УДК 623.454.86

© Богданов Ю.В., Ульянов С.В.
Bogdanov Y., Ulyanov S.

# МЕТОД ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ АВАРИЙ РАКЕТНОГО КОМПЛЕКСА И УЩЕРБА ОТ НИХ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

# METHOD OF ESTIMATING THE PROBABILITY OF FAILURE MISSILE COMPLEX AND DAMAGES FROM THEM UNDER UNCERTAINTY

***Аннотация.*** *Предложен новый метод оценки вероятностей возникновения аварий ракетных комплексов (РК) и ущербов от них в условиях высокой степени неопределенности вариантов развития аварийных ситуаций. Метод основан на использовании стохастических сетевых моделей развития аварийных ситуаций на различных этапах испытаний и эксплуатации РК. Приведены основные математические соотношения для преобразования стохастических сетевых моделей и определения вероятностей возникновения аварий и ущербов от них.*

***Annotation.*** *A new method for estimating the probability of an accident defense systems (SC) and damage caused by them to the high degree of uncertainty variants of emergencies. The method is based on the use of stochastic network models of emergency situations in various stages of testing and operation of the RK. Are the basic mathematical relationships to convert stochastic network models and determine the probability of accidents and damages from them.*

***Ключевые слова.*** *Метод, оценка, вероятность, авария, ракетный комплекс, ущерб, неопреднленность, условие.*

***Key words.*** *The method estimates are likely to crash, missile, damage neoprednlennost condition.*

## Основные положения, используемые при разработке метода

Ракетные комплексы (РК) РВСН принадлежат к классу технических систем военного назначения, характеризуемых высоким уровнем потенциальной опасности, что обусловлено наличием в их составе делящихся и радиоактивных материалов, ракетных топлив, пожаровзрывоопасных устройств, химически активных и токсичных веществ, больших запасов потенциальной и кинетической энергии. На этапах эксплуатации данных комплексов могут возникать как относительно мелкие, так и масштабные аварии и катастрофы, характеризуемые значительными социальными, материальными, экологическими ущербами.

К аварийным ситуациям и авариям при эксплуатации РК могут привести отказы техники, ошибочные и несанкционированные действия эксплуатирующего персонала, ошибки системы контроля безопасности, а также внешние нерегламентированные воздействия, вызванные опасными природными явлениями, техногенными авариями или применением оружия в террористических целях.

Исследованиям проблем безопасности РК и других опасных объектов посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных ученых [1, 4]. В целом, несмотря на достигнутые успехи в разработке методов исследований безопасности, они имеют ограничения в использовании в условиях высокой степени неопределенности вариантов развития аварийных ситуаций и аварий. Эти условия обусловлены в основном наличием большого количества учитываемых факторов при исследованиях безопасности РК, неполнотой и неопределенностью априорных данных, редкостью возникновения и многовариантностью развития аварийных ситуаций.

Предлагаемый в статье метод предназначен для определения вероятностей возникновения аварий на различных этапах испытаний и эксплуатации РК и ущербов от них в условиях высокой степени неопределенности вариантов развития аварийных ситуаций.

*Богданов Юрий Васильевич – доктор технических наук, профессор, начальника управления, 4 ЦНИИ Минобороны РФ;*
*Ульянов Сергей Владимирович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заместитель начальника управления, 4 ЦНИИ Минобороны РФ, тел. 7(495)543-36-76.*

*Bogdanov Yuri – doctor of technical sciences, professor, head of department, Central research institute of the Ministry of defense of the Russian Federation 4;*
*Ulyanov Sergey – Ph.D., senior researcher, deputy director, Central research institute of the Ministry of defense of the Russian Federation 4, tel. 7 (495) 543-36-76.*

К разрабатываемому методу предъявляются следующие требования, обеспечивающие возможность его использования при исследовании процессов развития аварийных ситуаций и аварий в указанных выше условиях:

• учет неопределенности и альтернативных вариантов развития аварийных ситуаций;

• учет основных факторов, влияющих на вероятности реализации различных исходов аварийных ситуаций;

• моделирование процессов с произвольными законами распределений вероятностей аварийных ситуаций, аварий и ущербов от них;

• возможность определения интервальных (квантильных) оценок показателей безопасности в условиях неопределенности исходных данных;

• возможность учета результатов оценки показателей безопасности заимствованных элементов, аналогов и оценок экспертов;

• оперативность определения показателей безопасности, позволяющая использовать предлагаемый метод для принятия решений при управлении безопасностью РК.

