t_i)\right) \times \left(\prod_{j=1}^J P(T_j)\right) = \tau^{-n} e^{-(S_1+S_2)/\tau}; \quad (22)$$

$$k = \int_0^{\infty} g(\tau) d\tau; \quad f(\tau) = k^{-1} g(\tau). \quad (23)$$

4.2. Оценивание среднего времени безотказной работы ТС

Плотность вероятности (23) является исчерпывающей характеристикой оценки СВБР ТС как случайной величины. На основе ПВ можно определить как точечные, так и интервальные оценки для СВБР. Несмещенные точечные оценки ВБР ТС и их дисперсии вычисляются как первые моменты распределения

$$\bar{T}_{CP} = \int_0^{\infty} \tau f(\tau) d\tau; \quad \sigma_{\bar{T}_{CP}}^2 = \int_0^{\infty} (\tau - \bar{T}_{CP})^2 f(\tau) d\tau. \quad (24)$$

Заметим, что по одним и тем же результатам наблюдений можно получить несмещенную оценку ИО по методу, изложенному в работах [2, 4], и несмещенную оценку СВБР по зависимости (24). Эти оценки не должны и не будут удовлетворять основному соотношению (1), которое справедливо только для точно известных ИО и СВБР.

Оценки доверительных границ для СВБР ТС при заданной доверительной вероятности γ и вероятностях

γ_1 и γ_2 для нижней и верхней границ, удовлетворяющих условию $\gamma_1 + \gamma_2 = 1 + \gamma$, вычисляются на основе ПВ (23) из соотношений

$$\int_0^{T_{CPH}} f(\tau) d\tau = 1 - \gamma_1; \quad \int_0^{T_{CPB}} f(\tau) d\tau = \gamma_2. \quad (25)$$

Оценки (24) и (25) СВБР ТС по МНО в отличие от традиционных методов [2, 3] не зависят от плана испытаний ТС на безотказность и справедливы при любых результатах, получаемых при испытаниях или эксплуатации ТС (при любых значениях $\{t_j\}$ и $\{T_j\}$). Однако, как будет показано в п. 6, корректность этих зависимостей обеспечивается при числе отказов $n > 2$ или при ограничениях на максимально возможные значения СВБР.

5. Демонстрация способа оценивания СВБР ТС

Методы оценивания СВБР ТС по ГОСТ [3] зависят от плана и результатов испытаний, в частности, от соотношения числа испытаний с отказами и без отказов. Поэтому анализ разработанного в п. 4 способа и сравнение его с существующими способами проведем для нескольких вариантов данных наблюдений.

5.1. Оценивание СВБР ТС по результатам испытаний до отказа

5.1.1. Экспериментальные данные об отказах ТС

Рассмотрим результаты испытаний 8 невосстанавливаемых ТС до отказа или 8 циклов работы восстанавливаемой ТС до отказа. Моменты отказов приведены в табл.1. Необходимо оценить СВБР ТС при доверительной вероятности $\gamma = 0,90$.

Таблица 1

Моменты отказов

t_i	0,8	0,1	1,6	0,3	3,1	1,1	4,5	2,5
-------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

5.1.2. Оценивание СВБР по ГОСТ

В соответствии с зависимостями (2)-(5) при экспериментальных данных табл. 1 получаются следующие реализации точечной оценки СВБР, ее среднеквадратического отклонения (СКО) и интервальной оценки СВБР ТС при доверительных вероятностях $\gamma = 0,90$; $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,95$

$$\hat{T}_{CP} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 t_i = 1,75; \quad (26)$$

$$\hat{\sigma}_t = \left[\frac{1}{8-1} \sum_{i=1}^8 (t_i - \hat{T}_{CP})^2 \right]^{0,5} = 1,52; \quad (27)$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{T}_{CP}} = \frac{1}{\sqrt{8}} \hat{\sigma}_t = 0,537;$$

$$\hat{T}_{CPH} = r_3 \hat{T}_{CP} = 1,07; \quad \hat{T}_{CPB} = r_1 \hat{T}_{CP} = 3,52, \quad (28)$$

где $r_1 = 2,01$; $r_3 = 0,61$ – коэффициенты, определяемые по таблицам ГОСТ [3] при $n = 8$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,95$.

