УДК 593.3

© Осяев О. Г., Костин А. М., Гвоздев И. Е.
Osyaev O.G., Kostin A.M., Gvozdev I.E.

КИНЕТИЧЕСКИЙ И ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЙ ВАРИАНТЫ ПРЯМОГО СИМВОЛИЧЕСКОГО МЕТОДА ВОЛЬТЕРРА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НАСЛЕДСТВЕННОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ НА ОСНОВЕ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ

KINETIC AND SEMIEMPIRICAL VARIANTS OF VOLTER DIRECT SYMBOLIC METHOD OF HEREDITARY CREEP TASK SOLUTION BASED ON DUCTILE-ELASTICITY LINEAR EQUATIONS

Аннотация. *Рассмотрен подход к решению задач наследственной ползучести на основе линейных уравнений вязкоупругости с помощью прямого символического метода Вольтера для конструкционных полимерных композитных материалов твердотопливных изделий.*

Annonfnion. *The approach to solution of hereditary creep tasks based on ductile-elasticity linear equations by help of Volter direct symbolic method for constructional polymeric composite materials of solid-fuel products is considered.*

Ключевые слова. *Длительная эксплуатация, полимерные композиты, комплексное воздействие, термосиловое нагружение, ползучесть, наследственные уравнения, напряженно-деформированное состояние, ядра релаксации, временные операторы.*

Key words. *Long-term maintenance, polymeric composites, complex influence, thermo-power loading, creep, hereditary equations, intense-deformed condition, relaxation cores, temporary operators.*

На этапах эксплуатации конструкции ракетно-космической техники (РКТ) испытывают комплексное воздействие факторов термосилового нагружения (ТСН). Особенность механического поведения конструкционных полимерных композитных материалов (ПКМ) твердотопливных изделий состоит в том, что при нормальной температуре эксплуатации и сравнительно небольших уровнях напряжений они проявляют свойство ползучести. Установлено [1], что закономерности ползучести основных конструкционных ПКМ в широком диапазоне напряжений удовлетворительно описываются линейными наследственными уравнениями. В общем случае пространственного теплового и напряженно-деформированного состояния (ТНДС) краевая задача линейной наследственной теории ползучести сводится к решению уравнений наследственной термовязкоупругости. Полная система, состоящая из уравнений равновесия, физических и геометрических уравнений может быть записана в тензорном виде

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + X_i = 0; \;\; \varepsilon_0 = \frac{\sigma_{cp}}{K} + \int_0^t U(t-\xi)\sigma_{cp}(\xi)d\xi;$$

$$e_{ij} = \frac{s_{ij}}{2G} + \int_0^t \Pi(t-\xi)s_{ij}(\xi)d\xi; \qquad (1)$$

или $$s_{ij} = 2Ge_{ij} - \int_0^t R(t-\xi)e_{ij}(\xi)d\xi;$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right); \;\; i, j = 1,2,3,$$

где $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}\varepsilon_0$; $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{cp}$ – соответственно компоненты девиаторов деформаций и напряжений;

Осяев Олег Геннадьевич – кандидат технических наук, доцент, старший преподаватель Ростовского военного института Ракетных войск, тел. 8-926-699-57-14;
Костин Алексей Михайлович – начальник отдела испытаний РК 1ГИК МО, тел. 8-926-699-57-14;
Гвоздев Игорь Евгеньевич – заместитель начальника отдела 4 ЦНИИ, тел. 8-926-699-57-14.

Osyaev Oleg Gennadevich – the candidate of technical sciences, the senior lecturer, the senior teacher of the Rostov Military Institute of Missile Troops, tel. 8-926-699-57-14;
Kostin Alexey Michaylovich – the chief of MC test division of the 1st STC DoD tel. 8-926-699-57-14;
Gvozdev Igor Evgenevich – the deputy chief of division of the 4th CSRI, tel. 8-926-699-57-14.

$\varepsilon_0 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ – относительная объемная деформация.

Линейное наследственное уравнение для напряжений системы (1) можно переписать в символическом виде

$$s_{ij} = 2\tilde{\tilde{G}} e_{ij}, \tag{2}$$

если обозначить

$$\tilde{\tilde{G}} = G\left(f - \frac{1}{2G}\tilde{\tilde{R}} f \right), \tag{3}$$

где временной оператор $\tilde{\tilde{R}}$ имеет вид

$$\tilde{\tilde{R}} f = \int_0^t R(t-\xi)\, f(\xi) d\xi, \tag{4}$$

где $f(\xi)$ – функция, над которой берется оператор $\tilde{\tilde{R}}$.