Характеристиками, позволяющими наиболее полно учесть рассмотренные выше требования при оценке вероятностей возникновения аварий на различных этапах испытаний и эксплуатации РК и ущербов от них в условиях неопределенности вариантов развития аварийных ситуаций являются *законы распределений (функции распределений)* вероятностей возникновения аварий и ущербов, а также их *числовые характеристики*.

Исходными данными для расчета показателей безопасности (вероятностей аварий и ущербов) РК являются:

• множества $I$ периодов и $L$ этапов испытаний и эксплуатации РК;

• множества $\mathbf{K_{il}}$ видов аварийных ситуаций и $\mathbf{J_{il}}$ их возможных исходов (аварий) на $i$-х периодах $\left(i \in I\right)$ и $l$-х этапах $\left(l \in L\right)$ испытаний и эксплуатации;

• функции распределения $\Phi_{ilk}\left(Q_{AC_{ijk}}\right)$ вероятностей аварийных ситуаций ( $k \in \mathbf{K_{il}}$ ) на данных периодах и этапах испытаний и эксплуатации комплекса;

• функции распределения $\Upsilon_{iljm}\left(P_{A_{ilj}/A_{ilm}}\right)$ условных вероятностей переходов аварийных процессов из состояний $A_{ilm}$ в состояния $A_{ilj}$ (определяются с использованием расчетно-экспериментальных методов, основанных на физическом моделировании аварийных процессов;

• функции распределения $F_{ilj}\left(U_{A_{ilj}}\right)$ ущерба от $j$-х видов аварий ( $j \in \mathbf{J_{il}}$ ), возможных на $i$-х периодах $\left(i \in I\right)$ и $l$-х этапах $\left(l \in L\right)$ испытаний (определяются с использованием методики оценки ущерба от аварий комплекса, основанной на моделировании поражающих воздействий).

В результате решения задачи *требуется определить:*

• функции распределения $\Phi_{ilj}\left(P_{A_{ilj}}\right)$ (числовые характеристики) вероятностей $P_{A_{ilj}}$ возникновения $j$-х видов аварий на $i$-х периодах $\left(i \in I\right)$ и $l$-х этапах $\left(l \in L\right)$ испытаний и эксплуатации комплекса;

• функции распределения $G_{il}\left(R_{il}\right)$ (числовые характеристики) потенциальных ущербов от аварий на заданных $l$-х этапах $\left(l \in L\right)$ испытаний и эксплуатации комплекса;

• функцию распределения $G_{\Sigma}\left(R_{\Sigma}\right)$ (числовые характеристики) интегрального риска ущерба от аварий при испытаниях и эксплуатации РК.

Метод основан на построении стохастических сетевых моделей [2, 3] развития аварийных ситуаций, возможных на этапах испытаний и эксплуатации РК. Элементами стохастических сетевых моделей являются:

• обозначаемые кружками состояния развития аварийных процессов на заданных $l$-х этапах испытаний или эксплуатации $\left(l \in L\right)$, характеризуемые функциями распределения $\Phi_{ilj}\left(P_{A_{ilj}}\right)$ вероятностей реализации исходов (аварий) $A_{ilj}$ $(j \in J_l)$ и функциями распределения $F_{ilj}\left(U_{A_{ilj}}\right)$ ущербов $U_{A_{ilj}}$ от них;

• обозначаемые дугами (стрелками) переходы между состояниями развития аварийного процесса, характеризуемые функциями распределения $\Upsilon_{iljk}\left(P_{A_{ilj}/A_{ilj}}\right)$ условных вероятностей осуществления перехода аварийного процесса от состояния $A_{lk}$ к состоянию $A_{lj}$.

При разработке стохастических сетевых моделей развития аварийных ситуаций введены следующие допущения.

