УДК 629.7.05.

© Алферьев В.Л.
Alferyev V.

КАЧЕСТВЕННЫЕ ОЦЕНКИ КОРРЕКТНОСТИ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ В СФЕРИЧЕСКИ-ОДНОРОДНОМ ПОЛЕ

QUALITATIVE ASSESSMENT OF THE CORRECTNESS OF SIMULATION OF CONTROLLED MOTION OF OBJECTS IN A SPHERICALLY UNIFORM FIELD

Аннотация. *На конкретных численных примерах показана целесообразность использования только одного или двух приближений по высоте сферического слоя для представления траектории управляемого движения космического объекта. Рассмотрен алгоритм построения областей достижимости маневрирующего космического объекта (КО).*

Annotation. *On concrete numerical instances the expediency of usage only one or two approximations on an altitude of spherical bed for representation of a path of operated driving of the space object is displayed. The algorithm of build-up of fields of an accessibility of the maneuvering space object is observed.targets controlled process as the required rate cast. Shows the validity of such simplifications.*

Ключевые слова. *Имитационное моделирование, управляемое движение, объект, сферически-однородное поле.*

Key words. *Simulation, controlled motion, object, spherically uniform field..*

В работе оценивается количество членов разложения сферического поля тяготения, которое требуется учитывать при имитационном моделировании. Приведены результаты численных оценок.

Статья является пятой из представляемой серии работ. Список сокращений и обозначений представлен в работе [1]. Там же, в разделах 1-3, дано доказательство правомерности используемого математического подхода к решению задачи. Общий алгебраический вид решения уравнений управляемого движения КО в сферически-однородном поле представлен в в работе [2]. Рекуррентные соотношения, связывающие между собой различные члены разложения решения по высоте сферического слоя, указаны в в работе [3]. Итоговый вил решения для практического использования в процессе имитационного моделирования представлен в в работе [4].

1. Выбор степени полинома разложения $1/\rho^3$

Чтобы уточнить требуемую степень полинома разложения нормы радиус-вектора КО на время включения ДУ, вспомним, как этот полином (3.9) используется в работе [1]. В момент включения ДУ космического объекта поле тяготения подменяется сферически-однородным. В процессе последующего активного движения расчетное отклонение траектории объекта от траектории пассивного движения определяется, наряду с вкладом ДУ, отличием сферически-однородного нестационарного гравитационного поля, описываемого коэффициентами $\tilde{a}_k$, от фактического. В момент выключения ДУ сферически-однородное поле опять заменяется на фактическое, при последующем движении в котором обеспечивается выполнение требуемых краевых условий. Таким образом, максимальное отличие параметров траектории движения космического объекта в соответствии с методикой достигается в момент времени выключения ДУ.

Попробуем оценить величину этого отличия. Как ранее было отмечено, замена поля тяготения производится на каждом участке разгона космического объекта тягой ДУ. Такая замена может производиться на каждом отдельном участке работы маршевой ступени РН после выхода из плотных слоёв атмосферы, а также по отдельности на участках работы ДУ разгонных ступеней космических объектов различного назначения.

Алферьев Виктор Леонидович – кандидат технических наук, главный научный сотрудник, МАК «Вымпел», тел. (495)543-36-76.

Alferyev Victor – PhD., senior researcher, IJSC «Vympel», tel. (495)543-36-76.

Не отвлекаясь на рассмотрение характеристик ДУ этих объектов, отметим, что максимальное время их непрерывной работы, как правило, не превышает величины порядка 200 с.

Вернемся к работе [4] и рассмотрим закон (1.23) изменения положения и скорости космического объекта при его движении в сферически-однородном поле от времени

$$\vec{\rho}_{\Phi}^{[N]} = \vec{\psi}_0^{(N)} + \sum_{k=1}^{3} \vec{\psi}_k^{(frc,N)} \cdot \delta_k ; \; \vec{\rho}_{\Phi}'^{[N]} = \vec{\psi}_0'^{(N)} + \sum_{k=1}^{3} \vec{\psi}_k'^{(frc,N)} \cdot \delta_k .$$

Векторы $\vec{\psi}_0^{(N)}$ и $\vec{\psi}_0'^{(N)}$ задают закон изменения векторов положения и скорости объекта при его пассивном движении. Как отмечено [4], эти векторы в процессе имитационного моделирования могут быть заменены векторами положения и скорости объекта в предположении его движения по стартовой пассивной дуге. Насколько это целесообразно? Определим набор траекторий, задаваемый на некоторое время t_0 следующими параметрами движения:

- высота над поверхностью Земли – 400 км;
- скорость полёта – 3 км/с или 6 км/с;
- угол наклона траектории в диапазоне от 0 до 80°.

Посмотрим, какое будет через 200 *с* расстояние между радиус-вектором, полученным посредством движения по кеплеровой дуге, и радиус-вектором при аналогичном движении в сферически-однородном поле *с использованием второго приближения* по высоте сферического слоя.

На рис.1 и 2 по вертикальной оси отложены искомые расстояния (в метрах) через 200 *с* движения, а по горизонтальной оси – начальные углы наклонов траекторий на время t_0.

Для графиков рис. 1 стартовая скорость КО в момент включения ДУ принималась равной 6 км/с, а для графиков на рис. 2–3 км/с.

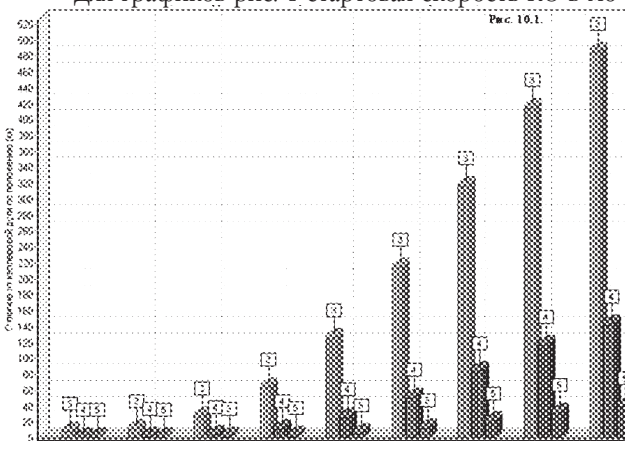

Рис. 1. Оценка корректности выбора степени полинома аппроксимации:
стартовая скорость –6000 км/с; стартовая высота – 400 км; полетное время – 200 с; учет второго приближения по высоте сферического слоя

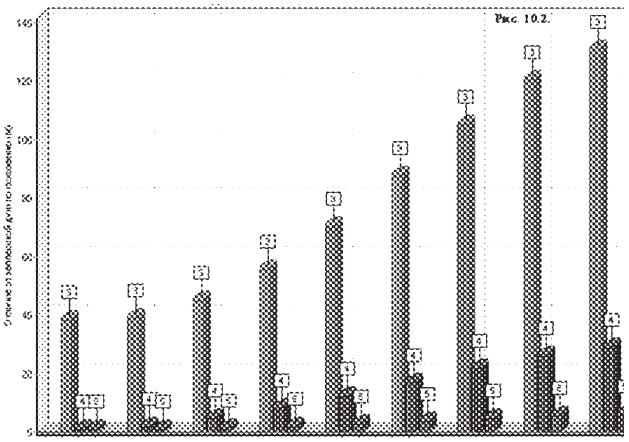

Рис. 2. Оценка корректности выбора степени полинома аппроксимации:
стартовая скорость –3000 км/с; стартовая высота – 400 км; полетное время – 200 с; учет второго приближения по высоте сферического слоя

Для каждого стартового угла наклона траектории представлены результаты, полученные при использовании 3, 4 и 5-й степеней полиномиального представления величины $1/\rho^3$. Значение используемой степени полинома указано над соответствующими графиками.

