УДК 629.7

© Клименко И.В

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛЕМЕТРИРУЕМЫХ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Рассмотрена задача идентификации кинематических и угловых параметров движения объектов, оснащённых системами телеизмерений и не сопровождаемых программами телеизмерений. Приведены математические модели формирования образов кинематических и угловых параметров движения.

При проведении лётных испытаний образцов ракетной техники производится излучение в эфир телеметрической информации (ТМИ), которая служит источником объективного контроля качества решения задач испытаний ракетно-космической техники (РКТ). Поэтому одна из актуальных задач состоит в том, чтобы защитить данные содержательной информации. В случае перехвата данной ТМИ средствами национальных технических средств контроля определённый интерес представляют цели проводимых испытаний, характеристики объекта испытаний и т.д. Получение данных характеристик возможно на основе ТМИ при условии идентификации в её составе различных параметров движения (кинематических, угловых и др.). Идентификация параметров рассматривается, прежде всего, как процедура определения физического смысла телеметрических параметров. Рассмотрим задачу идентификации при следующих допущениях:

- программа телеизмерений объекта неизвестна;
- структура телеметрической информации известна или может быть установлена, и соответственно телеметрические параметры могут быть получены;
- полученные телеметрические параметры предварительно разбиты на классы по каким-либо признакам внутриклассового сходства;
- известен район старта объекта;
- какими-либо средствами, например внешнетраекторными, измерены ускорения объекта в инерциальной системе координат (для упрощения схемы примем, что это начальная гринвичская система координат (НГрСК)).

Клименко Игорь Владимирович – заместитель начальника отдела 1 ГИК.

В данном случае постановку задачи идентификации параметров можно сформулировать следующим образом.

Дано:

а) множество полученных телеметрических параметров G_u;

б) множество результатов классификаций телеметрических параметров: $G^x=\{g_1^{\,x}, g_2^{\,x},..., g_2^{\,x}\}$, $G^x\neq\varnothing$, где $i=1..I$ – номер параметра, $x\neq 1..X$ – номер класса, к которому принадлежит параметр;

в) математические модели полёта объекта и функционирования его систем;

г) множество априорных характеристик, начальных условий и исходных данных для математических моделей: $D=\{d_1, d_2, ..., d_m\}$, $D\neq\varnothing$.

Необходимо:

1. На основе математических моделей произвести формирование образов поведения параметров: $G^x_{\ 0}=\{g^x_{\ 01}, g^x_{\ 02},..., g^x_{\ 0k}\}$, $G_0\neq\varnothing$, где $k\neq 1,..., K$ – номер образа параметра, $x = 1,..., X$ – номер класса, к которому принадлежит образ.

2. Найти минимум меры $J_{ik}\to\min J_k$, $k\neq 1,..., K$, позволяющий отыскать такой образ, который ближе других расположен к исследуемому параметру во всех дискретных точках измерений, ($j\neq 1,..., N$) в заданном классе параметров и образов.

Для формирования критерия близости между параметром и образом в заданном классе целесообразно рассмотреть расстояние между ними, которое оценивается текущей вариацией:

$$\Delta_{ij}=g^x_{\ ij}-g^x_{\ 0kj}. \qquad (1)$$

Вариация может рассматриваться как функция, состоящая из детерминированной составляющей, обусловленной влиянием следующих факторов:

•неадекватностью использованной модели для построения эталонного образа;

•несовпадением по времени (временным сдвигом) исходных данных (измеренных и полученных на основе моделирования);

•отличиями по времени ансамблей одного и того же ТМП $\varphi(g_j)$, реализовавшегося в конкретном пуске, и случайной помехи:

$$\Delta_j = \Delta_{0j} + \Delta_{\eta j}, \quad (j = 1,..., N), \; p(\eta), M[\eta] = 0. \qquad (2)$$

При существующем подходе оценить влияние каждой из этих составляющих на величину вариации и ее изменение во времени достаточно сложно.

