УДК 519.6

© Глухов А.П., Котяшев Н.Н., Лукин В.Л.

УПРАВЛЕНИЕ РЕСУРСАМИ ПРОЕКТИРУЕМЫХ СИСТЕМ И КОМПЛЕКСОВ КРИТИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЙ С ЗАРАНЕЕ ПОСТАВЛЕННЫМИ ДЛЯ НИХ ЦЕЛЯМИ УПРАВЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Рассмотрены алгоритмы управления ресурсами конечномерных непрерывных многопараметрических систем критического приложения (СКП) с заранее поставленными для них целями управления в условиях воздействий. Найдены рациональные решения по управлению факторами риска для различных подходов к управлению в условиях их неопределенности, вполне подходящие для управления ресурсами не только в области линейных конструкций для факторов риска, но и для управления по всей глубине вариаций компонент моделей ресурса.

Повышение устойчивости сложных технических систем и комплексов критических приложений в условиях различного вида воздействий и неопределенности (чаще всего вероятностной) параметров моделей самих систем требует как анализа рисков их применения, так и принятия мер, повышающих их параметрическую устойчивость до уровня, обеспечивающего безусловное выполнение системами и комплексами своих функциональных задач.

Рассмотренные в [1, 2] модели конечномерных непрерывных многопараметрических систем критического приложения в условиях различного вида воздействий могут быть положены в основу моделей параметрического управления ресурсами систем при их синтезе при различных стратегиях управления. К сожалению, следует признать, что решение подобных задач часто дается лишь в декларативно постановочном плане [3, 4] без учета функций чувствительности, функций влияния и рисков несохранения системами своих ресурсов, достаточных для решения функциональных задач.

Постановка задачи может быть сформулирована следующим образом.

Для заданных факторов неопределенности, присущих самой системе и имеющих вероятностную природу заданного априорного закона воздействий на ресурс системы (воздействия внешней среды) требуемого уровня ресурсов для выполнения системой своей расчетной функциональной задачи (РФЗ), определить алгоритмы параметрического управления ресурсом при различных подходах к управлению с целью повышения устойчивости систем (комплексов) к выполнению своих функциональных задач.

Указанную постановку можно отнести к классу экстремальных задач перспективного стохастического программирования [9], в которых допустимое (оптимальное) решение выбирается до реализации случайных параметров и которые являются некоторым детерминированным эквивалентом задач стохастического программирования. Подобные подходы называемые еще непрямыми методами стохастического программирования. Как правило, такой класс задач решается средствами параметрического математического программирования.

Рассмотрим поставленную задачу применительно к управлению ресурсом СКП *N(t)*, модель поведения которой описывается скалярным дифференциальным уравнением первого порядка и представляется в форме Коши

$$dR(t)/dt = \alpha\varphi(t);\ t_0 = 0 \text{ и } R(t_0) = \beta R_0,$$

где $\varphi(t)$ - плотность распределения воздействий, α и β – коэффициенты пропорциональности.

В работе [1] получены выражения для состояния ресурсов СКП для произвольного закона распределения воздействий на произвольный момент управления, включая момент деградации ресурса до критического состояния, необходимого для принятия некоторых управленческих решений – t_u

$$N(t_u) = N_0 \cdot P_n \cdot (1 - (1 - P_i) \cdot F(t_u)), \qquad (1)$$

где N_o – начальный уровень ресурсов СКП;

Глухов Александр Петрович – кандидат технических наук, начальник отдела ОАО РЖД;
Котяшев Николай Николаевич – доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник 4 ЦНИИ МО РФ;
Лукин Владимир Леонидович – доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник 4 ЦНИИ МО РФ.

P_j, P_n – уровни живучести и надежности ресурсов;

$F(t_u)$ – функция распределения воздействий на СКП.

Там же исследована чувствительность ресурсов к факторам риска для наиболее распространенных законов воздействий – нормального экспоненциального и равномерного.

Порядок управления ресурсами рассмотрим применительно к экспоненциальному закону воздействий с параметром *L*, хотя общность подхода предполагает его справедливость и для произвольных распределений. Траектория поведения ресурсов в этом случае будет иметь вид

$$N(t_u) = N_0 \cdot P_n \cdot (1-(1-P_j) \cdot (1-L \cdot \exp(-L \cdot t))), \qquad (2)$$

а функции чувствительности ресурсов к неопределенности каждого параметра модели ресурсов соответственно для параметров N, P_n, P_j, T, L запишутся

$$FZ1(t) = -Pn \cdot (-\exp(-L \cdot t) - Pj + Pj \cdot \exp(-L \cdot t)); \qquad (3)$$

$$FZ2(t) = -No \cdot (-\exp\ -L \cdot t) - Pj + Pj \cdot \exp(-L \cdot t)); \qquad (4)$$

$$FZ4(t) = -No \cdot Pn \cdot (-1 + Pj) \cdot L \cdot \exp(-L \cdot t); \qquad (5)$$

$$FZ3(t) = -No \cdot Pn \cdot (-1 + \exp(-L \cdot t)); \qquad (6)$$

$$FZ5(t) = -No \cdot Pn \cdot (-1 + Pj) \cdot t \cdot \exp(-L \cdot t). \qquad (7)$$

Произведение функции чувствительности на предельную погрешность отдельного параметра модели ресурсов системы представляет собой при статистическом анализе частную функцию влияния $FWi(t) = FZi(t) \cdot g_\alpha \sigma i$, где g_α - квантиль, соответствующая заданной доверительной вероятности α, а σ_i – среднее квадратическое отклонение погрешности задания (наблюдения) *i*–го параметра. Зависимости функций влияния от времени функционирования системы по всем факторам риска представлены на рис.1.