5.1.3. Оценивание СВБР по ММП

На основе ММП по данным табл. 1 по зависимостям (13), (15) и (16) получаются следующие реализации оценок ИО и СВБР ТС и их СКО:

$$S = \sum_{i=1}^8 t_i = 14; \quad \hat{\Lambda} = \frac{8}{S} = 0,571; \quad \hat{\sigma}_{\hat{\Lambda}} = \frac{\sqrt{8}}{S} = 0,202. \quad (29)$$

$$\hat{T}_{CP} = \frac{1}{\hat{\Lambda}} = 1,75; \quad \hat{\sigma}_{\hat{T}_{CP}} = \hat{\Lambda}^{-2} \sigma_{\hat{\Lambda}} = 0,620. \quad (30)$$

Из (26) и (30) видно, что оценки СВБР по ГОСТ и ММП совпадают. Интервальная оценка для СВБР по ММП не оценивается.

5.1.4. Оценивание СВБР по МНО

На основе данных табл. 1 по МНО по зависимостям (22)–(23) строится ПВ оценок СВБР ТС, которая показана на рис. 1.

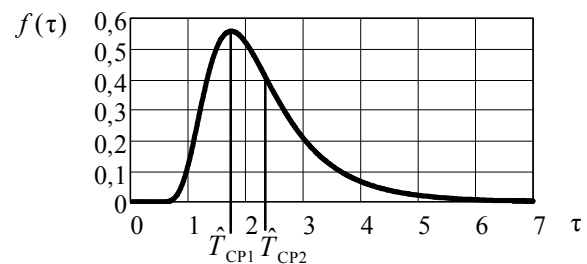


Рис. 1. Плотность вероятности оценок СВБР ТС

Из рис. 1 видно, что ПВ оценок СВБР отличается от нормального распределения. На рис. 1 также показана реализация оценки СВБР T_{CP1} по ГОСТ и ММП, которая соответствует максимуму ПВ оценок СВБР.

На основе построенной ПВ по зависимостям (24) и (25) вычисляются реализации точечной оценки СВБР ТС, ее СКО и границ доверительного интервала для СВБР ТС при $\gamma = 0,90$; $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,95$

$$\hat{T}_{CP} = 2,33; \quad \hat{\sigma}_{\hat{T}_{CP}} = 1,01; \quad (31)$$

$$\hat{T}_{CPH} = 1,18; \quad \hat{T}_{CPB} = 4,25.$$

Реализация оценки СВБР T_{CP2} по МНО показана на рис. 1. Сравнивая оценки (26)–(28), (30) и (31), находим, что точечные и интервальные оценки СВБР по ГОСТ и ММП имеют заниженные значения по сравнению с оценками по МНО. Получаемые по ГОСТ и ММП значения СКО оценки СВБР заметно ниже по сравнению с СКО оценки по МНО. Однако значения СКО оценок СВБР по ГОСТ и ММП являются приближенными, так как не учитывают

ПВ оценок. Действительная величина СКО вычисляется с учетом ПВ оценок, показанной на рис. 1, по зависимости (24) при точечной оценке СВБР по ГОСТ и ММП:

$$\hat{\sigma}_{\bar{T}_{CP}}^* = \left[\int_0^{\infty} (\tau - 1,75)^2 f(\tau) d\tau \right]^{0,5} = 1,17. \quad (32)$$

Сравнивая с (31), находим, что при испытаниях ТС до отказа МНО имеет более высокую точность оценивания СВБР ТС и дает более высокие значения оценок СВБР по сравнению с ГОСТ и ММП.

5.2. Оценивание СВБР ТС по результатам испытаний с отказами и без отказов

5.2.1. Экспериментальные данные об отказах ТС

Проведено 8 испытаний одной ТС или испытания 8 ТС в течение разных периодов от 1 до 2. При этом зафиксировано 3 отказа ТС. Результаты испытаний приведены в табл. 2. Необходимо оценить СВБР ТС при доверительной вероятности $\gamma = 0,90$.

Таблица 2

Результаты испытаний

t_i	0,9	0,5	0,8	-	-
T_j	2	1	1	2	1

5.2.2. Оценивание СВБР по ГОСТ

Реализация точечной оценки СВБР вычисляется по зависимости (6). При результатах испытаний, приведенных в табл. 2 ($n = 3, J = 5$), получаем

$$S = \sum_{i=1}^3 t_i + \sum_{j=1}^5 T_j = 9,2; \quad \hat{T}_{CP} = 9,2 / 3 = 3,07. \quad (33)$$

СКО точечной оценки СВБР в ГОСТ не определяется. Границы доверительного интервала СВБР ТС при доверительных вероятностях $\gamma=0,90; \gamma_1=\gamma_2=0,95$ вычисляются по зависимости (5)

$$\hat{T}_{CPH} = r_3 \hat{T}_{CP} = 1,47; \quad \hat{T}_{CPB} = r_1 \hat{T}_{CP} = 11,24, \quad (34)$$

где $r_1 = 3,66; r_3 = 0,48$ – коэффициенты, определяемые по таблицам ГОСТ [3] при $n=3, \gamma_1=\gamma_2=0,95$.