Если уменьшать стартовую скорость, а также если уменьшать время активного движения объекта, то точность представления сферически-однородным полем кеплеровой дуги быстро возрастает. Вместе с тем даже в самых неблагоприятных ситуациях, возникающих на траекториях с большими начальными скоростями движения и углами наклонов траектории (аналогом угла бросания в инерциальном пространстве), при использовании полинома пятой степени точность по положению не может быть хуже 40 метров даже через 200 *с* движения при одновременном перемещении объекта более чем на 1000 км (табл.1 и 2).

Как будет показано в следующем разделе, если расчет производится только с учетом первого приближения по высоте сферического слоя, то указанная точность (40 метров) существенно улучшается и составляет 20 метров при угле наклона траектории 80 градусов (наименее благоприятный вариант). Это связано с некорректностью учета высших приближений по высоте сферического слоя для представления траекторий движения КО на больших временных интервалах при полёте на траекториях с большими начальными углами наклона траекторий.

На рис. 2 представлен аналогичный график для стартовой скорости движения 3 км/сек., также рассчитанный с учетом второго приближения по высоте сферического слоя.

Таблица 1

Влияние времени движения КО на точность представления его итогового местоположения

(с учетом первого приближения), $V_{ст}$ = 6 км/с

	0	10	20	30	40	50	60	70	80
50	0,0001	0,0002	0,0001	0,0003	0,0001	0,0002	0,0003	0,0004	0,0006
75	0,0001	0,0002	0,0004	0,0010	0,0020	0,0043	0,0078	0,0118	0,0152
100	0,0003	0,0015	0,0035	0,0085	0,0209	0,0445	0,0802	0,1214	0,1559
125	0,0015	0,0075	0,0190	0,0497	0,1241	0,2676	0,4827	0,7301	0,9349
150	0,0065	0,0291	0,0766	0,2082	0,5305	1,1512	2,0774	3,1381	4,0121
175	0,0223	0,0920	0,2504	0,7005	1,8076	3,9349	7,1009	10,7154	13,6830
200	0,0650	0,2499	0,6988	2,0015	5,2130	11,3735	20,5204	30,9377	39,4669

Таблица 2

Влияние времени движения КО на точность представления его итогового местоположения

(с учетом второго приближения), $V_{ст}$ = 6 км/с

	0	10	20	30	40	50	60	70	80
50	0,0001	0,0003	0,0007	0,0015	0,0026	0,0035	0,0044	0,0050	0,0054
75	0,0001	0,0018	0,0078	0,0163	0,0263	0,0354	0,0424	0,0468	0,0488
100	0,0002	0,0092	0,0403	0,0850	0,1315	0,1686	0,1887	0,1917	0,1858
125	0,0010	0,0309	0,1418	0,2936	0,4342	0,5110	0,4960	0,4077	0,3047
150	0,0041	0,0793	0,3853	0,7788	1,0714	1,0766	0,7171	0,1153	0,4877
175	0,0141	0,1660	0,8706	1,6976	2,0778	1,4937	0,4175	2,9180	5,1998
200	0,0409	0,2924	1,7052	3,1507	3,1275	0,5153	6,1631	14,3065	21,3891

Таблица 3

Влияние времени движения КО на точность представления его итогового местоположения

(с учетом первого приближения), $V_{ст}$ = 3 км/с

	0	10	20	30	40	50	60	70	80
50	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001
75	0,0004	0,0004	0,0005	0,0007	0,0010	0,0013	0,0017	0,0020	0,0023
100	0,0036	0,0041	0,0052	0,0072	0,0099	0,0134	0,0173	0,0210	0,0237
125	0,0213	0,0239	0,0308	0,0425	0,0594	0,0809	0,1049	0,1276	0,1443
150	0,0918	0,1013	0,1306	0,1812	0,2547	0,3486	0,4533	0,5518	0,6237
175	0,3157	0,3438	0,4419	0,6154	0,8684	1,1918	1,5520	1,8903	2,1364
200	0,9216	0,9908	1,2688	1,7691	2,5029	3,4415	4,4861	5,4663	6,1776

Таблица 4

Влияние времени движения КО на точность представления его итогового местоположения

(с учетом второго приближения), $V_{ст}$ = 3 км/с

	0	10	20	30	40	50	60	70	80
50	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0006	0,0008	0,0011	0,0013	0,0014
75	0,0003	0,0001	0,0011	0,0031	0,0056	0,0082	0,0106	0,0125	0,0136
100	0,0031	0,0028	0,0029	0,0126	0,0245	0,0367	0,0475	0,0557	0,0607
125	0,0186	0,0206	0,0037	0,0266	0,0630	0,0985	0,1280	0,1488	0,1604
150	0,0802	0,0952	0,0602	0,0087	0,0856	0,1546	0,2027	0,2281	0,2367
175	0,2758	0,3360	0,2891	0,1825	0,0737	0,0247	0,0259	0,0377	0,0844
200	0,8043	0,9867	0,9793	0,8926	0,8538	0,9549	1,2114	1,5519	1,8479

В результате нескольких подобных исследований было принято решение остановиться на использовании пятой степени полинома. Поэтому все последующие исследования в работе проводятся исходя из этого выбора.

Грубую оценку влияния времени движения космического объекта на точность представления итогового местоположения можно получить из табл.1. Каждая строка таблицы соответствует указанному в левой колонке времени движения объекта. Цифры в верхней строке соответствуют стартовому углу наклона траектории на время начала движения в сферически-однородном поле. Таблица рассчитана для самой неблагоприятной стартовой скорости космического объекта 6 км/сек.

Табл.1 рассчитана с учетом второго приближения по высоте сферического слоя, а табл.2 – с учетом только первого приближения по высоте сферического слоя. Как видно из приведенных таблиц, среднее время движения объекта, в течение которых целесообразен учет второго приближения по высоте сферического слоя, не превышает 80-100 *с*.

Одновременно в течение указанного времени полёта точность по положению, обеспечиваемая учетом только первого приближения, по высоте сферического слоя оказывается вполне достаточной.

Полностью аналогичные таблицы, но рассчитанные для стартовой скорости 3 км/с, представлены в табл. 3 и4.

При высокой стартовой скорости последующее движение объекта происходит с нарастанием высоты полета, что и объясняет монотонное возрастание величин невязок с увеличением начального угла наклона траектории. Наихудшая точность представления итогового местоположения космического объекта достигается при больших стартовых углах наклона траекторий и значительных полетных временах движения в сферически-однородном поле.

2. Дополнительно о целесообразности учета второго приближения по высоте сферического слоя

В процессе выбора степени полинома выяснилось, что при превышении времени движения космического объекта некоторой характерной, зависящей от стартовой траектории величины, точность аппроксимации кеплеровой дуги при учете второго приближения по высоте сферического слоя становится существенно хуже, чем если расчет производится только с учетом первого приближения. С теоретической точки зрения это понятно, так как сумма $\sum_{i=1} \tilde{a}_i z^i$ в уравнении движения [1] с ростом времени z на крутых траекториях может оказаться настолько влиятельной, что ряд окажется расходящимся. Эта ситуация в задачах баллистики встречается часто и проблема сводится лишь к выбору количества учитываемых членов возможно расходящегося ряда.

Разграничение ситуаций, отличающихся целесообразностью учета второго приближения по высоте сферического слоя, проведем с использованием рис. 3–6. Рис. 3 и рис. 4 построены для стартовой скорости космического объекта 3 км/с, а рис. 5 и 6 – 6 км/с.