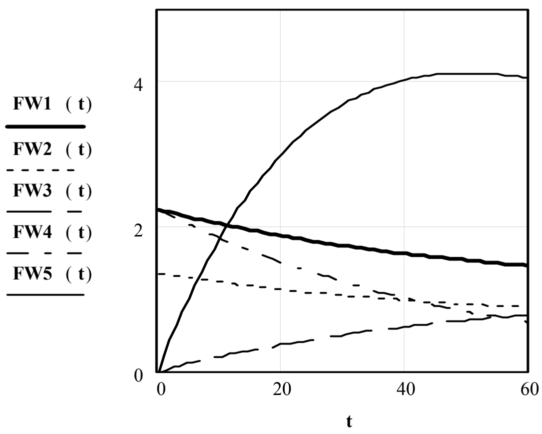

Рис. 1. Функции влияния на ресурс факторов риска для экспоненциального закона воздействий

Совокупные функции влияния могут быть представлены в виде геометрической и арифметической сумм в зависимости от условий их формирования в каждой отдельной системе (см. рис. 2).

$$FWsum1(t) = \\ = \sqrt{FW1(t)^2 + FW2(t)^2 + FW3(t)^2 + FW4(t)^2 + FW5(t)^2}; \qquad (8)$$

$$FWsum2(t) = \\ = FW1(t) + FW2(t) + FW3(t) + FW4(t) + FW5(t). \qquad (9)$$

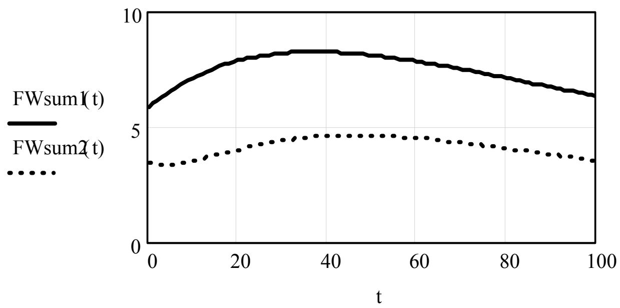

Рис. 2. Совокупные функции влияния факторов риска на ресурс системы

Трубки траекторий расхода ресурса системы при экспоненциальном законе распределения воздействий представлены на рис. 3, где РФЗ – уровень ресурса, необходимый для выполнения системой своей расчетной функциональной задачи.

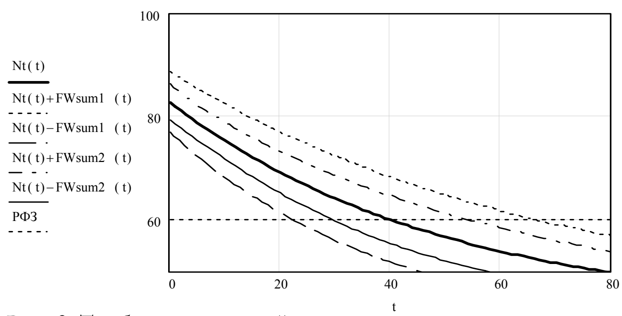

Рис. 3. Трубка траекторий расхода ресурса системы при экспоненциальном законе распределения воздействий

Из рис. 3 видно, что, начиная с некоторого текущего значения времени *t*, как правило, еще лежащего в диапазоне применения системы, нижняя граница трубки поведения ресурса, а с некоторого более позднего момента времени – и номинальное значение ресурса, становятся значительно меньше уровня, необходимого для решения системой своей функциональной задачи. Известно [7], что при оценке устойчивости систем в качестве количественной меры устойчивости, как правило, выбирается уровень риска не выполнения системой своей функциональной задачи, одной из компонент которого служит математическое ожидания ущерба. В нашем случае - это математическое ожидание уровня ресурса (или его нижней границы для гарантированного риска) на момент применения системы относительно расчетной функциональной задачи. Уменьшение величины этой ключевой компоненты риска требует соответствующих управленческих усилий. Различные подходы к управлению ресурсами системам и комплексов критического приложения рассмотрены ниже.

Непрерывное управление ресурсами по одной из компонент

Однопараметрическое управление может быть сформировано из условий нейтрализации совокупной функции влияния от неопределенностей всей совокупности параметров за счет наращивания мощности (где это возможно по допустимым областям управления) одного из множества управляемых параметров, доступного исследователю и практической реализации в одной из подсистем

$$FWsum(t) = FZ1(t)\cdot dN(t); \quad (10)$$

$$FWsum(t) = FZ2(t)\cdot dPn(t); \quad (11)$$

$$FWsum(t) = FZ3(t)\cdot dPj(t); \quad (12)$$

$$FWsum(t) = FZ4(t)\cdot dT(t); \quad (13)$$

$$FWsum(t) = FZ5(t)\cdot dL(t)\cdot \quad (14)$$

И, следовательно, величина управляющего воздействия при непрерывном управлении в отдельности для любого из параметров модели расхода ресурсов на произвольный момент принятия решения на управление будет определяться выражениями (15)-(19) и иметь вид (рис. 4)

$$dN(t) = \frac{FWsum(t)}{FZ1(t)}; \quad (15)$$

$$dPn(t) = \frac{FWsum(t)}{FZ2(t)}; \quad (16)$$

$$dPj(t) = \frac{FWsum(t)}{FZ3(t)}; \quad (17)$$

$$dT(t) = \frac{FWsum(t)}{FZ4(t)}; \quad (18)$$

$$dL(t) = \frac{FWsum(t)}{FZ5(t)}\cdot \quad (19)$$

При этом поведение ресурсов при каждом отдельном управлении будет определяться в соответствии с (6)-(10) следующими зависимостями:

