

УДК 519.711

© Дедков В.К.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КАЧЕСТВА ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ НЕСТАРЕЮЩИХ ОБЪЕКТОВ

Рассматриваются характерные особенности прогнозирования характеристик качества восстанавливаемых нестареющих объектов.

Невосстанавливаемыми называются такие объекты, которые в случае отказа исключаются из употребления (из эксплуатации) и ремонту или замене не подлежат. **Восстанавливаемыми** называются объекты, которые в случае наступления отказа не исключаются из эксплуатации (или испытаний), а восстанавливаются и продолжают применяться по назначению (т.е. эксплуатироваться) до истечения установленного срока службы независимо от того, сколько раз наступит отказ.

Начальные технические характеристики как невосстанавливаемых, так и восстанавливаемых объектов, определяющие их способность сопротивляться действующим нагрузкам, случайны или неопределенны. В процессе эксплуатации исходная неопределенность сопротивляемости возрастает как вследствие возможности отказа объекта и его замены новым, так и вследствие неопределенности процессов ее необратимого изменения или старения.

Восстанавливаемые объекты, также как и не-

восстанавливаемые, могут быть «стареющими» или «нестареющими». Изменение сопротивляемости восстанавливаемых нестареющих объектов подчиняется тем же закономерностям, какие характерны для невосстанавливаемых объектов такого же типа.

Рассмотрим характерные особенности прогнозирования сопротивляемости *нестареющего восстанавливаемого объекта*. Поскольку начальная сопротивляемость восстанавливаемого объекта неопределенна (или случайна – \hat{x}), то и прогнозируемая величина сопротивляемости также случайна, а потому будем ее выражать плотностью распределения случайной величины $\hat{x} - \varphi_x(x)$.

Восстанавливаемые объекты, отказавшие в процессе эксплуатации, т.е. нагружения (в том числе и мысленного), подлежат (в случае необходимости и возможности) восстановлению. Восстановление заключается в возвращении объекту сопротивляемости, утраченной при отказе. При этом способ восстановления не меняет принципиально подхода к прогнозированию сопротивляемости восстанавливаемого объекта: будь то ремонт, замена или регулировка. Способ восстановления может отразиться лишь на значении величины сопротивляемости объекта после его восстановления.

Дедков Виталий Кириллович – доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник ВЦ им. АА. Дородницына РАН.

При условии стационарности процесса нагружения объекта, непрерывный процесс нагружения $\hat{u}(t)$ можно представить в форме последовательности одинаково распределенных наибольших значений нагрузки \hat{u} на интервалах, равных интервалу корреляции $\tau_{кор}$ стационарного случайного процесса $\hat{u}(t)$ [1]. Полагаем также, что величина нагрузки \hat{u} и величина сопротивляемости \hat{x} независимы. Кроме того, будем считать, что характер процесса нагружения $\hat{u}(t)$ после восстановления не изменяется, отказы объекта происходят только в периоды нагружений и устраняются мгновенно (с нулевым временем восстановления), все отказы в пределах рассматриваемого срока эксплуатации являются устраняемыми.

Пусть при вводе в эксплуатацию объект обладает некоторым случайным уровнем сопротивляемости \hat{x} ($\hat{x}: -\infty < x < \infty$) с плотностью распределения $\varphi_x(x)$ и пусть восстановление сопротивляемости объекта после каждого отказа производится до уровня \hat{y} ($\hat{y}: -\infty < y < \infty$), который также случаен и имеет плотность распределения $\varphi_y(y)$. Неопределенность сопротивляемости как до начала эксплуатации, так и после восстановления имеет принципиальный характер и связана с невозможностью измерения сопротивляемости объекта без приведения его к предельному состоянию, т. е. к отказу. Поэтому в общем случае сопротивляемость объекта после отказа не может быть восстановлена однозначно до прежнего уровня \hat{x} .