С целью уменьшения количества рисунков рас-

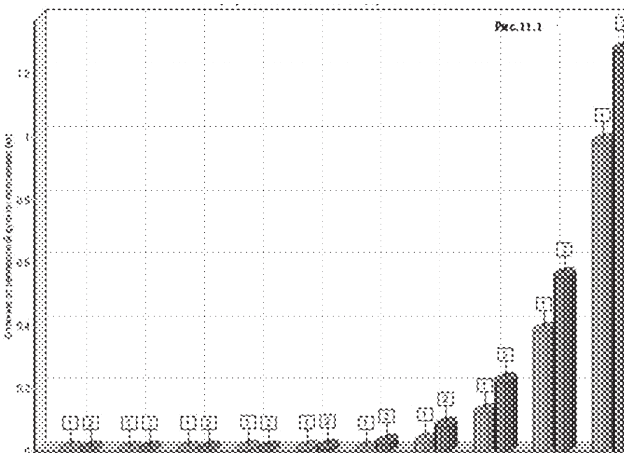

Рис. 3. Выбор приближения по высоте сферического слоя: стартовая скорость –3000 км/с; стартовая высота – 400 км; угол наклона траектории – 20°

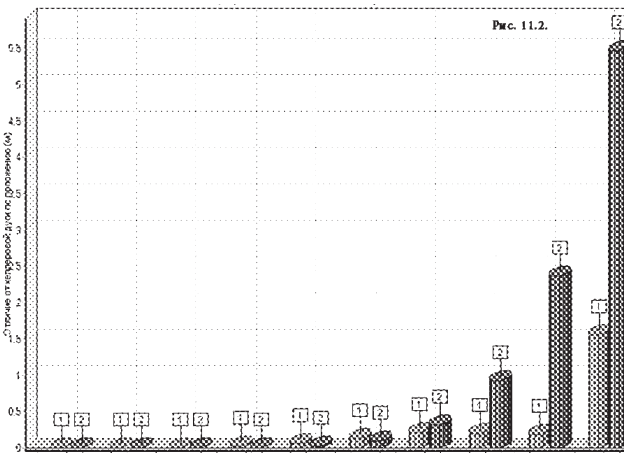

Рис. 4. Выбор приближения по высоте сферического слоя: стартовая скорость –3000 км/с; стартовая высота – 400 км; угол наклона траектории – 70°

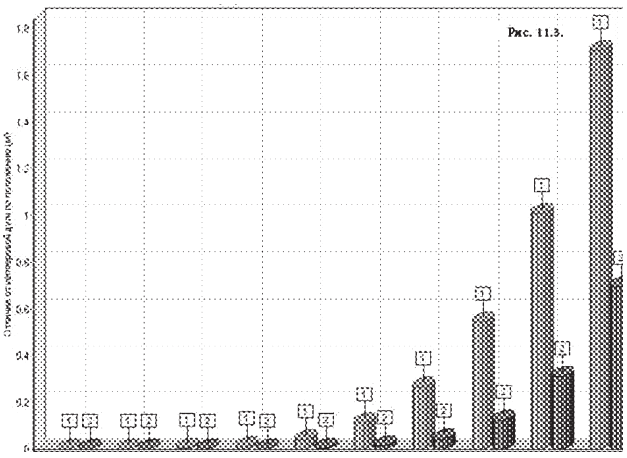

Рис. 5. Выбор приближения по высоте сферического слоя: стартовая скорость –6000 км/с; стартовая высота – 400 км; угол наклона траектории – 20°

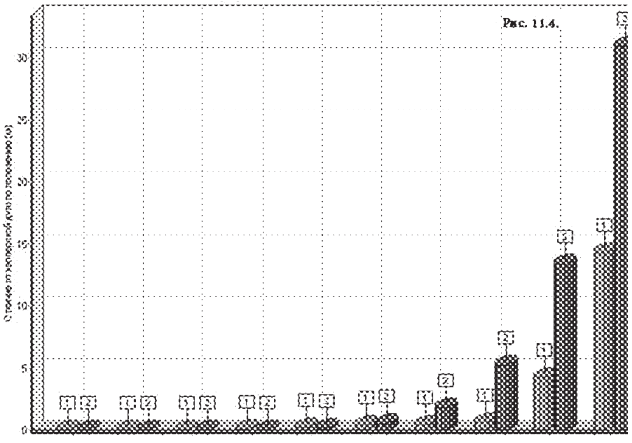

Рис. 6. Выбор приближения по высоте сферического слоя: стартовая скорость –6000 км/с; стартовая высота – 400 км; угол наклона траектории – 70°

сматриваются только два варианта начальных углов наклонов стартовых траекторий. Рис. 3 и 4 построены для стартового угла наклона траектории 20°, а рис. 5 и 6 – 70°.

Над каждым графиком, построенным с учетом только первого приближения по высоте сферического слоя, указана цифра 1, а над графиком, построенным с учетом второго приближения – цифра 2.

На всех перечисленных рисунках по горизонтальной оси указано время (*с*) движения космического объекта в сферически-однородном поле, а по вертикальной оси – отличие итогового местоположения объекта от расчетного в ньютоновом поле тяготения.

Анализ графиков позволяет заключить, что при *небольших значениях* начальных значений углов наклонов траекторий и больших стартовых скоростях КО желательно производить учёт второго приближения по высоте сферического слоя. Вместе с тем при использовании только первого приближения реализуемая точность представления конечного местоположения КО в этих условиях также оказывается более чем достаточной.

Для стартовых траекторий с большим углом наклона траекторий существует такое время движения в сферически-однородном поле, превышение которого приводит к нецелесообразности учета второго приближения. Другими словами, точность представления конечного местоположения КО при учете *только первого приближения* по высоте сферического слоя может оказаться *значительно лучше*.

Таким образом, в задачах имитационного моделировании движения баллистических объектов достаточно учитывать только первое приближение по высоте сферического слоя поля тяготения без рассмотрения компонент второго приближения (здесь речь идёт о вкладе только поля тяготения). Интересно отметить, что использование первого или второго приближения по высоте сферического слоя может быть использовано при численном интегрировании уравнений управляемого движения в фактическом поле тяготения.

Сделанные выше выводы останутся справедливы при моделировании движения КО с работающими ДУ.

3. Типовые ситуации движения с работающей ДУ

Выше были вынесены рекомендации по выбору степени полинома [1] аппроксимации функции $1/\rho^3$ и количеству учитываемых членов приближения по высоте сферического слоя поля тяготения. В результате мы остановились на том, что целесообразно степень полинома принять равной пяти, и в процессе имитационного моделирования в основном не использовать приближение по высоте сферического слоя выше первого.

В данном разделе все расчетные примеры получены с использованием перечисленных выше постулатов. Одновременно в процессе вычислений принимается закон движения объекта в виде уравнений (1.23) [4], в которых участвуют только *линейные члены* по координатам δ_k вектора управления $\vec{\boldsymbol{\delta}}$. Основной целью этих примеров является выявление точности представления положения и скорости космического объекта при его движении в сферически-однородном поле с работающей ДУ посредством уравнений (1.23) [4] в наиболее характерных модельных ситуациях. При этом сравнение производилось с аналогичной траекторией активного движения, полученной посредством численного интегрирования в ньютоновом поле тяготения. Линейное по проекциям δ_k представление решения удобно в обратных задачах определения управления $\vec{\boldsymbol{\delta}}$ по заданным краевым условиям. Вместе с тем от этого удобства легко отказаться, если это окажется целесообразным.

Каждая модельная ситуация характеризуется:

- стартовой высотой начала активного движения;
- начальной (стартовой) скоростью движения и углом наклона траектории;
- расходом запаса характеристической скорости в течение времени активного движения;
- временем активного движения.