1. Принимается, что все элементы стохастической сетевой модели являются несовместными случайными явлениями специального класса, т.е. из-за редкости аварийные ситуации не могут происходить одновременно и реализуется только один из возможных сценариев развития аварийного процесса (различные сценарии и исходы являются взаимоисключающими и образуют полную группу возможных опасных явлений).

2. Считается, что функция распределения ущерба от аварии является собственной характеристикой каждого элемента стохастической сетевой модели и не зависит от путей развития аварийной ситуации, которые к ней привели.

3. Принимается, что для любой пары элементов сетевой модели, между которыми существует непосредственная стохастическая связь, известна функция распределения $\Upsilon_{iljm}\left(P_{A_{ilj}/A_{ilm}}\right)$ условной вероятности осуществления перехода от состояния $A_{ilm}$ к состоянию $A_{ilj}$, которая не зависит от условных вероятностей переходов для других пар элементов сети.

На рис. 1 представлен пример стохастической сетевой модели развития аварийных ситуаций, разработанной для этапа сборки и погрузки-выгрузки (перегрузки) ракеты.

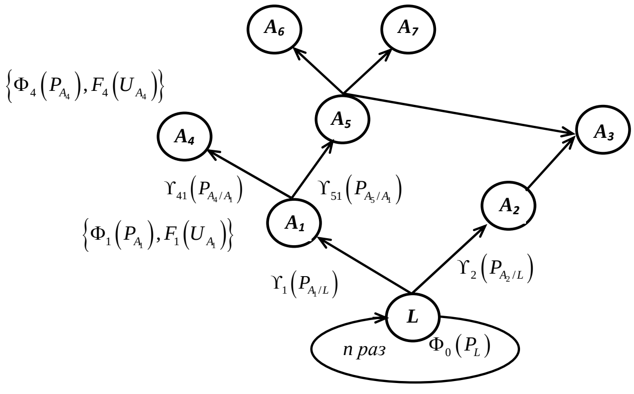


Рис. 1 Стохастическая сетевая модель развития аварийных ситуаций, возможных при сборке, погрузке-выгрузке (перегрузке) ракеты:
$L$ – штатная операция сборки или погрузки-выгрузки (перегрузки) ракеты; $A_1$ и $A_2$ – повреждения, ракеты или составной части (СЧ) ракеты при падении и соударении с внешними объектами; $A_3$- повреждения остальных СЧ; $A_4$, $A_5$ – сгорание и взрыв СЧ после повреждения при падении; $A_6$ и $A_7$ – сгорание ракеты после взрыва одной СЧ; $n$ – количество СЧ в составе ракеты

Штатная операция сборки или погрузки-выгрузки (перегрузки) $L$ характеризуется функцией распределения $\Phi_0(P_L)$ вероятности успешного завершения одного цикла сборки (перегрузки) и количеством повторений $n$ (по количеству СЧ в составе ракеты).

При выполнении операций сборки, погрузки-выгрузки (перегрузки) ракеты (СЧ) возможны аварийные ситуации, связанные с падением ракеты или ее СЧ на бетонное основание и соударением с внешними объектами.

Условные вероятности $P_{A_1/L}$, $P_{A_2/L}$ повреждения СЧ при падении и соударении совпадают с вероятностями $(Q_{AC_1}, Q_{AC_2})$ возникновения соответствующих аварийных ситуаций

$$\Upsilon_1(P_{A_1/L}) = \Phi_1(P_{A_1/L}); \qquad \Upsilon_2(P_{A_2/L}) = \Phi_2(P_{A_2/L}).$$

Исходы $A_1$, $A_2$ характеризуются системами случайных величин $\{P_{A_1}, U_{A_1}\}$ и $\{P_{A_2}, U_{A_2}\}$ или функцией распределения $\{\Phi_1(P_{A_1}), F_1(U_{A_1})\}$ и $\{\Phi_2(P_{A_2}), F_2(U_{A_2})\}$.