В стохастическом смысле также нет оснований полагать, что сопротивляемость \hat{y} восстановленного объекта принадлежит той же генеральной совокупности, которой принадлежит \hat{x} , т.е. $\varphi_y(y) \neq \varphi_x(x)$. Если рассмотреть апостериорно одну из возможных реализаций нагрузки $\hat{u}_x(t)$ и некоторую последовательность отказов и восстановлений объекта, то можно увидеть (при непрерывной записи нагрузки), что после каждого восстановления объект принимал некоторое значение сопротивляемости y , которое могло быть либо больше x ($y > x$), либо меньше или равное x ($y \leq x$) (рис. 1). Так, на рис. 1 показано формирование реализации потока отказов $I(t)$, происходившее в наблюдаемом прошлом. Из этого рисунка видно, что в начале работы объект имел некоторое значение сопротивляемости x , принадлежащее области существования x -в, с заданной плотностью распределения $\varphi_x(x)$. Поскольку старение сопротивляемости в процессе нагружения отсутствует, то отказ (имеющий внезапный характер) произошел в момент времени t_{01} , когда конкретная реализация $u_1(t)$ случайного стационарного процесса $\hat{u}(t)$ превысила значение

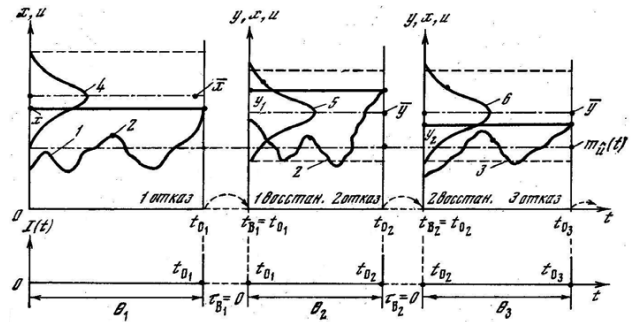


Рис.1. Формирование реализации потока отказов $I(t)$ нестареющего восстанавливаемого объекта: 1- $u_1(t)$; 2- $u_2(t)$; 3- $u_3(t)$; 4- $\varphi_x(x)$; 5- $\varphi_{y_1}(x)$; 6- $\varphi_{y_2}(y)$

x . Предельное значение нагрузки $u_1(t_{01})$ в момент отказа определяет величину x , т.е. $u_1(t_{01}) = x$.

После отказа объект без потери времени (на рис.1 это условно показано пунктиром на оси времени t) восстановлен (например, заменой на новый) до уровня сопротивляемости y_1 , который принадлежит генеральной совокупности, определяемой плотностью распределения $\varphi_{y_1}(x)$.

После восстановления нагружение объекта продолжается в тех же условиях стационарного случайного воздействия до следующего превышения сопротивляемости y_1 нагрузкой $u_2(t)$, в момент t_{02} . Последовал новый отказ и новое восстановление сопротивляемости объекта до уровня y_2 , принадлежащего той же генеральной совокупности, определяемой плотностью распределения $\varphi_{y_2}(x)$, и т. д. Так формируется реализация потока отказов $I(t)$, представляющая собой последовательность моментов их появления $I(t) = \langle t_{01}, t_{02}, \dots \rangle$.

Однако моменты наступления прогнозируемого потока отказов $I(t)$ случайны. Прогнозируемая величина сопротивляемости восстанавливаемого объекта, лежащая в основе прогнозирования потока отказов, неопределенна. Причем неопределенным оказывается не только «истинное» значение сопротивляемости объекта, но и закон распределения прогнозируемой величины сопротивляемости, который неоднозначно связан с исходной плотностью распределения сопротивляемости $\varphi_x(x)$.

При прогнозировании сопротивляемости восстанавливаемого объекта возможная утрата сопротивляемости из области существования \hat{x} -в «компенсируется» за счет восстановления объекта равнозначной долей области существования \hat{y} -в. Таким образом, после мысленного восстановления сопротивляемости, следующего за процессом нагружения, область возможных значений сопротивляемости \hat{x} ($\hat{x}: -\infty < z < \infty$) включает в себя как

некоторую подобласть \hat{x} -в, так и подобласть \hat{y} -в. Долевая часть каждой из подобластей определяется соответственно вероятностью неотказа и вероятностью отказа объекта в первом нагружении, которые имеют вид

$$P(\hat{u} \leq \hat{z}_1) = P(\hat{A}_1) = 1 - \psi(1) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\hat{u}}(x) dF_{\hat{x}}(x); \quad (1)$$

$P(\hat{u} > \hat{z}_1) = P(\hat{A}_1) = \psi(1) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\hat{u}}(x) dF_{\hat{x}}(x)$, (2)
 где $\varphi_{\hat{x}}(x) = \varphi_{z_1}(x)$ – плотность распределения сопротивляемости восстанавливаемого объекта до первого нагружения (испытания), $P(\hat{A}_1) = \psi(1)$ – математическое ожидание вероятности отказа в первом нагружении; ($\hat{u} > \hat{z}_1$), ($\hat{u} \leq \hat{z}_1$) – соответственно критерии отказа и неотказа; $P(\hat{A}_1) = 1 - \psi(1)$ – математическое ожидание вероятности безотказной работы в первом нагружении (испытании).