Для оценивания меры близости используются различные метрики (Евклида, Гильберта, Хэмминга и др.). В качестве простейшей количественной меры близости между точками X_i и X_j наиболее часто используется функция евклидова расстояния, имеющая вид:

$$\mathrm{d2}(X_i, X_j) = \left[\sum_{k=1}^{p}\left(x_{ki} - x_{kj}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (3)$$

Модифицируем данную меру для оценки близости (удалённости) параметров и образов параметров:

$$J_{ki} = 1/\Delta T \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^{N}\left(\Delta_{ij}\right)^2}, \qquad (4)$$

где ΔT - интервал обработки.

Используя данную меру, составим матрицу расстояний между параметрами и образами параметров, отнесённых к одному классу идентификации контролируемого процесса:

$G^x_0 \backslash G^x$	g^x_1	g^x_2	g^x_3	…	g^x_I
g^x_{01}	J_{11}	J_{12}	J_{13}	…	J_{1I}
g^x_{02}	J_{21}	J_{22}	J_{23}	…	J_{2I}
g^x_{03}	J_{31}	J_{32}	J_{33}	…	J_{3I}
…	…	…	…	…	…
g^x_{0K}	J_{K1}	J_{K2}	J_{K3}	…	J_{KI}

Решающее правило имеет вид:

$$g^x_i \neq g_{0k}, \text{ при } J_{ki} = min\,(J_{ki}), k=1, 2,...K, \; i=1,..., I, \qquad (5)$$

т.е. параметр считается идентифицированным и ему присваивается физический смысл образа, имеющего наименьшую величину критерия J_{ki}. Идентификация продолжается для параметра g^x_i+1, i = 1, 2,..., I. По окончании, формируется множество идентифицированных параметров: $G_И = \{g_1, g_2,..., g_m\}$. Процесс идентификации считается законченной после выполнения перебора по всем возможным i и k.

Общая научно-методическая схема процесса идентификации ТМП представлена на рис. 1.

При решении задачи идентификации определённые проблемы может создать процедура нахождения неизвестных масштабных множителей, необходимых для преобразования телеметрических параметров в физические значения – метры, радианы и т.п. Но обычно масштабные коэффициенты производимых измерений имеют достаточно простой физический смысл, часто связанный с системой мер, используемой в стране, производящей лётные испытания. Например, если это кинематические параметры, то в состав выражения, определяющего масштабный множитель, может входить значение фута (0,304806 м), для угловых параметров и матриц связи – число $k\pi$ (180°, 360° и так далее). Для целочисленных измерений цена младшего разряда, которая определяется соотношением: $k \neq 2^n$, n – целое, принимающее как положительные, так и отрицательные значения. Измерения с плавающей запятой обычно телеметрируются уже в физических значениях.

Рассмотрим модели, на основе которых могут быть получены эталонные образы поведения параметров движения.

Модель движения в НГрСК

Учитывая, что в качестве исходных данных используются составляющие ускорения, заданные таблично, уравнения движения могут быть записаны в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{V}_{xg} &= f_1(t) + j_3 * g_{xg},\\
\dot{V}_{yg} &= f_2(t) + j_3 * g_{yg}\\
\dot{V}_{zg} &= f_3(t) + j_3 * g_{zg}\\
\dot{W}_{xg} &= f_1(t) + i_1 * g_{xg},\\
\dot{W}_{yg} &= f_2(t) + i_1 * g_{yg},\\
\dot{W}_{zg} &= f_3(t) + i_1 * g_{zg},\\
\dot{X}_g &= V_{xg},\\
\dot{Y}_g &= V_{yg},\\
\dot{Z}_g &= V_{zg},
\end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