Процесс развития аварийной ситуации при сборке и погрузке-выгрузке (перегрузке) ракеты имеет стохастический характер и может не остановиться на повреждении отдельного СЧ при падении, а перейти к более опасную стадию – взрыву или сгоранию изделия – исходам, обозначенным на рис. 1 символами $A_4$ и $A_5$.

Условные вероятности осуществления переходов из состояния $A_1$ в состояния $A_4$, $A_5$ описываются функциями распределения $\Upsilon_{41}(P_{A_4/A_1})$ и $\Upsilon_{51}(P_{A_5/A_1})$.

Собственными характеристиками исходов $A_4$ и $A_5$ являются совокупности функций распределения $\{\Phi_4(P_{A_4}), F_4(U_{A_4})\}$ и $\{\Phi_5(P_{A_5}), F_5(U_{A_5})\}$ вероятностей возникновения и ущерба от данных видов аварий.

Подобные стохастические сетевые модели могут быть построены для аварийных ситуаций, возможных на всех этапах испытаний и эксплуатации комплекса.

## Математические соотношения для определения вероятностей аварий ракетного комплекса

Задачу определения числовых характеристик вероятностей аварий на этапах испытаний и эксплуатации комплекса будем решать в общем виде – для произвольных законов распределения вероятностей аварий. Для этого воспользуемся теоремами о числовых характеристиках функций случайных аргументов [5], позволяющими вычислять числовые характеристики функций по числовым характеристикам аргументов без знания законов их распределения.

С учетом введенного в выше допущения о несовместности опасных явлений вероятность аварии комплекса вычисляется как сумма вероятностей реализации всех возможных путей, которые могут привести к данному исходу

$$\widehat{P}_{A_{lj}} = \sum_{s=1}^{S_{lj}} \left( \prod_{m=1}^{M_{ljs}} \widehat{P}_{ljsm} \right), \tag{1}$$

где $\widehat{P}_{ljsm}$ – оценка условной вероятности осуществления $m$-го перехода аварийного процесса из одного состояния в другое $\left(m = \overline{1, M_{ljs}}\right)$ в $s$-м пути $\left(s = \overline{1, S_{lj}}\right)$ для $j$-го вида аварии комплекса на $l$-м этапе испытаний или эксплуатации.

Функции распределения $\Phi_{lj}(P_{A_{lj}})$ вероятностей возникновения аварий будем считать определенными, если известны моменты случайных величин $\widehat{P}_{A_{lj}}$.

Сначала определим моменты случайных величин, представляющие собой произведения вероятностей в формуле (1) (вероятности реализации $s$-х путей), для чего рассмотрим простейший путь развития аварийной ситуации на комплексе, показанный на рис. 2.

Оценка вероятности исхода (аварии) $A_2$ в данном случае определяется произведением двух независимых случайных величин – оценок условных вероятностей $P_{A_1/L}$, $P_{A_2/L}$ реализации переходов от предшествующего состояния к последующему

$$\widehat{P}_2 = \widehat{P}_{A_1/L} \cdot \widehat{P}_{A_2/A_1}. \tag{2}$$

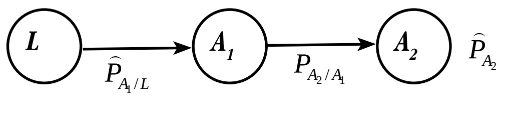


Рис. 2 Простейший путь развития аварийной ситуации на комплексе

Моменты величины $\hat{P}_2$ могут быть определены с использованием теоремы о числовых характеристиках произведения двух независимых случайных величин по следующим формулам:

• первый начальный момент (математическое ожидание) [5]

$$ {}^1\alpha_{P_2} = m_{P_2} = {}^1\alpha_{P_{A_1/L}} \cdot {}^1\alpha_{P_{A_2/A_1}} = m_{P_{A_1/L}} \cdot m_{P_{A_2/A_1}}; \quad (3) $$

• второй начальный момент

$$ {}^2\alpha_{P_2} = {}^2\alpha_{P_{A_1/L}} \cdot {}^2\alpha_{P_{A_2/A_1}} = \left({}^2\mu_{P_{A_1/L}} + m^2_{P_{A_1/L}}\right)\cdot\left({}^2\mu_{P_{A_2/A_1}} + m^2_{P_{A_2/A_1}}\right) = $$
$$ = \left(D_{P_{A_1/L}} + m^2_{P_{A_1/L}}\right)\cdot\left(D_{P_{A_2/A_1}} + m^2_{P_{A_2/A_1}}\right); \quad (4) $$