Следовательно, после первого мысленного испытания объекта его сопротивляемость может относиться либо к области существования сопротивляемости \hat{x} -в, сохранивших свою работоспособность, определяемую условной плотностью распределения $\varphi_{\hat{x}/\hat{A}_1}(x)$, что возможно с вероятностью $[1 - \psi(1)]$, либо к области существования сопротивляемости \hat{y} -в, определяемой плотностью распределения сопротивляемости $\varphi_{\hat{y}}(x)$, использованных для замены (восстановления) отказавшего объекта, что возможно с вероятностью $\psi(1)$. С учетом двух возможных исходов испытания плотность распределения сопротивляемости объекта $\varphi_{z_2}(x)$ перед вторым нагружением определяется по формуле полной вероятности

$$\varphi_{z_2}(x) = \varphi_{\hat{x}/\hat{A}_1}(x) [1 - \psi(1)] + \varphi_{\hat{y}}(x) \psi(1). \quad (3)$$

Геометрическая интерпретация преобразований прогнозируемой плотности распределения сопротивляемости нестареющего восстанавливаемого объекта приведена на рис. 2, где показаны плотности распределения $\varphi_{\hat{u}}(u)$ нагрузки \hat{u} и $\varphi_{\hat{x}}(x)$ – сопротивляемости \hat{x} до испытания (см. рис. 2,а).

На рис. 2,б приведена трансформированная или условная плотность распределения $\varphi_{\hat{x}/\hat{A}_1}(x)$ сопротивляемости (x/\hat{A}_1) объекта, сохранившего работоспособность после первого испытания, и кривая $\varphi_{\hat{x}}(x)F_{\hat{u}}(x)$ истинности элементарных гипотез $(x/\hat{A}_1) \in [x, x+dx]$, площадь под которой $[1 - \psi(1)]$ определяет математическое ожидание вероятности безотказной работы в первом нагружении.

После подстановки в формулу (3) соответствующих выражений (1) и (2) получим

$$\varphi_{z_2}(x) = \varphi_{\hat{x}}(x) F_{\hat{u}}(x) + \varphi_{\hat{y}}(x) \psi(1). \quad (4)$$

Там же горизонтальной штриховкой показана площадь, численно равная математическому ожиданию

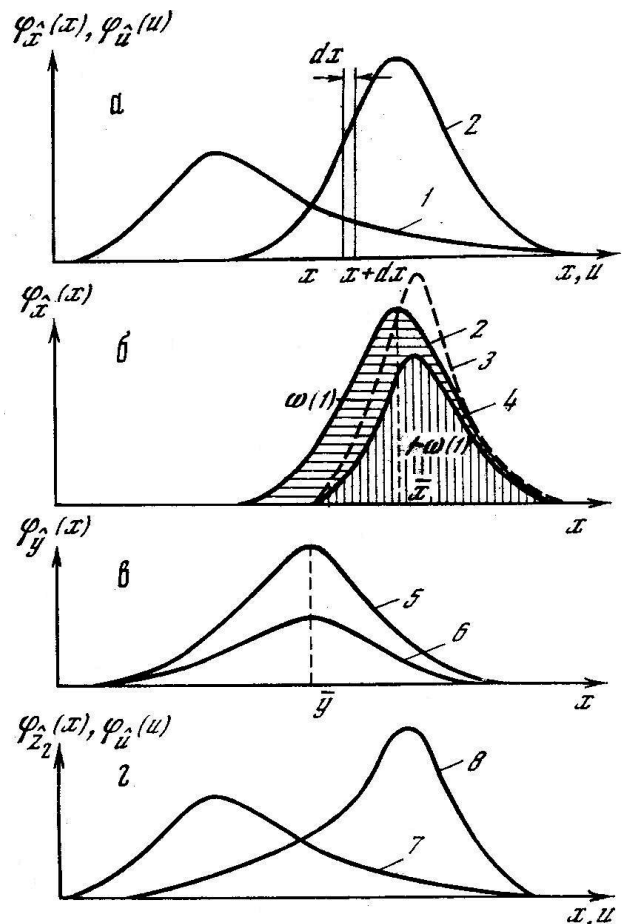


Рис. 2. Прогнозирование плотности распределения сопротивляемости восстанавливаемого объекта после первого нагружения (испытания):