Предполагается, что за время активного движения расходуется полный заявленный запас характеристической скорости. Другими словами, читатель всегда может восстановить удельные тягу ДУ и импульс, а также запас топлива на борту космического объекта, если только выберет для себя интересующую стартовую массу.

Расход характеристической скорости в рассматриваемых примерах специально завышен с целью выявления наихудших точностей представления итоговых значений по положению и скорости космического объекта.

В общем случае координаты единичного вектора направления тяги $\vec{\boldsymbol{\delta}}$ ДУ объекта в стартовой сопутствующей системе координат могут быть записаны в виде

$$\delta_1 = \cos\tilde{\mu}\cos\tilde{\lambda};\quad \delta_2 = \sin\tilde{\mu};\quad \delta_3 = \cos\tilde{\mu}\sin\tilde{\lambda},\ (1)$$

где непосредственно координаты δ_k определены соотношением (3.14) [1]. Для всех нижеприводимых примеров, без какого-либо приукрашивания ожидаемых результатов, предполагаем, что вектор тяги ДУ расположен в плоскости стартовой траектории объекта, то есть угол $\tilde{\mu} = 0$. Угол $\tilde{\lambda}$ между вектором тяги и стартовым местным горизонтом примем в качестве параметра, значение которого в градусах будем откладывать по горизонтальной оси нижеприводимых графиков.

Первая характерная ситуация, требующая нашего внимания, заключается в небольшой стартовой высоте объекта над поверхностью Земли, большом угле наклона стартовой траектории и значительным расходом запаса характеристической скорости. Этой модельной ситуации соответствуют движения ракет на активных участках их траекторий после сбросов обтекателей (раздельно по каждой ступени и отдельно по каждому участку возможного маневрирования во время работы последней ступени). В качестве примера примем следующие условия расчета:

- стартовую высоту начала активного движения – 50 км;
- стартовую скорость движения – 2000 м/с;
- стартовый угол наклона траектории 85°;
- расходуемый запас характеристической скорости 5000 м/с.

Полное время активного движения космического объекта, в течение которого производится расходование характеристической скорости в количестве 5000 м/с, принимается равным 50, 75, 100 и 125 *с*. Значение времени выжига топлива указывается сверху каждого графика. Первые справа столбики соответствуют времени активного движения КО 125 *с*, а вторые справа – 50 *с*. (рис. 7–8)

На рис. 9 показаны неточности представления посредством уравнений (1.23) [4] радиус-вектора положения центра масс космического объекта (в метрах), а на

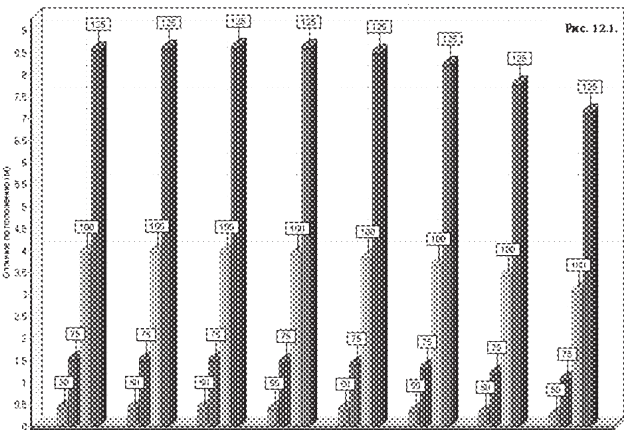

Рис. 7. Зависимость неточности по положению КО от угла угла между вектором и начальным местным горизонтом: стартовая скорость –2000 км/с; стартовая высота – 50км; расходуемый запас характеристической скорости–5000 м/с

рис. 10 – вектора скорости центра масс объекта (в сантиметрах в секунду). Принятое в расчётах значение расхо-

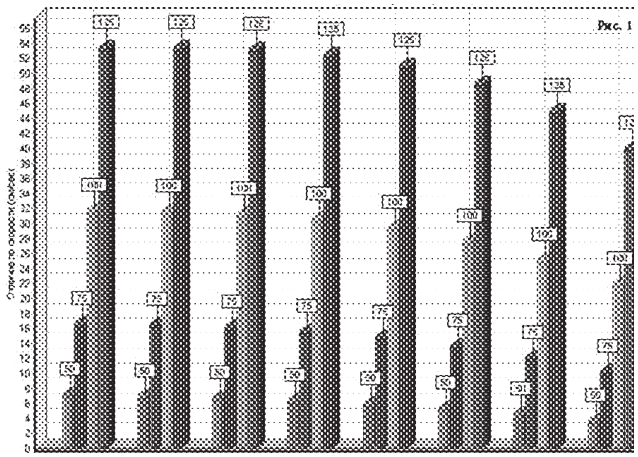

Рис. 8. Зависимость неточности по скорости КО от угла угла между вектором и начальным местным горизонтом: стартовая скорость –2000 км/с; стартовая высота – 50км; расходуемый запас характеристической скорости–5000 м/с

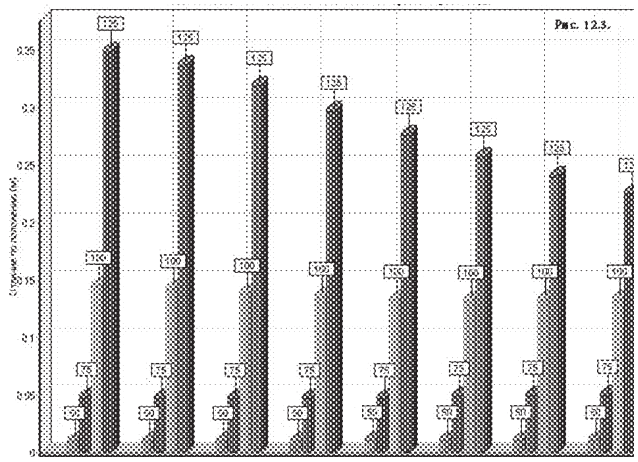

Рис. 9. Зависимость неточности по положению КО от угла угла между вектором и начальным местным горизонтом: стартовая скорость –6000 км/с; стартовая высота – 500км; расходуемый запас характеристической скорости–1000 м/с

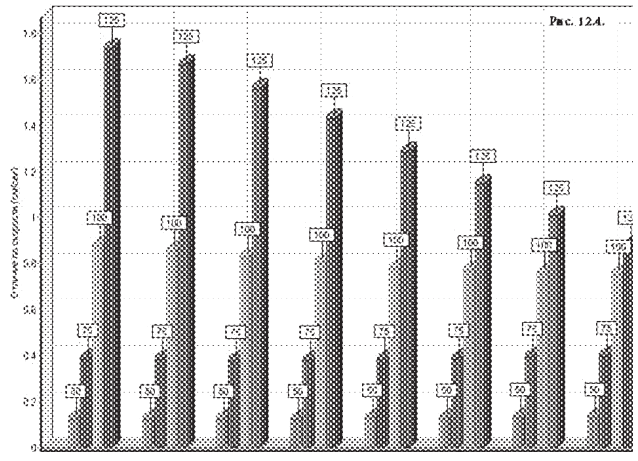

Рис. 10. Зависимость неточности по скорости КО от угла угла между вектором и начальным местным горизонтом: стартовая скорость –2000 км/с; стартовая высота – 500км; расходуемый запас характеристической скорости–1000 м/с

дуемой характеристической скорости объекта 5000 м/с. слишком оптимистично для отдельно взятой разгонной ступени. Однако для всех реальных значений этой величины получаемые точности вычислений будут значительно лучше. Как показывают графики, имитационное моделирование управляемого движения рассматриваемых типов КО может производиться с использованием только первого приближения по высоте сферического слоя, для которого принимается порядок учёта вклада ДУ в виде уравнения (1.23) [4].