• второй центральный момент (дисперсия) [5]

$$ {}^2\mu_{P_2} = D_{P_2} = {}^2\alpha_{P_2} - \left(m_{P_2}\right)^2 = $$
$$ = \left(D_{P_{A_1/L}} + m^2_{P_{A_1/L}}\right)\cdot\left(D_{P_{A_2/A_1}} + m^2_{P_{A_2/A_1}}\right) - m^2_{P_{A_1/L}} \cdot m^2_{P_{A_2/A_1}} = $$
$$ = D_{P_{A_1/L}} \cdot D_{P_{A_2/A_1}} + D_{P_{A_2/A_1}} \cdot m^2_{P_{A_1/L}} + D_{P_{A_1/L}} \cdot m^2_{P_{A_2/A_1}}; \quad (5) $$

• третий начальный момент

$$ {}^3\alpha_{P_2} = {}^3\alpha_{P_{A_1/L}} \cdot {}^3\alpha_{P_{A_2/A_1}}; \quad (6) $$

• третий центральный момент

$$ {}^3\mu_{\hat{P}_2} = {}^3\alpha_{P_2} - 3\cdot{}^2\alpha_{P_2}\cdot m_{P_2} + 2\cdot m_{P_2}^{\ 3} = $$
$$ = {}^3\alpha_{P_{A_1/L}} \cdot {}^3\alpha_{P_{A_2/A_1}} - 3\cdot\left(D_{P_{A_1/L}} + m^2_{P_{A_1/L}}\right)\times $$
$$ \times\left(D_{P_{A_2/A_1}} + m^2_{P_{A_2/A_1}}\right)\cdot m_{P_{A_1/L}} m_{P_{A_2/A_1}} + $$
$$ +2\cdot m^3_{P_{A_1/L}} m^3_{P_{A_2/A_1}} = {}^3\alpha_{P_{A_1/L}} \cdot {}^3\alpha_{P_{A_2/A_1}} - \quad (7) $$
$$ -3\cdot\left(D_{P_{A_1/L}} D_{P_{A_2/A_1}} + D_{P_{A_1/L}} m^2_{P_{A_2/A_1}} + D_{P_{A_2/A_1}} m^2_{P_{A_1/L}}\right) + m^3_{P_{A_1/L}} m^3_{P_{A_2/A_1}}; $$

• четвертый начальный момент

$$ {}^4\alpha_{P_2} = {}^4\alpha_{P_{A_1/L}} \cdot {}^4\alpha_{P_{A_2/A_1}}; \quad (8) $$

• четвертый центральный момент

$$ {}^4\mu_{P_2} = {}^4\alpha_{\hat{P}_2} - 3\cdot{}^3\alpha_{P_2}\cdot m_{P_2} + 6\cdot{}^2\alpha_{P_2}\cdot m^2_{P_2} - 3\cdot m^4_{P_2} = $$
$$ = {}^4\alpha_{P_{A_1/L}} \cdot {}^4\alpha_{P_{A_2/A_1}} - 3\cdot{}^3\alpha_{P_{A_1/L}} \cdot {}^3\alpha_{P_{A_2/A_1}} \cdot m_{P_{A_2/A_1}} \cdot m_{\hat{P}_{A_2/A_1}} + $$
$$ +6\cdot\left(D_{P_{A_1/L}} + m^2_{P_{A_1/L}}\right)\cdot\left(D_{\hat{P}_{A_2/A_1}} + m^2_{P_{A_2/A_1}}\right) - 3\cdot m^4_{P_{A_2/A_1}} \cdot m^4_{P_{A_2/A_1}}. \quad (9) $$

Последовательно осуществляя расчеты, начиная с первичных опасных явлений (аварийных ситуаций), можно определить моменты случайных величин вероятностей возникновения всех видов аварий (исходов) при прохождении аварийного процесса по заданному пути.