а) в первом нагружении:

1 – $\varphi_{\hat{u}}(u)$ – плотность распределения нагрузки;

2 – $\varphi_{\hat{x}}(x) = \varphi_{z_1}(x)$ – плотность распределения сопротивляемости до первого нагружения;

б) после первого нагружения при отсутствии отказа (событие \bar{A}_1):

2 – $\varphi_{\hat{x}}(x)$,

3 – $\varphi_{\hat{x}/\hat{A}_1}(x)$ – условная плотность распределения сопротивляемости (x/\hat{A}_1) при условии \bar{A}_1 ,

4 – $\varphi_{\hat{x}}(x)F_{\hat{u}}(x)$ – кривая, описывающая подобласть \hat{x} -в «неотказавших» в первом нагружении;

5 – $\psi(1)$, $[1 - \psi(1)]$ – соответственно доля \hat{x} -в, «отказавших» в первом нагружении, и доля \hat{x} -в, сохранивших работоспособность;

в) после первого нагружения при условии наличия отказа (событие A_1):

5 – $\varphi_{\hat{y}}(x)$ – плотность распределения сопротивляемости \hat{y} объекта, использованного для замены отказавшего;

6 – $\varphi_{\hat{y}}(x)\psi(1)$ – кривая, описывающая долю \hat{y} -в, использованных для замены отказавших \hat{x} -в;

г) во втором нагружении:

7 – $\varphi_{\hat{u}}(u)$,

8 – $\varphi_{z_2}(x)$ – плотность распределения сопротивляемости \hat{z}_2 восстанавливаемого объекта перед вторым нагружением (испытанием).

вероятности отказа $[\psi(1)]$. Нетрудно видеть, что в формулах (3) и (4) условная вероятность отказа $[\psi(1)]$ в n -м нагружении (при условии, что до этого испытания объект не отказал) играет роль *интенсивности отказа* в n -м нагружении. В теории восстановления [2] математическое ожидание числа отказов (восстановлений), наступающих в единицу времени (в одном нагружении) $[\psi(j)]$, называют *интенсивностью или плотностью* потока отказов (восстановлений) восстанавливаемого объекта.

На рис. 2,в показана возможная плотность распределения $\varphi_{\hat{y}}(x)$ уровня \hat{y} восстановления сопротивляемости объекта и долевая часть $\varphi_{\hat{y}}(x)\psi(1)$ этой плотности, отражающая вклад восстановленной сопротивляемости в формирование плотности распределения $\varphi_{\hat{z}_2}(x)$. На рис. 2,г приведена кривая $\varphi_{\hat{z}_2}(x)$ плотности распределения сопротивляемости перед вторым нагружением.

Вероятности появления событий $\hat{A}_2 = (\hat{u} > \hat{z}_2)$ и $\bar{\hat{A}}_2 = (\hat{u} \leq \hat{z}_2)$ во втором мысленном испытании определяются по формулам полной вероятности, аналогичным формулам (1) и (2)

$$P(\hat{u} > \hat{z}_2) = P(\hat{A}_2) = \psi(2) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\hat{u}}(x) dF_{\hat{z}_2}(x); \quad (5)$$

$$P(\hat{u} \leq \hat{z}_2) = P(\bar{\hat{A}}_2) = 1 - \psi(2) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\hat{u}}(x) dF_{\hat{z}_2}(x). \quad (6)$$

Плотность распределения сопротивляемости объекта в третьем нагружении может иметь одну из следующих форм:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{\hat{z}_2/\bar{\hat{A}}_2}(x) = \varphi_{\hat{z}_2}(x) F_{\hat{u}}(x) [1 - \psi(2)]; \\ \varphi_{\hat{z}_3}(x), \text{ если высказывание } \bar{\hat{A}}_2 \text{ истинно;} \\ \varphi_{\hat{y}}(x), \text{ если истинно высказывание } \hat{A}_2^1. \end{array} \right. \quad (7)$$