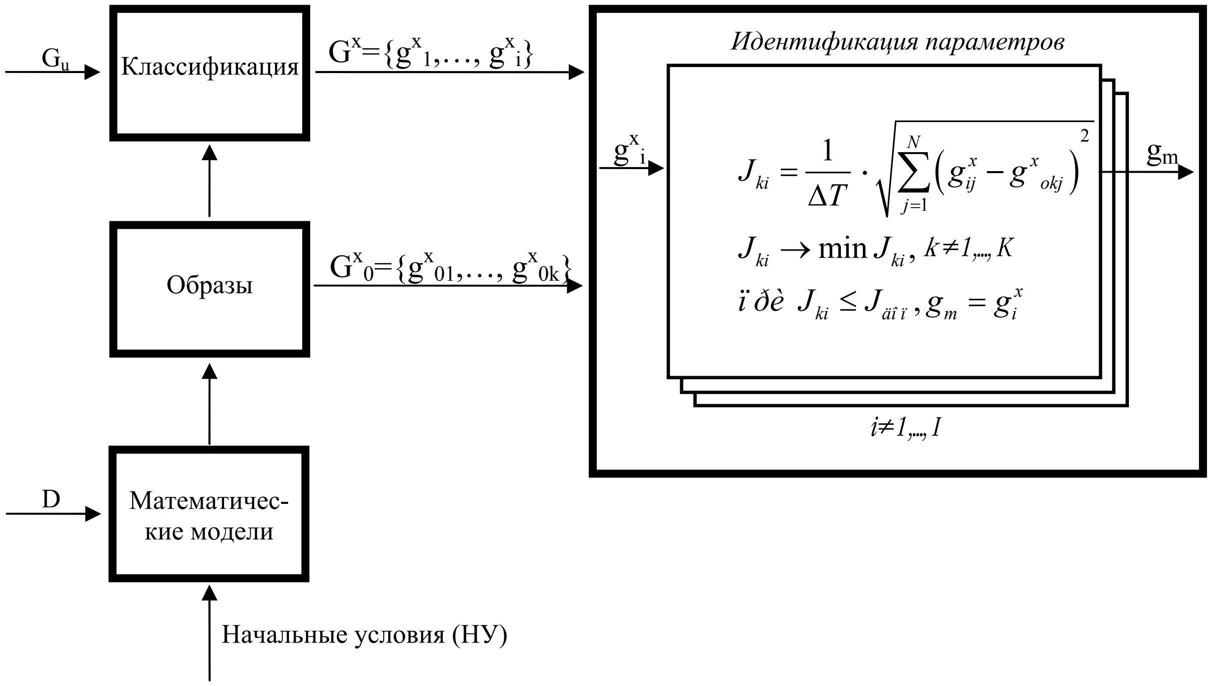

Рис. 1. Методическая схема процесса идентификации телеметрируемых параметров

где $\dot{V}_{xg}$, $\dot{V}_{yg}$, $\dot{V}_{zg}$ – составляющие истинного ускорения;

V_{xg}, V_{yg}, V_{zg} – составляющие скорости;

X_o, Y_o, Z_o – координаты центра масс;

$\dot{W}_{xg}$, $\dot{W}_{yg}$, $\dot{W}_{zg}$ – составляющие кажущегося ускорения;

g_{xg}, g_{yg}, g_{zg} – проекции ускорения силы тяжести на оси НГрСК;

$j_3 \neq 1$, $i_1 \neq 0$ – если заданы кажущиеся ускорения;

$j_3 \neq 0$, $i_1 \neq 1$ – если заданы истинные ускорения.

Расчет проекций ускорения силы тяжести на оси НГрСК проводится по формулам:

$$\left. \begin{aligned} g_{xg} &= g_r \cdot \frac{X_g}{r}; \\ g_{yg} &= g_r \cdot \frac{Y_g}{r}; \\ g_{zg} &= g_r \cdot \frac{Z_g}{r} - g_\omega, \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

$$g_r = -\frac{fM}{r^2} + \frac{\mu}{r^4}\,(5\sin^2 F - 1); \tag{8}$$

$$g_\omega = \frac{2\mu}{r^4} \cdot \sin F\ ; \tag{9}$$

$$r = \sqrt{X_g^2 + Y_g^2 + Z_g^2}; \tag{10}$$

$$\sin F = \frac{Z_g}{r}, \tag{11}$$

где g_r – радиальная составляющая ускорения силы тяжести;

g_ω – составляющая ускорения силы тяжести, направленная параллельно оси вращения Земли;

F – геоцентрическая широта точки;

$fM = 3{,}9860044 \cdot 10^{14}$ - произведение гравитационной постоянной на массу Земли для общеземного эллипсоида (ОЗЭ) 1990 года (м^3/с^2);

$\mu = 26{,}3336744 \cdot 10^{24}$ (м^5/с^2) для ОЗЭ 1990 года.