$$Y1(t) = Nн(t) + FZ1(t)\cdot dN(t); \quad (20)$$

$$Y2(t) = Nн(t) + FZ2(t)\cdot dPn(t); \quad (21)$$

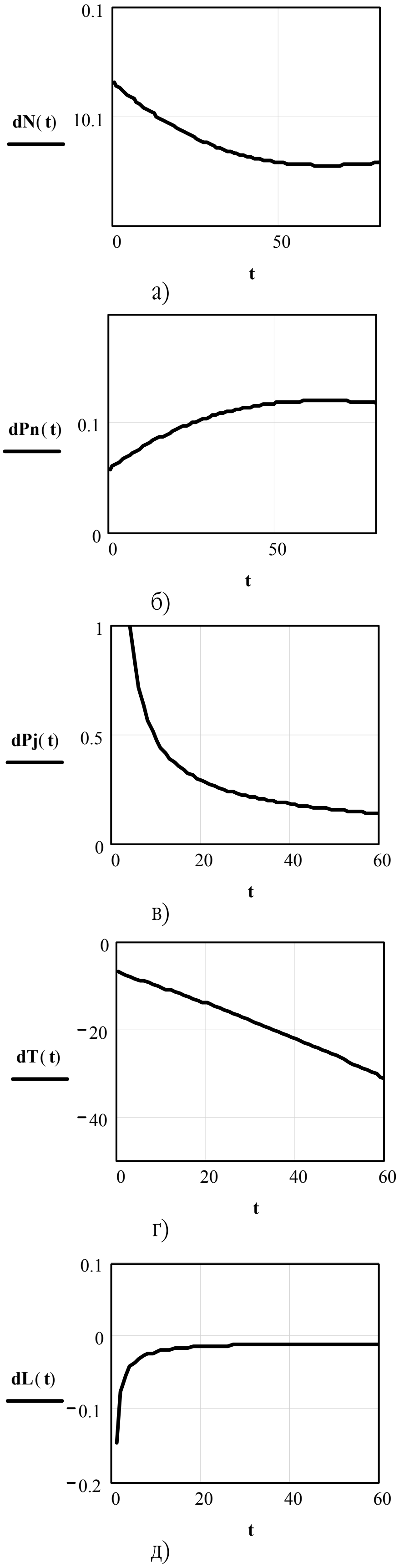

Рис. 4. Величина управляющего воздействия при непрерывном управлении для каждого из параметров модели расхода ресурсов

$$Y3(t) = Nн(t) + FZ3(t) \cdot dPj(t); \qquad (22)$$
$$Y4(t) = Nн(t) + FZ4(t) \cdot dT(t); \qquad (23)$$
$$Y5(t) = Nн(t) + FZ5(t) \cdot dL(t), \qquad (24)$$

где *Nн(t)* - нижняя граница трубки траектории расхода ресурса.

При этом, естественно, опять же в соответствии с (10)-(14) и (20)-(24), выполнение равенства

$$Y1(t) = Y2(t) = Y3(t) = Y4(t) = Y5(t). \qquad (25)$$

Справедливы также инварианты (приведены только для первого управления)

$$Y1(t) = Nн(t) + dN(t) \cdot Pn \times$$
$$\times (1 - (1 - Pj)(1 - \exp(-L \cdot t))); \qquad (26)$$
$$Y1(t) = (N + dN(t)) \cdot Pn \times$$
$$\times (1 - (1 - Pj)(1 - \exp(-L \cdot t))) - FWsum(t). \qquad (27)$$

Характер управления, а также прежняя нижняя граница поведения ресурса и требуемый уровень решения функциональной задачи приведены на рис.5.

Непрерывное (оперативное) управление ресурсами достаточно сложный в организационном и техническом плане процесс и пригодно более для адаптивных систем, в которых решение выбирается в виде некоторого решающего правила-инструкции и может быть найдено после получения информации о реализации случайных параметров, поэтому рассмотрим некоторые альтернативы ему.

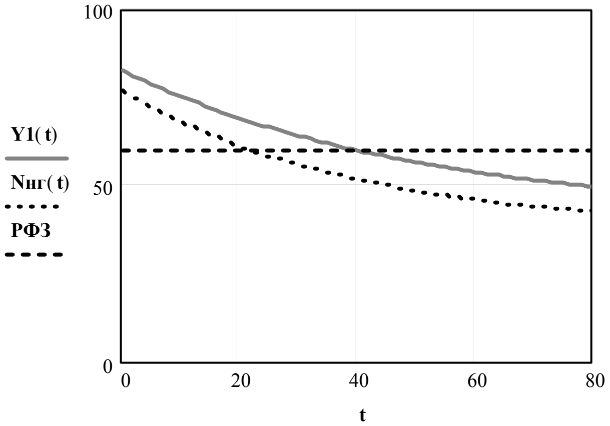

Рис. 5. Иллюстрация однопараметрического непрерывного управления уровнями ресурсов

Однократное управление путем заблаговременного ввода априорно необходимой поправки в одну из компонент

Управление для априорно предсказуемых систем наиболее просто осуществить варьированием значений параметров модели поведения ресурсов системы до ее применения. Для этого случая и опять же для однопараметрического управления получим свои соотношения.