Используя кинетическое и эмпирическое уравнения для ядер релаксации, на основе подходов [1-3] получаем выражения для временного оператора (4) соответственно в кинетическом и полуэмпирическом виде

$$\tilde{\tilde{R}} f = \int_0^t \frac{E\alpha kT}{\varepsilon_0 tC} \frac{a}{\Delta} e_{ij}(\xi) d\xi; \tag{5}$$

$$\tilde{\tilde{R}} f = \int_0^t \beta\lambda E e^{-\lambda t} e_{ij}(\xi) d\xi, \tag{6}$$

где: k – постоянная Больцмана; E – модуль упругости; α – коэффициент термического расширения объема; C – атомная теплоемкость; Δ – длина свободного пробега фотонов, зависящая от структурных дефектов, примесных атомов и других неоднородностей тела, a-межатомное расстояние; β, λ– эмпирические константы материала.

Тогда выражения для функции $f(\xi)$, над которой берется оператор $\tilde{\tilde{R}}$, примут вид соответственно для кинетической и полуэмпирической формы записи

$$f(\xi) = \int_0^t \frac{\alpha kT}{\sigma_0 C} \frac{a}{\Delta} \ln\frac{t}{\tau_0} ds_{ij}(\xi); \tag{7}$$

$$f(\xi) = \int_0^t \beta \frac{E}{\lambda\eta} \frac{\varepsilon_0}{\sigma_0} (e^{-\lambda t} - 1) ds_{ij}(\xi), \tag{8}$$

где τ_0 - период тепловых атомных колебаний.

Линейное наследственное уравнение для деформаций системы (1)

$$e_{ij} = \frac{s_{ij}}{2G} + \int_0^t \Pi(t-\xi) s_{ij}(\xi) d\xi, \tag{9}$$

также можно переписать в операторной форме

$$e_{ij} = \frac{1}{2\tilde{\tilde{G}}} s_{ij}, \tag{10}$$

если ввести обозначение

$$\frac{1}{\tilde{\tilde{G}}} = \frac{1}{G}(f + 2G\tilde{\tilde{\Pi}} f), \tag{11}$$

где временной оператор $\tilde{\tilde{\Pi}}$ имеет вид

$$\tilde{\tilde{\Pi}} f = \int_0^t \Pi(t-\xi)\, f(\xi) d\xi. \tag{12}$$

Используя кинетическое и эмпирическое уравнения для ядер ползучести, в соответствии с [1,3] получаем выражения для временного оператора (12) соответственно в кинетическом и полуэмпирическом виде

$$\tilde{\tilde{\Pi}} f = \int_0^t \frac{\alpha kT}{\sigma_0 tC} \frac{a}{\Delta} s_{ij}(\xi) d\xi; \tag{13}$$

$$\tilde{\tilde{\Pi}} f = \int_0^t \beta \frac{\lambda}{E} e^{-\lambda t} s_{ij}(\xi) d\xi. \tag{14}$$

Тогда выражения для функции $f(\xi)$ примут вид соответственно для кинетической и полуэмпирической формы записи

$$f(\xi) = -\int_0^t \frac{E\alpha kT}{\varepsilon_0 C} \frac{a}{\Delta} \ln\frac{t}{\tau_0} de_{ij}(\xi); \tag{15}$$

$$f(\xi) = \int_0^t \beta \frac{E}{\lambda\eta} \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} (1 - e^{-\lambda t}) de_{ij}(\xi). \tag{16}$$

Решая уравнение (2) относительно e_{ij} и сравнивая с уравнением (10), устанавливаем связь между величинами G, $\tilde{\tilde{R}}$ и $\tilde{\tilde{\Pi}}$:

$$\left(1 - \frac{1}{2G}\tilde{\tilde{R}}\right)^{-1} = \left(1 + 2G\tilde{\tilde{\Pi}}\right). \tag{17}$$

Таким образом, с помощью полученных кинетических и полуэмпирических преобразований на основе символического метода Вольтерра, решение задачи наследственной ползучести сводится к решению соответствующей задачи упругости путем замены упругих констант материала соответствующими временными операторами (3), (11).

Литература

1. Гольденблат И.И., Бажанов В.Л., Копнов В.А. Длительная прочность в машиностроении. – М.– Машиностроение, 1977. – 248 с.

2. Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости. – М.: Машиностроение, 1988.– 288 с.

3. Журков С.Н. Дилатонный механизм прочности твердых тел / Физика прочности и пластичности. М.: Наука. – 1986. С.5-10.

Материал поступил в редакцию 19. 12. 2008г.