Другая ситуация, описывающая условия полёта иного типа КО, характеризуется бóльшей стартовой высотой, другим диапазоном значений углов наклонов траекторий в момент включения ДУ, а также сравнительно небольшим расходом запаса характеристической скорости. В качестве примера примем следующие условия расчета:

- высота начала активного движения – 500 км;
- скоростью в момент включения ДУ – 6000 м/сек;
- угол наклона траектории – 40°;
- расходуемый запас характеристической скорости 1000 м/с.

Полное время активного движения космического объекта, в течение которого производится расходование принятого запаса характеристической скорости 1000 м/с, также принимается равным 50, 75, 100 и 125 *с*. Значение данного времени указывается сверху каждого графика. Крайние правые столбики соответствуют времени активного движения КО 125 *с*, а крайние левые – 50 *с*.

На рис. 9 показаны неточности представления уравнениями (1.23) [4] радиус-вектора положения центра масс космического объекта (в метрах), а на рис.10 – вектора скорости центра масс объекта (в сантиметрах в секунду). Как видно из значений величин, указанных по осям ординат, подобные модельные ситуации также могут рассчитываться с использованием излагаемой методики с учётом только первого приближения по высоте сферического слоя и принятия закона активного движения в виде уравнений (1.23) [4].

Таким образом, в соответствии с рассмотренными примерами можем сделать выводы:

- предпочтительная степень полинома [1] (учёт вклада ДУ в движение КО) равна пяти;
- учет второго и более высокого приближения по высоте сферического слоя в задачах синтеза управляемого движения основных типов баллистических объектов нецелесообразно;
- уравнения (1.23) [4] могут быть формально приняты при имитационном моделировании как закон движения

баллистических объектов с работающими ДУ.

При этом сами уравнения (1.23) [4] перепишутся в виде

$$\begin{aligned}\vec{\rho}_{\Phi} &= \vec{\rho}_0^{(0)} + \sum_{i=1}^{5}\tilde{a}_i^{(0)}\vec{\rho}_1^{(0,i)} + \sum_{k=1}^{3}\vec{\psi}_k^{(frc,1)}\delta_k;\\ \vec{\rho}'_{\Phi} &= \vec{\rho}_0'^{(0)} + \sum_{i=1}^{5}\tilde{a}_i^{(0)}\vec{\rho}_1'^{(0,i)} + \sum_{k=1}^{3}\vec{\psi}_k'^{(frc,1)}\delta_k,\end{aligned} \tag{2}$$

для которых правило (1.21), [4] вычисления векторов $\vec{\psi}_k^{(frc,1)}$ и $\vec{\psi}_k'^{(frc,1)}$ упростится и определится уравнениями

$$\begin{cases}\vec{\psi}_1^{(frc,1)} = \sum_{i=3}^{5}\tilde{a}_i^{(1)}\vec{\rho}_1^{(0,i)} + \tilde{u}\chi_{\Phi}^{(1)}\vec{\mathbf{Q}}_0;\\ \vec{\psi}_2^{(frc,1)} = \tilde{u}\chi_{\Phi}^{(1)}\vec{\mathbf{c}}_0; \quad \vec{\psi}_3^{(frc)} = \sum_{i=2}^{5}\tilde{a}_i^{(3)}\vec{\rho}_1^{(0,i)} + \tilde{u}\chi_{\Phi}^{(1)}\vec{\gamma}_0;\\ \vec{\psi}_1'^{(frc,1)} = \sum_{i=3}^{5}\tilde{a}_i^{(1)}\vec{\rho}_1'^{(0,i)} + \tilde{u}\chi_{\Phi}'^{(1)}\vec{\mathbf{Q}}_0;\\ \vec{\psi}_2'^{(frc,1)} = \tilde{u}\chi_{\Phi}'^{(1)}\vec{\mathbf{c}}_0; \quad \vec{\psi}_3'^{(frc)} = \sum_{i=2}^{5}\tilde{a}_i^{(3)}\vec{\rho}_1'^{(0,i)} + \tilde{u}\chi_{\Phi}'^{(1)}\vec{\gamma}_0,\end{cases} \tag{3}$$

где в соответствии с (1.21), [4]

$$\begin{aligned}\chi_{\Phi}^{(1)}(a,z) &= \Pi(a,z) + \sum_{i=1}\tilde{a}_i^{(0)}\chi_1^{(i)};\\ \chi_{\Phi}'^{(1)}(a,z) &= \Pi'(a,z) + \sum_{i=1}\tilde{a}_i^{(0)}\chi_1'^{(i)}.\end{aligned} \tag{4}$$

4. Об областях достижимостей

В соответствии с изложенными результатами можем непосредственно выписать уравнения расчета характерных размеров областей достижимости маневрирующим объектом. Области достижимости могут рассматриваться как в конфигурационном пространстве, характеризуя при этом континуум возможных местоположений космического объекта к моменту выключения ДУ, так и в пространстве скоростей, определяя тем самым пространственный непрерывный набор возможных изменений вектора скорости по отношению к скорости на пассивной траектории. В том или ином случае указанные области непосредственно получаются с использованием уравнений (1.23) [4].

Заменим в уравнении (1.23)[4] координаты δ_k посредством из представления (3.1)[4] в сферической системе координат. Рассмотрим первое уравнение (1.23) [4] и определим область достижимости маневрирующим объектом в конфигурационном пространстве. Изменение местоположения космического объекта при маневрировании в начальной плоскости полета $(\tilde{\mu}=0)$ удовлетворит (1.23), [4] уравнению

$$\vec{\mathbf{w}} = \vec{\psi}_1^{(frc,\mathrm{N})}\cos\tilde{\lambda} + \vec{\psi}_3^{(frc,\mathrm{N})}\sin\tilde{\lambda}, \tag{5}$$

где разности $\vec{\mathbf{w}}$ и $\vec{\mathbf{w}}'$ определяются уравнениями (1.23), [4]

$$\vec{\mathbf{w}} = \vec{\rho} - \vec{\psi}_0^{(\mathrm{N})}; \quad \vec{\mathbf{w}}' = \vec{\rho}' - \vec{\psi}_0'^{(\mathrm{N})}.$$

Как следует из уравнения (2.1) [4], экстремум нормы разности $\|\vec{\mathbf{w}}\|$ будет достигнут при значении угла $\tilde{\lambda} = \tilde{\lambda}_0$, удовлетворяющего уравнениям

$$\begin{cases}\sin 2\tilde{\lambda}_0 = \varepsilon_1^{\pm}\dfrac{2(\vec{\psi}_1^{(frc,\mathrm{N})}, \vec{\psi}_3^{(frc,\mathrm{N})})}{\sqrt{4(\vec{\psi}_1^{(frc,\mathrm{N})}, \vec{\psi}_3^{(frc,\mathrm{N})})^2 + \left(\left\|\vec{\psi}_1^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2 - \left\|\vec{\psi}_3^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2\right)^2}};\\ \cos 2\tilde{\lambda}_0 = \varepsilon_1^{\pm}\dfrac{\left|\vec{\psi}_1^{(frc,\mathrm{N})}\right|^2 - \left|\vec{\psi}_3^{(frc,\mathrm{N})}\right|^2}{\sqrt{4(\vec{\psi}_1^{(frc,\mathrm{N})}, \vec{\psi}_3^{(frc,\mathrm{N})})^2 + \left(\left\|\vec{\psi}_1^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2 - \left\|\vec{\psi}_3^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2\right)^2}},\end{cases} \tag{6}$$