Для того чтобы выполнить системой гарантированно функциональную задачу на заданный момент $t_и$ применения системы можно дополнить начальный ресурс на величину *dNtu(t)*, равную

$$dNtu(t)) = dN(tu) \cdot Pn \times$$
$$\times (1 - (1 - Pj)(1 - \exp(-L \cdot t))), \qquad (28)$$

после чего нижняя граница траектории изменения ресурса примет вид

$$Y1tu(t) = (N + dN(ty)) \cdot Pn \times$$
$$\times (1 - (1 - Pj)(1 - \exp(-L \cdot t))) - FWsum(t), \qquad (29)$$

т.е. фактически это означает увеличение уровня начальных ресурсов до величины *No+dN(tu)*.

Аналогичные управления будут и для параметров надежности

$$dPntu(t)) = N(t) \cdot dPn(tu) \times$$
$$\times (1 - (1 - Pj) \cdot (1 - \exp(-L \cdot t))); \qquad (30)$$
$$Y2tu(t) = N \cdot (Pn + dPn(tu)) \times$$
$$\times (1 - (1 - Pj) \cdot (1 - \exp(-L \cdot t))) - FWsum(t) \qquad (31)$$

и живучести ресурсов

$$dPjtu(t)) = N \cdot Pn \times$$
$$\times (1 - (1 - (Pj + dPj(tu))) \cdot (1 - \exp(-L \cdot t))); \qquad (32)$$
$$Y3tu(t) = N \cdot Pn \cdot (1 - (1 - (Pj + dPj(tu))) \times$$
$$\times (1 - \exp(-L \cdot (t)))) - FWsum(t). \qquad (33)$$

Управление по параметрам *T* и *L* для линейных конструкций получается слишком грубым. Построение итерационных процессов требует излишних усилий. Выбор подходящего значения параметра управления можно осуществить, используя выражения

$$Y4tu(t) = N \cdot Pn \cdot (1 - (1 - Pj)) \times$$
$$\times (1 - \exp(-L \cdot (t + root(Nt0(dT))))) - FWsum(t); \qquad (34)$$
$$Y5tu(t) = N \cdot Pn \cdot (1 - (1 - Pj)) \times$$
$$\times (1 - \exp(-(L + root(Nt0(dL)) \times$$
$$\times (t + root(Nt0(dT))))) - FWsum(t), \qquad (35)$$

где $root(Nt0(dT))$ и $root(Nt0(dL))$ есть корни следующих уравнений:

$$Nt0(dT)) = N \cdot Pn \cdot (1 - (1 - Pj) \times$$
$$\times (1 - \exp(-L \cdot (tu + dT)))) - FWsum(tu) - РФЗ; \qquad (36)$$

$$Nt0(dL)) = N \cdot Pn \cdot (1 - (1 - Pj) \times$$
$$\times (1 - \exp(-(L + dL) \cdot tu)))) - FWsum(tu) - РФЗ, \qquad (37)$$

где РФЗ – уровень ресурса, необходимый для выполнения системой своей расчетной функциональной задачи.

На рис.6 приведены иллюстрации управления ресурсами до начала функционирования системы (зависимости для первого и второго управления совпадают).

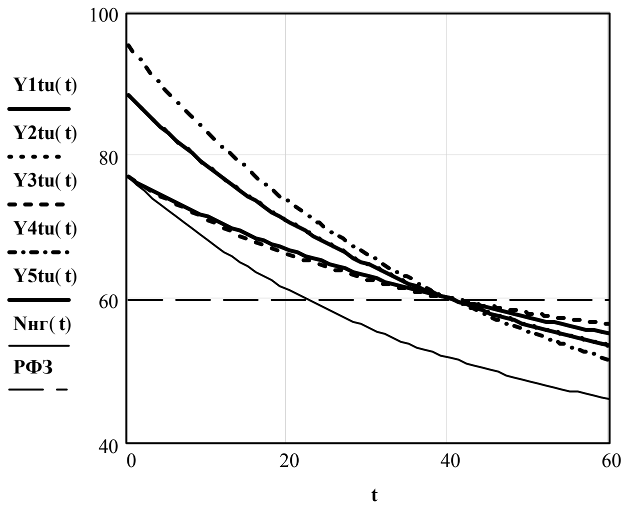

Рис. 6. Нижние границы для ресурса системы при заблаговременном управлении

Управление для априорно предсказуемых систем можно осуществить и в момент их применения. Тогда выражения для управлений для каждого отдельного параметра находятся следующим образом (рассмотрим только применительно к управлению по первому параметру).

Из зависимости для непрерывного управления ресурсом с учетом произвольности времени t следует

$$Y10(t) = Nн(t) + FZ1(tu)\cdot dN(tu). \quad (38)$$

Обе эти зависимости, а также зависимость для заблаговременного управления по этому параметру

$$Y1tu(t) = (N + dN(tu))\cdot Pn\times$$
$$\times(1-(1-Pj)\cdot(1-\exp(-L\cdot t))) - FWsum(t)$$

представлены на рис.7. Как видим, для экспоненциального закона воздействий на ресурс системы они по характеру поведения достаточно близки.