С учетом возможности двух исходов второго нагружения прогнозируемая плотность распределения $\varphi_{\hat{z}_2}(x)$ сопротивляемости объекта в третьем нагружении определяется также по формуле полной вероятности

$$\varphi_{\hat{z}_3}(x) = \varphi_{\hat{z}_2/\bar{\hat{A}}_2}(x) [1 - \psi(2)] + \varphi_{\hat{y}}(x) \psi(2). \quad (8)$$

Или после подстановки в (8) соответствующего выражения из (7) получим

$$\varphi_{\hat{z}_3}(x) = \varphi_{\hat{z}_2}(x) F_{\hat{u}}(x) + \varphi_{\hat{y}}(x) \psi(2). \quad (9)$$

Если в (9) подставить вместо $\varphi_{\hat{z}_2}(x)$ его выражение из (4), то получим

$$\varphi_{\hat{z}_3}(x) = \varphi_{\hat{x}}(x) F_{\hat{u}}^2(x) + \psi(1) F_{\hat{u}}(x) \varphi_{\hat{y}}(x) + \psi(2) \varphi_{\hat{y}}(x) = \\ = \varphi_{\hat{x}}(x) F_{\hat{u}}^2(x) + \sum_{j=1}^2 \psi(j) F_{\hat{u}}^{3-j-1}(x) \varphi_{\hat{y}}(x), \quad (10)$$

где j – номер восстановления отказавшего объекта. Критериями отказа (неотказа) объекта (\hat{A}_3 или $\bar{\hat{A}}_3$) в третьем нагружении будут: $(\hat{u} > \hat{z}_3)$, $(\hat{u} \leq \hat{z}_3)$.

Обобщая приведенный вывод на произвольное число $(n-1)$ нагружений, прогнозируемую плотность распределения $\varphi_{\hat{z}_n}(x)$ сопротивляемости \hat{z}_n восстанавливаемого объекта при отсутствии старения в произвольном $(n-м)$ нагружении можем представить в виде $\varphi_{\hat{z}_n}(x) = \varphi_{\hat{x}}(x) F_{\hat{u}}^{n-1}(x) + \sum_{j=1}^{n-1} \psi(j) F_{\hat{u}}^{n-j-1}(x) \varphi_{\hat{y}}(x)$. (11)

В рекуррентной форме плотность распределения может быть представлена через $\varphi_{\hat{z}_{n-1}}(x)$ в виде

$$\varphi_{\hat{z}_n}(x) = \varphi_{\hat{z}_{n-1}}(x) F_{\hat{u}}(x) + \varphi_{\hat{y}}(x) \psi(n-1). \quad (12)$$

Таким образом, с учетом (11) соотношение между нагрузкой \hat{u} и сопротивляемостью объекта \hat{x} в любом нагружении в стохастическом смысле определено, поскольку определены обе составляющие модели потока отказов. Иными словами, определены причины проявления отказа в n -м нагружении. Вероятность отказа восстанавливаемого объекта в любом n -м нагружении может быть вычислена по формуле

$$\psi(n) = P(\hat{u} > \hat{z}_n) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\hat{u}}(x) \varphi_{\hat{z}_n}(x) dx. \quad (13)$$

Проанализируем выражения (11) и (12). Во-первых, отметим, что знания о вероятностном характере как процесса нагружения $\hat{u}(t)$, так и предельных свойств (сопротивляемости) нестареющего объекта в начале его эксплуатации $\varphi_{\hat{x}}(x)$ и после проведения восстановления $\varphi_{\hat{y}}(x)$ являются необходимыми и достаточными для определения вероятности появления отказа в любой момент времени эксплуатации (в любом нагружении). Во-вторых, по своему виду прогнозируемая плотность распределения сопротивляемости восстанавливаемого объекта в любом нагружении, кроме первого, представляет собой плотность распределения смеси случайных величин \hat{x} и \hat{y} . В серии из n нагружений (при $n \rightarrow \infty$) всегда $F_{\hat{u}}^n(x) \rightarrow 0$ и «удельный вес» плотности распределения

¹Напомним, что при прогнозировании исходов испытаний в форме предикатов степень истинности высказывания эквивалентна вероятности появления соответствующего события.