где константа $\varepsilon_1^{\pm} = \pm 1$. Собственно достигаемая величина $\|\vec{\mathbf{w}}\|$ разности $\vec{\mathbf{w}}$ при таком значении угла $\tilde{\lambda}$ определится соотношением

$$\begin{aligned}2\|\vec{\mathbf{w}}\|^2 &= \left\|\vec{\psi}_1^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2 + \left\|\vec{\psi}_3^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2 +\\ &+\varepsilon_1^{\pm}\sqrt{4(\vec{\psi}_1^{(frc,\mathrm{N})}, \vec{\psi}_3^{(frc,\mathrm{N})})^2 + \left(\left\|\vec{\psi}_1^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2 - \left\|\vec{\psi}_3^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2\right)^2}.\end{aligned} \tag{7}$$

Если маневр космического объекта осуществляется ортогонально плоскости стартовой траектории, то угол $\tilde{\mu} = \varepsilon_2^{\pm}\dfrac{\pi}{2}$, $\varepsilon_2^{\pm} = \pm 1$, и, в силу справедливости тождества $\vec{\psi}_2^{(\mathrm{N})} = \vec{\psi}_2'^{(\mathrm{N})} \equiv 0$ (1.15), [4] можем написать $\Delta\vec{\rho} = \varepsilon_2^{\pm}\tilde{u}\chi_{\Phi}^{(\mathrm{N})}\vec{\mathbf{c}}_0$, поэтому третий размер области достижимости определится равенством

$$\|\Delta\vec{\rho}\| = \tilde{u}\left|\chi_{\Phi}^{(\mathrm{N})}\right|. \tag{8}$$

Область достижимости в конфигурационном пространстве симметрична относительно плоскости стартовой траектории и имеет размер (4.4). Пересечение области достижимости с плоскостью стартовой траектории имеет вид несимметричного двояко-сплюснутого эллипса с условным центром в точке, которую занимал бы баллистический объект при движении по пассивной траектории. Линии, на которых достигаются максимумы и минимумы размеров этого эллипса, пересекаются в точке условного центра и ортогональны между собой. Размеры больших полуосей, так же как и размеры малых полуосей, разные и определяются различным поведением векторов $\vec{\psi}_1^{(\mathrm{N})}$, $\vec{\psi}_3^{(\mathrm{N})}$, а также функции $\chi_{\Phi}^{(\mathrm{N})}$ при маневрировании космического объекта в ту или иную сторону.

Соответствующие скорости, реализуемые при достижении объектом экстремальных значений удаления от условного центра области достижимости, могут быть получены с использованием второго уравнения (1.23) [4], для которого вектор управления $\vec{\boldsymbol{\delta}}$ рассчитывается с использованием уравнения (3.1) [4] при угле $\widetilde{\lambda} = \widetilde{\lambda}_0$ (4.2).

Область достижимости в пространстве скоростей

имеет для своего описания подобные соотношения, в которых вместо векторов $\vec{\psi}_1^{(frc,\mathrm{N})}$ и $\vec{\psi}_3^{(frc,\mathrm{N})}$ используются скорости их изменения

$$\begin{cases} \sin 2\tilde{\lambda}_1 = \varepsilon_1^{\pm} \dfrac{2(\vec{\psi}_1'^{(frc,\mathrm{N})}, \vec{\psi}_3'^{(frc,\mathrm{N})})}{\sqrt{4(\vec{\psi}_1'^{(frc,\mathrm{N})}, \vec{\psi}_3'^{(frc,\mathrm{N})})^2 + \left(\left\|\vec{\psi}_1'^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2 - \left\|\vec{\psi}_3'^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2\right)^2}}; \\ \cos 2\tilde{\lambda}_1 = \varepsilon_1^{\pm} \dfrac{\left|\vec{\psi}_1'^{(frc,\mathrm{N})}\right|^2 - \left|\vec{\psi}_3'^{(frc,\mathrm{N})}\right|^2}{\sqrt{4(\vec{\psi}_1'^{(frc,\mathrm{N})}, \vec{\psi}_3'^{(frc,\mathrm{N})})^2 + \left(\left\|\vec{\psi}_1'^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2 - \left\|\vec{\psi}_3'^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2\right)^2}}. \end{cases} \quad (9)$$

Соответствующее изменение нормы добавки $\|\vec{\mathbf{w}}'\|$ к вектору скорости космического объекта за счет работы ДУ запишется в виде

$$2\|\vec{\mathbf{w}}'\|^2 = \left\|\vec{\psi}_1'^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2 + \left\|\vec{\psi}_3'^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2 + \varepsilon_1^{\pm}\sqrt{4(\vec{\psi}_1'^{(frc,\mathrm{N})}, \vec{\psi}_3'^{(frc,\mathrm{N})})^2 + \left(\left\|\vec{\psi}_1'^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2 - \left\|\vec{\psi}_3'^{(frc,\mathrm{N})}\right\|^2\right)^2} \quad (10)$$

или при маневре ортогонально плоскости стартовой траектории

$$\|\Delta\vec{\boldsymbol{\rho}}'\| = \tilde{u}\left|\chi_{\Phi}'^{(\mathrm{N})}\right|. \quad (11)$$

Геометрические свойства области достижимости в пространстве скоростей полностью аналогичны аналогичным свойствам области достижимости в конфигурационном пространстве.

Соотношения данного раздела применимы к участку активного движения маневрирующего космического объекта. При вычислении областей достижимости для последующего, уже пассивного, движения космического объекта следует зафиксировать требуемую область достижимости на время выключения ДУ, вычислить соответствующие экстремальным размерам этой области недостающие вектора положения или скорости, и затем продолжить определение необходимых границ по пассивной траектории.

5. Последовательность вычисления положения и скорости КО при известном управлении и времени работы ДУ

В разделе приводится пример последовательности расчётов при использовании первого приближения по высоте сферического слоя.

1. По известному положению $\vec{\mathbf{r}}_0 = \vec{\mathbf{r}}(t_0)$ и скорости $\vec{\mathbf{v}}_0 = \vec{\mathbf{v}}(t_0)$ КО на время t_0 включения ДУ предварительно рассчитываем константы:

- коэффициенты пассивного движения $\tilde{a}_k^{(0)}$ (2.2) [4];
- коэффициенты $\tilde{a}_k^{(1)}$ (2.3), [4] при δ_1;
- коэффициенты $\tilde{a}_k^{(3)}$ (2.5), [4] при δ_3.

2. Задаем требуемое время движения z, для которого вычисляем

- коэффициенты $\kappa_{1,\mathrm{rv}}^{(m)}$, $\kappa_{1,\mathrm{vr}}^{(m)}$ и $\kappa_{1,\mathrm{vv}}^{(m)}$ [3];
- функции $\Pi(a,z)$ и $\Pi'(a,z)$ [3];
- функции $\chi_1^{(m)}$, $\chi_1'^{(m)}$ [3].
- функции

$$\chi_{\Phi}^{(1)}(a,z) = \Pi(a,z) + \sum_{i=1}\tilde{a}_i^{(0)}\chi_1^{(i)};$$

$$\chi_{\Phi}'^{(1)}(a,z) = \Pi'(a,z) + \sum_{i=1}\tilde{a}_i^{(0)}\chi_1'^{(i)};$$