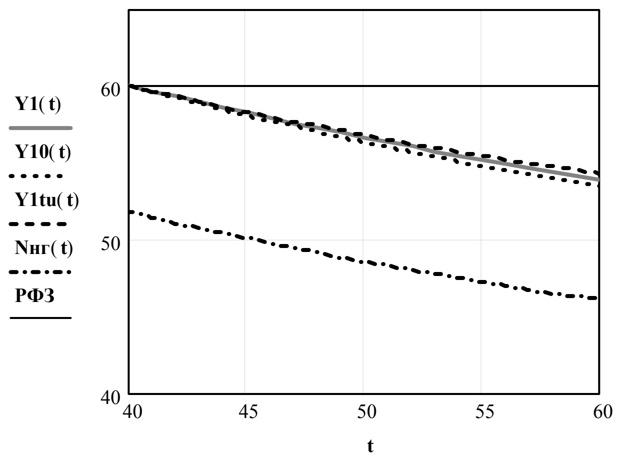

Рис.7. Зависимости для однокомпонентных управлений при различных способах управления

Таким образом, во всех случаях однокомпонентное управление может при наличии достаточного управляющего ресурса (например, естественных ограничений по верхней границе для *Pn и Pj*) обеспечить на момент принятия решения на управление равенство ресурса требуемому его значению, необходимому для выполнения расчетной функциональной задачи (в данном случае РФЗ=60, $t_и$=40).

Управление ресурсом по принципу равного вклада компонент

Можно обеспечить также равенство ресурсов системы требуемой функциональной задаче исходя из принципа равенства вкладов каждой компоненты в общую нехватку ресурсов на некоторый заданный момент времени. Этот принцип вытекает, например, из того, что геометрическая сумма компонент некоторого вектора имеет минимальное значение в том и только в том случае, когда отдельные компоненты в геометрической сумме равны между собой, а их арифметическая сумма ограничена, что легко доказать или просто проверить численно.

Для доказательства оптимального управления по принципу равного вклада найдем минимум геометрической суммы $\min\limits_{D_i} \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n} D_i^2}$ при ограничении $\sum\limits_{i=1}^{n} D_i = eps$.

Запишем функционал вида

$$FL(D_1, D_2, ..., D_n, \lambda) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} D_i^2} + \lambda\left(\sum_{i}^{n} D_i - eps\right), \quad (39)$$

где λ - неопределенный множитель.

Найдем производные по параметрам

$$\frac{\partial}{\partial\lambda} FL(D_1, D_2, ..., D_n, \lambda) = \sum_{i}^{n} D_i - eps;$$

$$\frac{\partial}{\partial D_i} FL(D_1, D_2, ..., D_n, \lambda) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n} D_i^2}} D_i + \lambda, \quad i = 1, 2, ..., n.$$

Из системы уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n} D_i^2}}\cdot D_i + \lambda = 0, \quad i = 1, 2, ..., n; \\ \sum\limits_{i}^{n} D_i - eps = 0 \end{cases} \quad (40)$$

находится $\lambda = -Di$. Подстановка этого соотношения в ограничение $\sum_{i}^{n}(-\lambda) = eps$ дает $\lambda = -eps/n$ и $D_{i0} \neq D_0 \neq$ $\neq eps/n$.

И, таким образом, при $D_i \neq D_0$ и ограничении

$\sum_{i}^{n}(D_i) = eps$ будем иметь искомое $\sqrt{\sum_{i=1}^{n} D_i^2} = \min$.

В нашем случае n=5 и, следовательно, величина управления, в частности при непрерывном управлении для каждого из параметров модели расхода ресурсов, на любой текущий момент принятия решения на управление будет иметь вид

$$dN^*(t) = \frac{FWsum(t)/5}{FZ1(t)}; \quad (41)$$

$$dPn^*(t) = \frac{FWsum(t)/5}{FZ2(t)}; \quad (42)$$

$$dPj^*(t) = \frac{FWsum(t)/5}{FZ3(t)}; \quad (43)$$

$$dT^*(t) = \frac{FWsum(t)/5}{FZ4(t)}; \quad (44)$$

$$dL^*(t) = \frac{FWsum(t)/5}{FZ5(t)}. \quad (45)$$

Соответствующими результатами управления будут

$$Yr1(t) = Nн(t) + FZ1(t) \cdot dN^*(t); \quad (46)$$

$$Yr2(t) = Nн(t) + FZ2(t) \cdot dPn^*(t); \quad (47)$$

$$Yr3(t) = Nн(t) + FZ3(t) \cdot dPj^*(t); \quad (48)$$

$$Yr4(t) = Nн(t) + FZ4(t) \cdot dT^*(t); \quad (49)$$

$$Yr5(t) = Nн(t) + FZ5(t) \cdot dL^*(t), \quad (50)$$

где $Nн(t)$ - нижняя граница трубки траектории расхода ресурса.

При этом опять же соблюдается равенство частных управлений

$$Yr1(t) = Yr2(t) = Yr3(t) = Yr4(t) = Yr5(t). \quad (51)$$

Суммарное управление, естественно, обеспечит выполнение требований по повышению нижней границы ресурса до уровня, необходимого для решения функциональной задачи

$$Yr(t) = Yr1(t) + Yr2(t) + Yr3(t) + Yr4(t) + Yr5(t). \quad (52)$$

Характер управления, соответствующего принципу равного вклада компонент, приведен на рис.8, где зависимости *Yr1(t), Yr2(t), Yr3(t), Yr4(t), Yr5(t)* совпадают.

Управление ресурсами системы с учетом экономического фактора

Главный недостаток всех рассмотренных управлений по снижению уровня неопределенности ресурсов

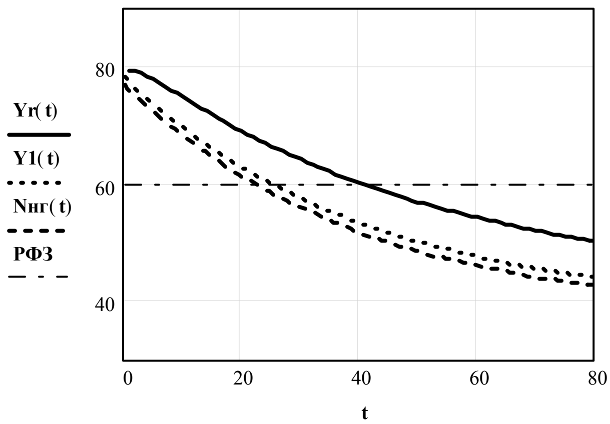

Рис. 8. Иллюстрация управления ресурсами по принципу равного вклада компонент

состоит в не учете экономической составляющей. Учет этого фактора приведет к существенному удешевлению управления. На практике используются самые различные аппроксимации уровня затрат на повышение качества компонент исследуемых моделей; рассмотрим наиболее подходящие для рассматриваемой задачи.