5.2.3. Оценивание СВБР по ММП

На основе данных табл. 2 при $n = 3, J = 5$ по ММП по зависимостям (13) и (15) получаются следующие реализации оценок ИО и СВБР ТС и их СКО:

$$S = \sum_{i=1}^3 t_i + \sum_{j=1}^5 T_j = 9,2; \quad \hat{\Lambda} = \frac{3}{S} = 0,326; \quad (35)$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{\Lambda}} = \frac{\sqrt{3}}{S} = 0,188.$$

$$\hat{T}_{CP} = \frac{1}{\hat{\Lambda}} = 3,07; \quad \hat{\sigma}_{\bar{T}_{CP}} = \hat{\Lambda}^{-2} \sigma_{\hat{\Lambda}} = 1,77. \quad (36)$$

Оценка СВБР по ММП (36) совпадает с оценкой (33) по ГОСТ. Интервальная оценка для СВБР по ММП не оценивается.

5.2.4. Оценивание СВБР по МНО

На основе данных табл. 2 по зависимостям (22), (23) строится ПВ оценок СВБР ТС, которая показана на рис. 2.

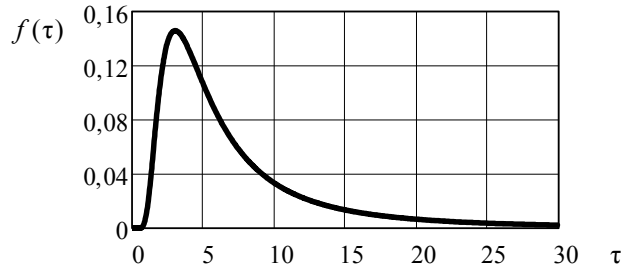


Рис. 2. Плотность вероятности оценок СВБР ТС

Из рис. 2 видно, что ПВ оценок СВБР отличается от нормального распределения и имеет очень длинный «хвост». Поэтому при вычислениях возможные значения СВБР τ были ограничены сверху пределом $\tau_{max} = 500$.

На основе построенной ПВ по зависимостям (24) и (25) вычисляются реализации точечной оценки СВБР ТС, ее СКО и оценок границ доверительного интервала СВБР ТС при $\gamma=0,90; \gamma_1=\gamma_2=0,95$

$$\hat{T}_{CP} = 9,02; \quad \hat{\sigma}_{\bar{T}_{CP}} = 14,5; \quad \hat{T}_{CPH} = 1,94; \quad \hat{T}_{CPB} = 26,3. \quad (37)$$

Сравнивая оценки (33), (34), (36) и (37), находим, что точечные оценки СВБР по ГОСТ и ММП сильно занижены по сравнению с оценкой по МНО. Получаемое по ММП значение СКО оценки СВБР заметно ниже по сравнению с СКО оценки по МНО. Однако СКО оценки СВБР по ММП является приближенным, так как не учитывает ПВ оценок. Действительное значение СКО вычисляется с учетом ПВ оценок, показанной на рис. 2, по зависимости (24) при точечной оценке СВБР по ММП

$$\hat{\sigma}_{\bar{T}_{CP}}^* = \left[\int_0^{500} (\tau - 3,07)^2 f(\tau) d\tau \right]^{0,5} = 15,7. \quad (38)$$

Таким образом, если некоторые испытания ТС являются безотказными, то МНО имеет более высокую точность оценивания СВБР и дает более высокие значения оценок СВБР по сравнению с ГОСТ и ММП. Интервальная оценка СВБР по МНО также получается значительно выше, нежели по ГОСТ.

6. Исследования способа оценивания СВБР ТС

Оценки СВБР ТС по разработанному способу растут при увеличении суммарного времени работы ТС S , не зависят от числа безотказных испытаний и возрастают при снижении числа отказов ТС. При ограниченном числе отказов оценки СВБР становятся некорректными. Для анализа зависимости оценок СВБР от числа отказов были проведены исследования при суммарном времени безотказной работы ТС $S_{без} = 10$. Число отказов n варьировалось в пределах от 0 до 10. При этом суммарное время работы ТС определялось с учетом суммарного времени работы ТС до отказов $S_{отк} = 0,5n$ по зависимости

$$S = 0,5n + S_{без} \tag{39}$$

ПВ оценок СВБР ТС $f(\tau)$, построенные по зависимостям (22)–(23) при некоторых значениях числа отказов n , показаны на рис. 3. Для удобства сравнения ПВ показаны в разных масштабах по осям абсцисс и ординат.