- векторы

$$\begin{cases} \vec{\psi}_1^{(frc,1)} = \sum_{i=3}^{5}\tilde{a}_i^{(1)}\vec{\boldsymbol{\rho}}_1^{(0,i)} + \tilde{u}\chi_{\Phi}^{(1)}\vec{\mathbf{Q}}_0; \\ \vec{\psi}_2^{(frc,1)} = \tilde{u}\chi_{\Phi}^{(1)}\vec{\mathbf{c}}_0; \quad \vec{\psi}_3^{(frc,1)} = \sum_{i=2}^{5}\tilde{a}_i^{(3)}\vec{\boldsymbol{\rho}}_1^{(0,i)} + \tilde{u}\chi_{\Phi}^{(1)}\vec{\boldsymbol{\gamma}}_0; \\ \vec{\psi}_1'^{(frc,1)} = \sum_{i=3}^{5}\tilde{a}_i^{(1)}\vec{\boldsymbol{\rho}}_1'^{(0,i)} + \tilde{u}\chi_{\Phi}'^{(1)}\vec{\mathbf{Q}}_0; \\ \vec{\psi}_2'^{(frc,1)} = \tilde{u}\chi_{\Phi}'^{(1)}\vec{\mathbf{c}}_0; \quad \vec{\psi}_3'^{(frc,1)} = \sum_{i=2}^{5}\tilde{a}_i^{(3)}\vec{\boldsymbol{\rho}}_1'^{(0,i)} + \tilde{u}\chi_{\Phi}'^{(1)}\vec{\boldsymbol{\gamma}}_0. \end{cases}$$

3. Задаём требуемое управление $\vec{\boldsymbol{\delta}}$, для которого находим векторы положения и скорости КО

$$\vec{\boldsymbol{\rho}}_{\Phi} = \vec{\boldsymbol{\rho}}_0^{(0)} + \sum_{i=1}^{5}\tilde{a}_i^{(0)}\vec{\boldsymbol{\rho}}_1^{(0,i)} + \sum_{k=1}^{3}\vec{\psi}_k^{(frc,1)}\delta_k;$$

$$\vec{\boldsymbol{\rho}}_{\Phi}' = \vec{\boldsymbol{\rho}}_0'^{(0)} + \sum_{i=1}^{5}\tilde{a}_i^{(0)}\vec{\boldsymbol{\rho}}_1'^{(0,i)} + \sum_{k=1}^{3}\vec{\psi}_k'^{(frc,1)}\delta_k.$$

4. Находим соответствующие размерные векторы и $\vec{\mathbf{r}} = R_0\vec{\boldsymbol{\rho}}$ и $\vec{\mathbf{v}} = V_{\text{кр}}\vec{\mathbf{v}}$.

6. Алгоритмическое решение краевой задачи

Выводы работы позволяют решать задачу синтеза управляемого движения маневрирующего космического объекта в ограниченной постановке (3.14) [1] с промежуточными краевыми условиями $\vec{\mathbf{v}}(t_1) = \vec{\mathbf{v}}^1$ (3.14), [1]. Вместе с тем остается открытым вопрос поиска вектора требуемой скорости $\vec{\mathbf{v}}^1$, удовлетворяющего краевым условиям (1.1) [1], необходимого для использования при решении ограниченной краевой задачи, изложенной в п.8. На самом деле алгоритм поиска требуемого вектора скорости $\vec{\mathbf{v}}^1$ очень простой, если программист уже имеет процедуры расчета рассматриваемых задач в импульсной постановке. Действительно, допустим, существует программно-реализованный алгоритм расчета вектора

$$\vec{\mathbf{v}}_{имп}^1 = \vec{\mathbf{v}}_{имп}^1(\vec{\mathbf{r}}^1), \quad (12)$$

который для любого местоположения $\vec{\mathbf{r}}^1$ космического объекта гарантирует выполнение краевых условий (1.1) [1]

$$\vec{\mathbf{f}}^1(\vec{\mathbf{v}}_{имп}^1) = \vec{\mathbf{r}}^1. \quad (13)$$

Запись (12) есть ничто иное, как обращение краевых условий (13) и их разрешение относительно требуемой скорости бросания $\vec{\mathbf{v}}_{имп}^1$. Как было замечено в п.1, это возможно всякий раз, когда целью маневрирования является изменение не более трех независимых интегралов движения начальной траектории разгонной ступени. Такими интегралами могут быть, например, координаты

встречи КО с целью в заданное время или в произвольное время. Последняя ситуация приводит к необходимости изменения только двух интегралов движения на траектории маневрирования.

В зависимости от цели управляемого движения в п.2. нижеприводимого алгоритма используется решение аналогичной задачи в импульсной постановке.

Если количество независимых уравнений в векторной записи (13) меньше трех, то правая часть уравнения (12) может быть одновременно результатом решения некоторой минимаксной задачи, определяющей правило пользования краевыми условиями (1.1)[1]. Например, уравнение (12) может отражать требование прохождение результирующей траектории в произвольное время через вектор цели $\vec{\mathbf{r}}^{(2)}$ при реализации минимального импульса скорости в точке $\vec{\mathbf{r}}^{1}$, то есть запись (12) уже отражает тот факт, что в импульсной постановке норма разности $\left\|\vec{\mathbf{v}}^{1}_{имп}-\vec{\mathbf{v}}^{1}\right\|$ минимальна.

При задании времени достижения цели $\vec{\mathbf{r}}^{(2)}$, угла наклона траектории (аналога угла бросания бросания) в момент выключения двигателей разгонной ступени, или любого другого независимого от вектора $\vec{\mathbf{r}}^{(2)}$ параметра, якобиан системы скалярных уравнений (13) будет всегда отличен от нуля и формальная запись (12) допустима. Необходимость поиска дополнительного экстремума по параметру скорости (12) возникает при построении промежуточной траектории движения корректирующей ступени с полезной нагрузкой при выводе ее на орбиту ИСЗ. Допустим, например, что вектор цели $\vec{\mathbf{r}}^{(2)}$ выбирается на требуемой траектории ИСЗ и так, что для ее достижения со скоростью $\vec{\mathbf{v}}^{(2)}$ достаточно энергетического запаса ракеты-носителя. Каждому местоположению на траектории ИСЗ соответствует орбитальная скорость $\vec{\mathbf{v}}^{(2)}_{обр}$. Тогда скорость бросания $\vec{\mathbf{v}}^{1}_{имп}$ в импульсной постановке может выбираться из условия минимума нормы разности $\left\|\vec{\mathbf{v}}^{(2)}_{обр}-\vec{\mathbf{v}}^{(2)}\right\|$при заданном энергетическом запасе ракеты-носителя.

В данной работе мы не ставим целью обсуждение общедоступных способов решения задач нацеливания в импульсной постановке и считаем, что соответствующие программно-реализованные алгоритмы, используемые в п.2. нижеприводимого алгоритма, существуют.

В качестве примера приведем схематичный алгоритм решения полной краевой задачи при выполнении краевых условий вида (1.1)[1] в задаче обеспечения достижения цели $\vec{\mathbf{r}}^{(2)}$ к заданному времени t_2.

Пусть n – количество произведенных итераций решения ограниченной краевой задачи (1.16)[1], $\Delta=\left\|\vec{\mathbf{v}}^{1}_{имп}-\vec{\mathbf{v}}^{1}\right\|$, F – некоторая служебная величина, обеспечивающая устойчивость работы итерационного процесса; Δt – ожидаемое время движения космического объекта от момента окончания работы ДУ до встречи с целью. Установим начальные условия

$\Delta=1;\ F=1;\quad n=0;\quad \Delta t=t_2-t_0;\quad \vec{\mathbf{r}}^{1}=\vec{\mathbf{r}}_0;\quad \vec{\mathbf{v}}^{1}=\vec{\mathbf{v}}_0$ и начнем итерационный процесс:

1. Проверяем выполнение условия

$(\Delta<10^{-8})\vee(F<10^{-4}\Delta)$.