В теории синтеза допусков на факторы риска нередко используют для функции цены конструкцию вида [5]

$\sum_{i=1}^{n} C_i \cdot (\frac{P_i}{D_i})^v$ и при ограничениях $\sum_{i=1}^{n} |FZ_i| \cdot D_i - eps$,

где C_i - коэффициенты затрат на управление; P_i - исходные значения компонент; D_i - управления; FZ_i - функции чувствительности; v – параметр, находят их минимум.

С использованием принципа Лагранжа рассматриваемая задача сводится от задачи на условный экстремум к задаче на безусловный экстремум, к поиску оптимальных значений компонент.

Запишем функцию Лагранжа в виде

$$FL(D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, \lambda) =$$
$$= \sum_{i=1}^{5} C_i \cdot (\frac{P_i}{D_i})^v + \lambda \left(\sum_{i=1}^{5} |FZ_i| \cdot D_i - eps \right). \quad (53)$$

Найдем аналитическое решение задачи выпуклого программирования путем получения и приравнивания нулю производных по D_i и λ

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial D_i} FL(D_1, D_2, ..., D_5, \lambda) = \\ = -C_i \cdot v \cdot P_i^v \cdot D_i^{-(v-1)} + \lambda \cdot |FZ_i| = 0, \quad i = 1, 2, ..., 5, \\ \frac{\partial}{\partial \lambda} FL(D_1, D_2, ..., D_5, \lambda) = \sum_{i}^{5} |FZ_i| D_i - eps = 0. \end{cases} \quad (54)$$

Элементарные подстановки в (54) дают искомое решение

$$D_i = \frac{eps \cdot \left(\frac{C_i \cdot P_i^{\,v}}{|FZ_i|} \right)^{\frac{1}{1+v}}}{\sum\limits_{i=1}^{5} |FZ_i| \cdot \left(\frac{C_i \cdot P_i^{\,v}}{|FZ_i|} \right)^{\frac{1}{1+v}}}. \qquad (55)$$

Варьирование коэффициентами затрат (компонентами вектора *C*) показывает, что чем выше стоимость совершенствования компонент в модели ресурсов, тем будет ниже значение поправки к этому показателю при обеспечении требуемого уровня доверия к ресурсу системы.

Так, для

$$C = \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \\ 300 \\ 400 \\ 500 \end{bmatrix}; \quad P = \begin{bmatrix} 100 \\ 0{,}95 \\ 0{,}50 \\ 40 \\ 0{,}02 \end{bmatrix}; \quad \text{eps=3 и v=1}$$

будем иметь следующее управление

$$D = \begin{bmatrix} 2{,}845 \\ 0{,}036 \\ 0{,}040 \\ -2{,}691 \\ -1{,}504 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \text{ обеспечивающее}$$

$$\min_{D_i} \sum_{i=1}^{5} C_i \left(\frac{P_i}{D_i} \right) = 2{,}518 \cdot 10^4 .$$

Иллюстрация управления по снижению неопределенности факторов риска с учетом экономического фактора приведена на рис.9.

Решение той же задачи численными методами дает примерно те же значения оптимизируемых компонент и примерно ту же величину затрат на управление ($2{,}432 \times 10^4$).

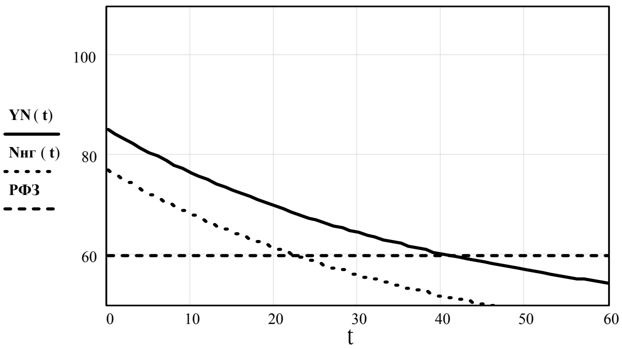

Рис.9. Характер изменения траектории изменения ресурсов при учете экономического фактора

Естественно, при учете экономического фактора уровень затрат на управление будет меньшим нежели при однокомпонентном управлении ресурсом и управлении по принципу равного вклада. Так, при управлении по принципу равного вклада будем иметь

$$D = \begin{bmatrix} 2{,}745 \\ 0{,}023 \\ 0{,}036 \\ -1{,}989 \\ -2{,}214 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \text{ и } \min_{D_i} \sum_{i=1}^{5} C_i \left(\frac{P_i}{D_i} \right) = 2{,}871 \cdot 10^4 .$$

Кроме того, численное решение допускает принятие величины v, не обязательно равной для всех компонент. Так для v, представленном в векторном виде

$$V = \begin{bmatrix} v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \\ v5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}9 \\ 0{,}8 \\ 0{,}7 \\ 0{,}6 \\ 0{,}5 \end{bmatrix}, \text{оптимальным управлением будет вектор}$$

$$Dopz = \begin{bmatrix} 3{,}454 \\ 0{,}033 \\ 0{,}034 \\ -3{,}243 \\ -1{,}41 \times 10^{-3} \end{bmatrix}, \text{ доставляющий}$$

$$\min_{D_i} \sum_{i=1}^{5} C_i \cdot \left(\frac{P_i}{D_i} \right)^{vi} = 1{,}039 \times 10^4 .$$

Можно осуществить минимизацию неопределенности компонент при заданном уровне затрат. В этом случае ограничение и целевая функция меняются местами.