Для определения географической широты, долготы и высоты точки над поверхностью ОЗЭ используются следующие зависимости:

$$\left. \begin{aligned} \tan B &= \frac{tgF}{(1-\alpha)^2}\ ; \\ L &= \arctan\left(\frac{Y_g}{X_g}\right) - \omega t; \\ H &= r - r_s, \end{aligned} \right. \tag{12}$$

где α – коэффициент сжатия ОЗЭ;

B, L - географическая широта и долгота текущей точки траектории;

H - высота точки над поверхностью ОЗЭ;

$R_s = a \cdot \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 F + \dfrac{\sin^2 F}{(1-\alpha)^2}}}$ – радиус точки ОЗЭ, имеющей геоцентрическую широту F;

a - большая полуось эллипсоида;

ω - угловая скорость вращения Земли (рад/с).

При решении системы дифференциальных уравнений (6) используются следующие начальные условия:

$t_o \neq 0$, $W_{xgo} \neq W_{ygo} \neq W_{zgo} \neq 0$,

$X_{go} \neq R_o \cos F_o \cos L_o$,
$Y_{go} \neq R_o \cos F_o \sin L_o$,
$Z_{go} \neq R_o \sin F_o$,
$V_{xgo} = -\omega R_o \cos (F_o \sin L_o$,
$V_{ygo} = \omega R_o \cos F_o \cos L_o$,
$V_{zgo} \neq 0$,

где $R_0 = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 F_o + \dfrac{\sin^2 F_o}{(1-\alpha)^2}}}$ – радиус-вектор точки старта;

$F_o \neq arctan((1-\alpha)^2\ tgB_o)$ – геоцентрическая широта точки старта;

L_o – долгота точки старта;

t_o – момент, соответствующий началу движения;

$X_{go}, Y_{go}, Z_{go}, V_{xgo}, V_{ygo}, V_{zgo}$ – координаты и составляющие скорости в момент $t \neq t_o$;

$W_{xgo}, W_{ygo}, W_{zgo}$ – составляющие кажущейся скорости в момент $t \neq t_o$.

Система уравнений (1) решается методом Рунге-Кутта.

Результатами решения системы уравнений (6) являются следующие эталонные образы параметров движения:

- проекции кажущейся скорости центра масс на оси НГрСК;
- проекции истинной скорости центра масс на оси НГрСК;
- проекции координат положения центра масс на оси НГрСК;
- проекции ускорения силы тяжести на оси НГрСК;
- координаты текущего положения центра масс в геодезической системе координат (текущие широта, долгота и высота полёта).

Модель расчёта угловых параметров движения

Определим положение подвижной системы координат – связанной системы координат (СвСК) относительно инерциальной системы координат – матрицу направляющих косинусов. Пусть известна начальная матрица ориентации СвСК ракеты относительно инерциальной – A_Σ с элементами a_{ij}. Найдем формулы, позволяющие определить изменение во времени каждого из элементов матрицы. Переход ракеты из начального положения, определяемого матрицей A_Σ, в новое положение, определяемое матрицей A^H_Σ, может быть получен путем трех элементарных поворотов:

вокруг оси $X_{СвСК}$ с угловой скоростью ω_x на угол $\Delta\varphi = \omega_x\, dt$:

$$A\Delta\varphi = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \Delta\varphi \\ 0 & -\Delta\varphi & 1 \end{vmatrix}. \tag{13}$$

Здесь и далее ввиду малости углов синусы полагаются равными самим углам, а косинусы равны 1;

вокруг оси $Y_{СвСК}$ с угловой скоростью ω_y на угол $\Delta\psi = \omega_y\, dt$:

$$A\Delta\psi = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\Delta\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta\psi & 0 & 1 \end{vmatrix}; \tag{14}$$

вокруг оси $Z_{СвСК}$ с угловой скоростью ω_z на угол $\Delta\vartheta = \omega_z\, dt$:

$$A\Delta\vartheta = \begin{vmatrix} 1 & \Delta\vartheta & 0 \\ -\Delta\vartheta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \tag{15}$$