Если условие выполнено, то краевые условия (1.1) [1] достигнуты и расчет закончен. Показатели степеней числа 10, конечно, условны. Условие $(F<10^{-4}\Delta)$ в некоторой степени дублирует условие п.7. этого алгоритма и гарантирует достижение наилучшей точности расчетов в случае задания ошибочно завышенных требований по точности Δ определения скорости $\vec{\mathbf{v}}^{1}$ бросания к моменту выключения ДУ. Несознательное завышение требований по точности Δ возможно всегда, так как внутри данного итерационного процесса присутствует другой итерационный процесс, скрытый в п.3, решающий ограниченную краевую задача в соответствии с выводами п.8.

2. Строим траекторию, проходящую через точки $\vec{\mathbf{r}}^{1}$ и $\vec{\mathbf{r}}^{(2)}$ с полетным временем Δt. В соответствии с построенной траекторией получаем скорость бросания $\vec{\mathbf{v}}^{1}_{имп}$ (12) в импульсной постановке из точки $\vec{\mathbf{r}}^{1}$. Если построение такой траектории невозможно, то расчет заканчивается в силу невозможности обеспечения выполнения краевых условий (1.1) [1]. Решение импульсной задачи построения траектории в данном пункте не обязательно производится в ньютоновом поле тяготения. В соответствии с потребностями решаемой задачи весь итерационный процесс может строиться с учетом разложения геопотенциала Земли по соответствующим гармоникам.

3. С использованием результатов раздела (2.7) [1] решаем ограниченную краевую задачу (1.16) [1] полагая на данном шаге $\vec{\mathbf{v}}^{1}=\vec{\mathbf{v}}^{1}_{имп}$. В итоге находим координаты δ_k единичного вектора направления тяги $\vec{\boldsymbol{\delta}}$ на орты начальной сопутствующей системы координат (3.1) [1] и требуемое время $t_{ду}$ работы ДУ. Если полученное время $t_{ду}$ работы ДУ неразумно велико, то расчет заканчивается в силу невозможности обеспечения выполнения краевых условий (1.1) [1]. При оценке величины $t_{ду}$ необходимо предусмотреть возможность некоторого перерасхода топлива, так как окончательная оценка расхода топлива производится по окончании итерационного процесса.

4. С использованием найденного из п.3. времени $t_{ду}$ активного движения объекта рассчитываем векторы $\vec{\boldsymbol{\psi}}^{(frc)}_{k}$ и $\vec{\boldsymbol{\psi}}'^{(frc)}_{k}$ (1.21) [4] а также посредством подстановки в уравнения (1.23) [4] полученного вектора управления

$\vec{\boldsymbol{\delta}}$ находим векторы скорости $\vec{\mathbf{v}}^1$ и положения $\vec{\mathbf{r}}^1$, которые будет иметь баллистический объект к моменту окончания активного движения при управлении $\vec{\boldsymbol{\delta}}$ за время $t_{\text{ду}}$.

5. Рассчитываем служебные величины $\Delta_{old} = \Delta$; $\Delta = \left\| \vec{\mathbf{v}}^1_{имп} - \vec{\mathbf{v}}^1 \right\|$; $F_{old} = F$; $F = |\Delta_{old} - \Delta|$.

6. Увеличиваем счетчик n количества итераций на единицу, n=n+1.

7. Проверяем. Если $(n > 3) \wedge (F > F_{old})$, то решение задачи закончено успешно. Условие выхода в данном пункте не определяется существом задачи, а диктуется необходимостью выдерживания необходимой точности расчета времени $t_{\text{ду}}$ активного движения космического объекта в п.3. Если, например, произведение ожидаемой ошибки в определении $t_{\text{ду}}$ на итоговое (на время t_1) реактивное ускорение космического объекта более чем в десять раз меньше нормы разности Δ определения вектора скорости $\vec{\mathbf{v}}^1$ бросания в конце активного участка, то условие данного пункта не выполнится никогда. В противном случае, если точность определения времени $t_{\text{ду}}$ низкая, а требования по точности определения скорости $\vec{\mathbf{v}}^1$ высокие, то без введения проверки данного пункта итерационный алгоритм будет работать вечно.

8. Проверяем, если n>50, то решение задачи закончено успешно. Данная проверка должна производиться в любом бесконечном итерационном процессе. Число 50, конечно, условно и отражает степень жесткости и разумности требований по точности в п.1 по отношению к точности определения $t_{\text{ду}}$ в п.3 в процессе решения ограниченной краевой задачи (1.16) [1]. При корректности построения итерационного процесса он очень быстро сходится и количество итераций обычно не превышает 5–7.

9. Возвращаемся к п.1.

Все задачи численного синтеза управляемого движения рассматриваемого класса баллистических объектов с использованием изложенной методики отличаются только видом краевых условий (1.1) [1] и решаются аналогичным способом. Отличие заключается только в программной реализации п.2. вышеприведенного итерационного процесса, в котором используется решение аналогичной задачи в импульсной постановке.

Если достигаемая цель находится на поверхности Земли и краевая задача (1.1) [1] решается с учетом торможения космического объекта в плотных слоях атмосферы, то учет смещения точки падения на Землю производится в дополнительном итерационном процессе, который обязательно должен быть внешним по отношению к рассмотренному выше. Это обстоятельство диктуется сравнительно невысокой точностью численного интегрирования участков торможения в атмосфере и значительным влиянием изменения вектора скорости входа объекта в атмосферу на координаты точки падения.

В заключение заметим, что решение задачи синтеза управляемого движения баллистических объектов в сферически-однородном поле не использует численного интегрирования уравнений управляемого движения и может производиться с любой разумной точностью, ограниченной лишь точностью аппроксимации (3.9) [1] силового поля Земли.

Нам известно мало случаев, когда использование методики данного раздела недопустимо по каким-либо соображениям в задачах моделирования движения рассматриваемого класса баллистических объектов при задании краевых условий в форме (1.1) [1]. Вместе с тем существуют задачи имитационного моделирования, решение которых с использованием изложенной методики приводит к нерациональному расходованию процессорного времени и требует иных подходов к синтезу управляемых процессов. Указанные маневры баллистических объектов отличаются полным отсутствием краевых условий на управляемый процесс и характеризуются только направлением изменения выбранного набора интегралов движения. К таким маневрам (доразгонам) могут быть отнесены, в частности, активные движения КО по обеспечению наискорейшего перемещения в заданном направлении точки падения на поверхность Земли. Для имитационного моделирования подобных доразгонов в основном используют иные методы, являющиеся результатом решения соответствующих вариационных задач на кеплеровой дуге.

Выводы

В работе рассмотрен эффективный метод имитационного моделирования управляемого движения баллистических объектов (БО) с нерегулируемой тягой, целью маневрирования которых является изменение не более трех независимых интегралов движения начальной (стартовой) траектории.

Обоснована область применимости методики, даны конкретные рекомендации по созданию программно-реализованных алгоритмов.

Методика синтеза управляемых движений баллистических объектов, изложенная в работе, разработана посредством незначительной замены поля тяготения на участке активного движения, позволяющей синтезировать искомый управляемый процесс в аналитическом виде.

Дано общее теоретическое обоснование методики с точки зрения оптимальности синтезируемых управляемых процессов по времени работы ДУ, выписаны конкретные правила вычислений.

Литература:
1. Алферьев В.Л. Использование сферически-однородного поля для моделирования управляемого движения космических объектов. Постановка задачи//«Двойные технологии», №4. 2012.
2. Алферьев В.Л. Свойства траекторий управляемого движения в сферически-однородном поле//«Двойные технологии» №1. 2013.
3. Алферьев В.Л. О решении уравнении движения маневрирующих объектов в сферически-однородном поле//«Двойные технологии» №2. 2013.
4. Алферьев В.Л. Уравнения движения маневрирующих объектов в сферически-однородном поле//«Двойные технологии» №3. 2013.

Материал поступил в редакцию 19. 05. 2013 г.