Задается целевой функционал вида (8) или (9)

$$FWsum1(t) = \sqrt{\begin{array}{l} FZ1 \cdot D1(tu)^2 + FZ2 \cdot D2(tu)^2 + FZ3 \cdot D3(tu)^2 + \\ + FZ4 \cdot D4(tu)^2 + FZ5 \cdot D5(tu)^2 \end{array}};$$

$$FWsum2(t) = FZ1 \cdot D1(tu) + FZ2 \cdot D2(tu) + \\ + FZ3 \cdot D3(tu) + FZ4 \cdot D4(tu) + FZ5 \cdot D5(tu)$$

при ограничении $\sum\limits_{i=1}^{5} C_i \cdot \left(\frac{P_i}{D_i} \right)^{vi} = C_{зад}, \quad i = 1, 2, ..., 5.$

Если наложить ограничения и на уровни управляемых параметров в диапазоне допустимых однопараметрических управлений (для сужения области поиска численного решения), то результирующими управлениями практически будут те же, что и в предыдущем примере и, следовательно, кривая поведения ресурсов результирующего управления повторит управление, приведенное на рис.13.

Рассмотренный выше функционал (53) является более подходящими для управления ресурсами в области линейных конструкций для факторов риска [5], и менее пригоден для управления по всей глубине вариаций компонент модели ресурса.

Действительно, функция цены (коэффициент затрат) должна зависеть не только от номера компоненты, но и от ее текущего значения. Такой характер функционала соответствует логике управления – возрастают затраты по мере совершенствования компоненты, а сведение этого свойства до некоторого максимального значения было бы невозможно ввиду неограниченности потребных для этого затрат. Вид функции цены для совершенствования отдельного свойства (составляющей функционала) на малую величину Δx может быть выражен как

$$\Delta C_{\kappa 1} = c(k)\cdot\frac{\Delta x_{k1}}{x_{k1}}, \quad (56)$$

где *c(k)* - коэффициент пропорциональности затрат для улучшения *k*-й составляющей на малую величину.

При следующем улучшении рассматриваемого свойства будем иметь

$$\Delta C_{\kappa 2} = c(k)\cdot\frac{\Delta x_{k2}}{x_{k2}}. \quad (57)$$

И, наконец, при достижении оптимального значения составляющей (от x_k до δ_{xko}) получим

$$c_\kappa = \sum_{i=1}^{m} c_{\kappa i} = \sum_{i=1}^{m} c(k)\cdot\frac{\Delta x_{k(m-1)}}{x_{k(m-1)}}, \quad (58)$$

где $$m = \frac{x_{k1} - x_{ko}}{\Delta x_k}. \quad (59)$$

В пределе выражение (58) аппроксимируется интегралом вида [6]

$$C(x_k) = \int_{x_k} c(k)\cdot\frac{d\delta x_k}{\delta(x_k)}. \quad (60)$$

Применительно к рассматриваемой задаче будем иметь

$$F(D_1, D_2, ..., D_5) = \int_{P1}^{D1} c1(D_1)\,1 \times \frac{1}{N\max - D_1}\, dD_1 + \int_{P2}^{D2} c2(D_2)\cdot\frac{1}{1-D_2}\, dD_2 + \int_{P3}^{D3} c3(D_3)\cdot\frac{1}{D_3}\, dD_3 + \int_{D4}^{P4} c4(D_4)\cdot\frac{1}{1-D_4}\, dD_4 + \int_{D5}^{P5} c5(D_5)\cdot\frac{1}{D_5}\, dD_5 \ . \quad (61)$$

Пределы интегрирования для отдельных компонент выбраны из условия повышения уровня компонент для первых трех компонент и их понижения для двух оставшихся компонент. Для них с целью обеспечения условия предельных затрат в знаменателе компонента D_i заменена на $(P_{max}-D_i)$. Это хорошо иллюстрирует рис.10, на котором показаны функции затрат для управления компонентами, когда повышение качества компонент увязывается как с ростом их значений, так и с их уменьшением.

В качестве ограничений при минимизации функционала (61) следует задавать требуемый уровень ресурсов на момент управления

$$D_1\cdot D_2\cdot\left[1-(1-D_3)\cdot(1-\exp(-D_5\cdot D_4))\right] = = P\Phi 3 + Fsum(tu), \quad (62)$$

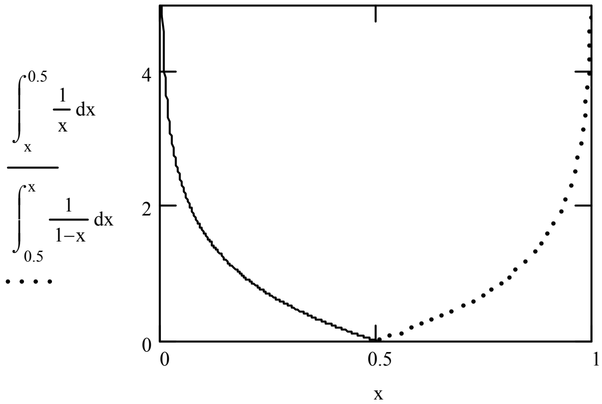

Рис.10. К выбору вида функции затрат при управлении ресурсами системы

а также ограничения на диапазоны допустимого управления отдельными компонентами

$$N\max \ge D_1 \ge N;\ 1 \ge D_2 \ge P_2;\ 1 \ge D_3 \ge P_3;$$
$$P_4 \ge D_4 \ge 0;\ P_5 \ge D_5 \ge 0. \quad (63)$$

С поиском экстремума функционала (60) при ограничениях (61) и (62) легко справляется система универсальной компьтерной математики Mathcad (директива Given и процедура Minimise). Приведем пример.