Матрица суммарного поворота A_p получается путём перемножения матриц отдельных поворотов:

$$A_p = A\Delta\vartheta \cdot A\Delta\psi \cdot A\Delta\varphi. \tag{16}$$

Результирующая матрица перехода A^H_Σ, из инерциальной системы координат к связанной, образованной после разворота, находится умножением матрицы начального положения ориентации системы A_Σ на матрицу суммарного поворота A_p (умножение производится слева):

$$A^H_\Sigma = A_p \cdot A_\Sigma. \tag{17}$$

Элементы этой матрицы можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
a^H_{11} &= a_{11} + \Delta\vartheta \cdot a_{21} - \Delta\psi \cdot a_{31};\\
a^H_{12} &= a_{12} + \Delta\vartheta \cdot a_{22} - \Delta\psi \cdot a_{32};\\
a^H_{13} &= a_{13} + \Delta\vartheta \cdot a_{23} - \Delta\psi \cdot a_{33};\\
a^H_{21} &= a_{21} + \Delta\varphi \cdot a_{31} - \Delta\vartheta \cdot a_{11};\\
a^H_{22} &= a_{22} + \Delta\varphi \cdot a_{32} - \Delta\vartheta \cdot a_{12};\\
a^H_{23} &= a_{23} + \Delta\varphi \cdot a_{33} - \Delta\vartheta \cdot a_{13};\\
a^H_{31} &= a_{31} + \Delta\psi \cdot a_{11} - \Delta\varphi \cdot a_{21};\\
a^H_{32} &= a_{32} + \Delta\psi \cdot a_{12} - \Delta\varphi \cdot a_{22};\\
a^H_{33} &= a_{33} + \Delta\psi \cdot a_{13} - \Delta\varphi \cdot a_{23}.
\end{aligned} \tag{18}$$

Определяя приращение каждого из элементов матрицы $\Delta a_{ij} = a^H_{ij} - a_{ij}$, (19)
и поделив их на приращения времени dt, получим кинематические уравнения вида:

$$\begin{aligned}
\dot{a}_{11} &= \omega_z \cdot a_{21} - \omega_y \cdot a_{31};\\
\dot{a}_{21} &= \omega_x \cdot a_{31} - \omega_z \cdot a_{11};\\
\dot{a}_{31} &= \omega_y \cdot a_{11} - \omega_x \cdot a_{21};\\
\dot{a}_{12} &= \omega_z \cdot a_{22} - \omega_y \cdot a_{32};\\
\dot{a}_{22} &= \omega_x \cdot a_{32} - \omega_z \cdot a_{12};\\
\dot{a}_{32} &= \omega_y \cdot a_{12} - \omega_x \cdot a_{22};\\
\dot{a}_{13} &= \omega_z \cdot a_{23} - \omega_y \cdot a_{33};\\
\dot{a}_{23} &= \omega_x \cdot a_{33} - \omega_z \cdot a_{13};\\
\dot{a}_{33} &= \omega_y \cdot a_{13} - \omega_x \cdot a_{23}.
\end{aligned} \tag{20}$$

Имея численные значения текущих элементов матрицы $A^{Н}_{\Sigma}$ (могут быть идентифицированы в составе телеметрической информации) и продифференцировав их, используя какой-либо из численных методов дифференцирования, можно составить системы линейных уравнений (например, взяв одну из троек системы уравнений (20)), решениями которых будут выходные параметры разработанной модели – эталоны угловых параметров движения – текущие значения угловой скорости вращения на оси СвСК.

При необходимости параметры движения, полученные с использованием модели (6) могут быть пересчитаны в другие известные системы координат, например, используемыми в баллистике [1÷3].

Результаты решения поставленной задачи могут быть использованы при идентификации кинематических и угловых параметров движения объектов, оснащённых системами телеизмерений и не сопровождаемых программами телеизмерений с целью определения различных лётных и технических характеристик этих объектов.

Литература

1. Кавинов И. В. Инерциальная навигация в околоземном пространстве. – М.: Машиностроение, 1988.

2. Гудзовский В. А. Теория полета ракет. – М.: МО СССР, 1971.

3. Аппазов Р.Ф., Лавров С.С., Мишин В.П. Баллистика управляемых ракет дальнего действия. – М.: Наука, 1966.

Материал поступил в редакцию 16. 12. 2007г.