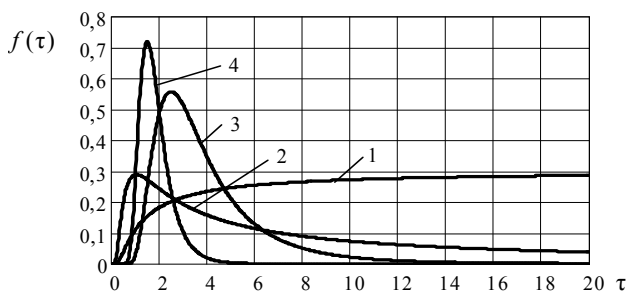


Рис. 3. Плотности вероятности оценок СВБР $af(b\tau)$ при вариациях числа отказов n :
 1 – $n=0$; $a = 50$; $b = 10$; 2 – $n=1$; $a = 20$; $b = 10$;
 3 – $n=5$; $a = 2$; $b = 1$; 4 – $n=10$; $a = 1$; $b = 1$

Анализ результатов вычислений показал, что при безотказных испытаниях (при $n=0$) ПВ $f(\tau)$ растет при увеличении оценок СВБР τ и достигает постоянного уровня, который сохраняется до $\tau \rightarrow \infty$. При этом ПВ $f(\tau) \rightarrow 0$. Чтобы показать ПВ на рис. 3, вычисления ПВ были проведены при ограничении на максимальное значение $\tau_{max} = 200$. Таким образом, оценка СВБР при безотказных испытаниях ТС является некорректной.

При одном отказе ТС (при $n=1$), как следует из рис. 3, ПВ $f(\tau)$ имеет максимум при оценке СВБР, которая совпадает с оценкой СВБР по ММП. Однако ПВ име-

ет удлиненный «хвост», так что с ростом оценки τ ПВ $f(\tau)$ снижается очень медленно и достигает значения 0,01 от максимального значения ПВ только при $\tau=3000$. Поэтому при одном отказе не удастся корректно оценить СВБР ТС. Аналогичный вид ПВ оценок СВБР имеет при трех отказах ТС, см. рис. 2. Однако при этом ПВ оценок при увеличении τ снижается быстрее и достигает величины 0,01 от максимального значения при оценке $\tau=35$.

При числе отказов $n = 5, n = 10$ и выше ПВ оценок СВБР локализуется на ограниченном отрезке, см. рис. 3, и приближается к нормальному распределению. При этом обеспечивается хорошая точность оценивания СВБР ТС.

Таким образом, корректное оценивание СВБР ТС с хорошей точностью по результатам испытаний или эксплуатации ТС возможно при числе отказов $n > 2$.

Выводы

На основе проведенных исследований обоснован новый способ статистического контроля среднего времени безотказной работы (СВБР) технических систем (ТС) на основе регистрации моментов отказов ТС при испытаниях или эксплуатации.

В отличие от традиционных статистических методов (метода максимального правдоподобия и зависимостей, приведенных в ГОСТ [3]), разработанный способ основан на построении плотности вероятности возможных оценок СВБР непосредственно по результатам наблюдений. Благодаря этому обеспечивается получение несмещенных и эффективных точечных и интервальных оценок СВБР ТС при различных вариантах получаемых экспериментальных данных. Способ является универсальным и может использоваться при различных планах испытаний ТС, при этом оценки СВБР ТС не зависят от плана испытаний и определяются только по результатам наблюдений. На конкретных примерах продемонстрирована работоспособность и точность разработанного способа по сравнению с традиционными методами. Показано, что для корректного оценивания СВБР ТС необходимо иметь не менее трех отказов ТС.

Литература

1. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / под ред. Ю. В. Прохорова. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2003. – 912 с.
2. Волков Л. И. Безопасность и надежность систем. М.: СИП РИА, 2003. – 268 с.
3. ГОСТ 11.005-74. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров экспоненциального распределения и распределения Пуассона. М.: Госкомитет СССР по стандартам, 1979. – 30 с.
4. Сухорученков Б. И. Анализ малой выборки. Прикладные статистические методы. М.: Вузовская книга, 2010. – 384 с.

Материал поступил в редакцию 18. 09. 2012 г.