При векторе коэффициентов затрат *C*, равном

$$C = \begin{bmatrix} c1 \\ c2 \\ c3 \\ c4 \\ c5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c1 + 1D_1 \\ c2 + 2D_2 \\ c3 + 3D_3 \\ c4 + 4D_4 \\ c5 + 5D_5 \end{bmatrix},$$

получим $Dopz = \begin{bmatrix} 100 \\ 0,836 \\ 0,5 \\ 40 \\ 0,011 \end{bmatrix}$ и $F(D_1, D_2, ..., D_5) = 12{,}000$.

Рассмотренный функционал является вполне подходящим для управления ресурсами не только в области линейных конструкций для факторов риска, но и для управления по всей глубине вариаций компонент модели ресурса непрерывной системы с заранее поставленными целями управления.

При постоянных коэффициентах затрат функционал (61) имеет аналитическое разрешение, что еще больше облегчает поиск его экстремума при ограничениях (62) и (63).

$$F(D_1, ..., D_5) = c1 \cdot \ln \frac{N\max - D_{10}}{N\max - D_1} + c2 \cdot \ln \frac{1 - D_{20}}{1 - D_2} +$$
$$+ c3 \cdot \ln \frac{1 - D_{30}}{1 - D_3} + c4 \cdot \ln \frac{D_{40}}{D_4} + c5 \cdot \ln \frac{D_{50}}{D_5} \cdot \quad (64)$$

Для условий кризисной экономики задача управления ресурсами системы, обладающей совокупностью x_k свойств (k =1, 2, ..., K), формулируется следующим образом: найти и обеспечить управление δx_k, доставляющих минимум функционалу, представляемому арифметической или геометрической суммами (определяется функциональными свойствами системы) $\sum\limits_{k=i}^{K} \delta x_k$ ($\sqrt{\sum\limits_{k=i}^{K} (\delta x_k)^2}$) при ограничении $\sum\limits_k \int_{x_k} C(x_k) \cdot ln \dfrac{\delta x_k}{\delta_0(x_k)} dx = C_{зад}$. В этом случае целевая функция представляется как функция Лагранжа и записывается в следующем виде [6[:

$$\Phi(x_k, \lambda) = \sum_k \delta x_k + \lambda(\sum_k \int_{x_k} c(x_k) \cdot \frac{d\delta x_k}{\delta(x_k)} dx_k - Cзад).$$

Управление ресурсами СКП (и, следовательно, рисками их применения) будет носить более сложный характер, если время применение системы формируется в специальных АСУ и включает совокупность подпроцессов. В этом случае необходимо формировать закон распределения времени применения системы и управлять рисками применения СКП с учетом второй важнейшей компоненты риска – вероятности реализации текущего ущерба. Действительно, управление временем наиболее естественное, наиболее доступно для лица, принимающего решение, и находит все более широкое применение. Об этом можно найти предварительные материалы в [2, 7, 8], но в то же время и требует более углубленного анализа с позиций процессного подхода к управлению подобными системами. Но это уже тема для отдельного исследования.

Вывод. Рассмотрены функционалы управления ресурсами конечномерных непрерывных многопараметрических систем критического приложения с заранее поставленными для них целями управления в условиях воздействий. Найдены рациональные решения по управлению факторами риска для различных подходов к управлению в условиях их неопределенности, вполне подходящие для управления ресурсами не только в области линейных конструкций для факторов риска, но и для управления по всей глубине вариаций компонент моделей ресурса. Приведены многочисленные примеры и иллюстрации, подтверждающие справедливость полученных результатов.

Литература

1. Глухов А.П., Котяшев Н.Н., Купцов А.В. Оценка чувствительности ресурсов и рисков применения систем критических приложений к влияющим факторам // Стратегическая стабильность, №1, 2007. – с. 20-24.
2. Василенко В.В., Котяшев Н.Н., Корнеев В.В. Аналитические представления процессов риска в комплексах и системах критических приложений // Двойные технологии, №1, 2002г. – с. 20-24.
3. Симонов А.Л., Тляшев О.М. Проблемы учета факторов риска при подготовке управленческих решений... в сб. «Космос и обеспечение безопасности России, т.1. М.: 2004. – с.189-193.
4. Теплова Т. Управление инвестиционным процессом компании в условиях неопределенности // Проблемы теории и практики управления, №7, 2006. с.93-104.
5. Гехер К. Теория чувствительности и допусков электронных цепей. Пер. с английского. М.: Советское радио. 1973. - 200с.
6. Кочубиевский И.Д. Динамическое моделирование и испытания технических систем. М: Энергия. 1978. - 303с.
7. Волков Л.И. Безопасность и надежность систем.М.: СИП РИА. 2003.-268с.
8. Лецкий Э.К и др. Информационные технологии на железнодорожном транспорте. М.: УМК МПС. 2000.-680с.
9. Математический энциклопедический словарь. Под редакцией Ю.В. Прохорова. М: Советская энциклопедия. 1988. - 848с.

Материал поступил в редакцию 20. 01. 2008г.