С учетом несовместности различных путей развития аварийного процесса, оценки вероятностей реализации исходов определяются путем суммирования оценок вероятностей их осуществления различными путями

$$ \hat{P}_{A_{lj}} = \sum_{s=1}^{S_{lj}} \hat{P}_{ljs}, \quad (10) $$

где $\hat{P}_{ljs}$ - вероятность реализации *j*-го опасного явления (исхода), вычисленная на предыдущем шаге алгоритма *s*-м путем, определенная на предыдущем шаге вычислительного алгоритма.

Моменты суммы независимых случайных величин определяются по формулам [5]

• первый начальный момент (математическое ожидание)

$$ {}^1\alpha_{P_{A_{lj}}} = m_{P_{A_{lj}}} = \sum_{s=1}^{S} m_{P_{ljs}}; \quad (11) $$

• второй центральный момент (дисперсия)

$$ {}^2\mu_{P_{A_{lj}}} = D_{P_{A_{lj}}} = \sum_{s=1}^{S} D_{P_{ljs}}; \quad (12) $$

• второй начальный момент

$$ {}^2\alpha_{P_{A_{lj}}} = {}^2\mu_{P_{A_{lj}}} + m^2_{P_{A_{lj}}} = \sum_{s=1}^{S} D_{\hat{P}_{ljs}} + \left(\sum_{s=1}^{S} m_{P_{ljs}}\right)^2; \quad (13) $$

• третий центральный момент:

$$ {}^3\mu_{P_{A_{lj}}} = \sum_{s=1}^{s} {}^3\mu_{P_{ljs}}; \quad (14) $$

• третий начальный момент

$$ {}^3\alpha_{P_{A_{lj}}} = {}^3\mu_{P_{A_{lj}}} + 3\cdot{}^2\alpha_{P_{A_{lj}}}\cdot m_{P_{A_{lj}}} - 2\cdot m^3_{P_{A_{lj}}} = $$
$$ = \sum_{s=1}^{S} {}^3\mu_{P_{ljs}} + 3\cdot\sum_{s=1}^{S} D_{P_{ljs}} \cdot \sum_{s=1}^{S} m_{P_{ljs}} + \left(\sum_{s=1}^{S} m_{P_{ljs}}\right)^3; \quad (15) $$

• четвертый центральный момент

$$ {}^4\mu_{P_{A_{lj}}} = \sum_{s=1}^{S} {}^4\mu_{P_{ljs}} + 6\sum_{s_1<s_2}^{S} D_{P_{ljs_1}} D_{P_{ljs_2}}; \quad (16) $$

• четвертый начальный момент

$$ {}^4\alpha_{P_{A_{lj}}} = {}^4\mu_{P_{A_{lj}}} + 4\cdot{}^3\alpha_{P_{A_{lj}}}\cdot\sum_{s=1}^{S} m_{P_{ljs}} - $$
$$ -6\cdot{}^2\alpha_{P_{A_{lj}}}\left(\sum_{s=1}^{S} m_{P_{ljs}}\right)^2 + 3\cdot\left(\sum_{s=1}^{S} m_{P_{ljs}}\right)^4 = $$
$$ = \sum_{s=1}^{S} {}^4\mu_{P_{ljs}} + 6\sum_{s_1<s_2}^{S} D_{P_{ljs_1}} D_{P_{ljs_2}} + $$
$$ +4\cdot\left(\sum_{s=1}^{s} {}^3\mu_{P_{ljs}} + 3\cdot\sum_{s=1}^{S} D_{P_{ljs}}\cdot\sum_{s=1}^{S} m_{P_{ljs}} + \left(\sum_{s=1}^{S} m_{P_{ljs}}\right)^3\right)\cdot\sum_{s=1}^{S} m_{P_{ljs}} - $$
$$ -6\cdot\left(\sum_{s=1}^{S} D_{P_{ljs}} + \left(\sum_{s=1}^{S} m_{P_{ljs}}\right)^2\right)\left(\sum_{s=1}^{S} m_{P_{ljs}}\right)^2 + 3\cdot\left(\sum_{s=1}^{S} m_{P_{ljs}}\right)^4. \quad (17) $$