в смеси случайных величин неуклонно уменьшается по мере возрастания интервала прогноза.

Чтобы закончить рассмотрение выражений (11) и (12), приведем результаты прогнозирования на компьютере плотности распределения сопротивляемости $\varphi_{z_n}(x)$ восстанавливаемого объекта в серии из n нагрузжений. В качестве исходных данных принимались: наибольшие некоррелированные значения нагрузки \hat{u} подчиняются закону экстремального распределения первого типа $F_u(x) = \exp\{-\exp[-\beta(x - \mu)]\}$ с параметрами распределения $\beta=0,333$ и $\mu=40$, а исходная (гипотетическая) плотность распределения сопротивляемости $\varphi_x(x)$ – нормальному закону распределения с параметрами $\bar{x} = 60$, $\sigma_x = 3$, т. е. $\varphi_x(x) = \varphi_x^\sigma(x; x = 60, \sigma_x = 3)$. Восстановление сопротивляемости после отказов производилось до уровня \hat{y} , также подчиняющегося нормальному закону распределения с параметрами $\bar{y} = 55$, $\sigma_y = 3$, т. е. $\varphi_y(x) = \varphi_y^\sigma(x; \bar{y} = 55; \sigma_y = 3)$.

Результаты прогнозирования приведены на рис. 3.

Из рис. 3,б видно уменьшение доли плотности $\varphi_x(x)$ в распределении смеси $\varphi_{z_n}(x)$ по мере увеличения глубины прогноза n и соответствующий рост доли $\varphi_y(x)$ в плотности распределения $\varphi_{z_n}(x)$. Условия нормировки плотностей $\varphi_{x/\bar{x}_n}(x)$ и $\varphi_{z_n}(x)$ проверялись численным интегрированием на каждом шаге n .

На рис. 3,а представлены рассчитанные по формуле (2) значения прогнозируемой плотности распределения сопротивляемости $\varphi_{x/\bar{x}_n}(x)$ невосстанавливаемого объекта с теми же исходными свойствами $\varphi_x(x) = \varphi_x^\sigma(x; x = 60, \sigma_x = 3)$ и в тех же условиях нагружения, что и восстанавливаемый объект.

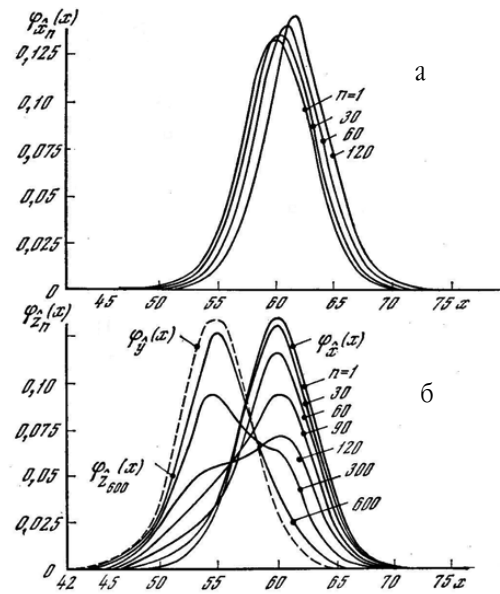


Рис. 3. Прогнозирование плотности распределения сопротивляемости нестареющего восстанавливаемого объекта:

- а – трансформация плотности распределения сопротивляемости нестареющего невосстанавливаемого объекта в серии испытаний,
- б – изменение плотности распределения сопротивляемости восстанавливаемого нестареющего объекта в серии испытаний

Сравнение тенденции изменения плотности распределения $\varphi_{z_n}(x)$ нестареющего восстанавливаемого объекта и трансформации плотности распределения невосстанавливаемого объекта $\varphi_{x/\bar{x}_n}(x)$ свидетельствует о противоположной направленности этих изменений во времени.

Литература

1. Дедков В.К. Модели прогнозирования индивидуальных показателей надежности /М.: ВЦ им. А.А. Дородницына РАН, 2003. – 186 с.
2. Дедков В.К., Северцев Н.А. Косвенные методы прогнозирования надежности /М.: ВЦ им. А.А. Дородницына РАН, 2006. – 272 с.

Материал поступил в редакцию 16. 01. 2008г.