Зная моменты случайных величин $\hat{P}_{A_{lj}}$, соответствующие им кумулянты (семиварианты) вычисляются по формулам [6]

$$ {}^1\beta_{P_{A_{lj}}} = {}^1\alpha_{P_{A_{lj}}} = m_{P_{A_{lj}}}; $$
$$ {}^2\beta_{P_{A_{lj}}} = {}^2\alpha_{P_{A_{lj}}} - \left({}^1\alpha_{P_{A_{lj}}}\right)^2 = D_{P_{A_{lj}}}; $$
$$ {}^3\beta_{P_{A_{lj}}} = {}^3\alpha_{P_{A_{lj}}} - 3\cdot{}^1\alpha_{P_{A_{lj}}}\cdot{}^2\alpha_{P_{A_{lj}}} + 2\cdot\left({}^1\alpha_{P_{A_{lj}}}\right)^3; $$
$$ {}^4\beta_{P_{A_{lj}}} = {}^4\alpha_{P_{A_{lj}}} - 3\cdot\left({}^2\alpha_{P_{A_{lj}}}\right)^2 - 4\cdot{}^1\alpha_{P_{A_{lj}}}\cdot{}^3\alpha_{P_{A_{lj}}} + $$
$$ +12\cdot\left({}^1\alpha_{P_{A_{lj}}}\right)^2\cdot{}^2\alpha_{P_{A_{lj}}} - 6\cdot\left({}^1\alpha_{P_{A_{lj}}}\right)^4. \quad (18) $$

Теперь перейдем к определению функций распределения и числовых характеристик вероятностей аварий

РК по вычисленным значениям моментов данных случайных величин. Предлагается два способа решения данной задачи [3].

*Первый способ* основан на представлении (разложении) функций плотностей распределения случайных величин в виде ряда на основе ортогональных полиномов.

В этом случае функция плотности распределения вероятности $P_A$ имеет вид [6]

$$f\left(P_A^*\right) = f_0\left(P_A^*\right) \cdot \sum_{\nu=0}^{\infty} C_\nu \cdot H_\nu\left(P_A^*\right), \tag{19}$$

где $P_A^*$ – нормированная случайная величина, определяемая по формуле

$$P_A^* = \frac{P_A - m_{P_A}}{\sqrt{D_{P_A}}}, \tag{20}$$

где $f_0\left(P_A^*\right)$ – весовая функция;

$C_\nu$ – коэффициенты разложения;

$H_\nu\left(P_A\right)$ – ортогональные полиномы;

$\nu$– число, определяющее номер члена ряда.

Разложение (19) можно строить на основе различных весовых функций.

Для решения широкого класса практических задач широкое применение находят унимодальные асимметричные распределения. При разложении данных распределений в ряд в качестве весовой функции может использоваться нормальная плотность распределения

$$f_0\left(P_A^*\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left\{\frac{-P_A^{*2}}{2}\right\}, \tag{21}$$

а в качестве ортогональных полиномов – полиномы Эрмита [7], которые определяются с помощью рекуррентного соотношения

$$H_{\nu+1}\left(P_A^*\right) = P_A^* \cdot H_\nu\left(P_A^*\right) - \nu \cdot H_{\nu-1}\left(P_A^*\right). \tag{22}$$

Первые пять полиномов имеют вид

$$\begin{gathered} H_0\left(P_A^*\right) = 1,\ \ H_1\left(P_A^*\right) = P_A^*;\ \ H_2\left(P_A^*\right) = P_A^{*2} - 1; \\ H_3\left(P_A^*\right) = P_A^{*3} - 3 \cdot P_A^*;\quad H_4\left(P_A^*\right) = P_A^{*4} - 6 \cdot P_A^{*2} + 3. \end{gathered} \tag{23}$$

Коэффициенты  определяются с помощью выражения [8, 9]

$$C_\nu = \frac{1}{\nu! \cdot \int\limits_{-\infty}^{\infty} H_\nu\left(P_A^*\right) \cdot f\left(P_A^*\right) dP_A^*}. \tag{24}$$

Подставляя значения полиномов Эрмита (23) в выражение (24), получаем

$$\begin{gathered} C_0 = 1;\ \ C_1 = C_2 = 0; \\ C_3 = \frac{{}^3\mu_{P_A}}{3!};\ \ C_4 = \frac{{}^4\mu_{P_A} - 3}{4!}. \end{gathered} \tag{25}$$

Использовав приведенные выше соотношения между моментами и кумулянтами, запишем выражения (21) в более удобном для последующих вычислений виде

$$C_0 = 1;\ \ C_1 = C_2 = 0;\ \ C_3 = \frac{{}^3\beta_{P_A}}{3!};\ \ C_4 = \frac{{}^4\beta_{P_A}}{4!}. \tag{26}$$

Ввиду того, что $C_1$ и $C_2$ равны нулю, ряд (21) можно представить в виде

$$f\left(P_A^*\right) = f_0\left(P_A^*\right) \cdot \left[1 + \sum_{\nu=3}^{\infty} C_\nu \cdot H_\nu\left(P_A^*\right)\right]. \tag{27}$$

Вследствие того, что

$$H_\nu\left(P_A^*\right) \cdot f_0\left(P_A^*\right) = (-1)^\nu \cdot \frac{d^\nu \cdot f_0\left(P_A^*\right)}{d\left(P_A^{*\nu}\right)}, \tag{28}$$

ряд (27) можно записать следующим образом:

$$f\left(P_A^*\right) = f_0\left(P_A^*\right) + \sum_{\nu=3}^{\infty} (-1)^\nu \cdot C_\nu \cdot \frac{d^\nu \cdot f_0\left(P_A^*\right)}{d\left(P_A^{*\nu}\right)}. \tag{29}$$

Для определения функции распределения случайной величины $T_{12}$ проинтегрируем (29) и после преобразования получим:

$$\Phi\left(P_A^*\right) = \Phi_0\left(P_A^*\right) + f_0\left(P_A^*\right) \cdot \sum_{\nu=3}^{\infty} (-1)^\nu \cdot C_\nu \cdot H_{\nu-1}\left(P_A^*\right), \tag{30}$$

где $\Phi_0\left(P_A^*\right)$ – нормальная функция распределения нормированной случайной величины $P_A^*$.

Для практических расчетов достаточно знать два-три члена ряда.

Ограничив число членов ряда тремя и подставив в (30) соотношения (23) и (26), получим

$$\begin{gathered} F\left(P_A^*\right) = \Phi_0\left(P_A^*\right) - f_0\left(P_A^*\right) \times \\ \times \left[\frac{{}^3\beta_{P_A}}{3!} \cdot \left(P_A^{*2} - 1\right) - \frac{{}^4\beta_{P_A}}{4!} \cdot \left(P_A^{*3} - 3 \cdot P_A^*\right)\right]. \end{gathered} \tag{31}$$

Интервальные значения $P_{A\gamma}$ при заданной доверительной вероятности $\gamma$ находятся решением системы уравнений

$$\begin{cases} \Phi_0\left(P_{A\gamma}^*\right) - f_0\left(P_{A\gamma}^*\right) \times \\ \times \left[\frac{{}^3\beta_{P_A}}{3!} \cdot \left(P_{A\gamma}^{*2} - 1\right) - \frac{{}^4\beta_{P_A}}{4!} \cdot \left(P_{A\gamma}^{*3} - 3 \cdot P_{A\gamma}^*\right)\right] = \gamma; \\ P_{A\gamma} = {}^1\beta_{P_A} + P_{A\gamma}^* \cdot \sqrt{{}^2\beta_{P_A}}. \end{cases} \tag{32}$$

*Второй способ* определения функции распределения и числовых характеристик вероятности аварий комплекса основан на применении усеченных бета-распределений [8], позволяющих аппроксимировать широкий класс одновершинных распределений (симметричных и асимметричных). Использование бета-распределения является вполне оправданным на начальных этапах разработки комплекса в условиях неопределенности, когда предварительные оценки получаются на основе применения экспертных методов.

На основе обработки экспертных оценок могут быть получены такие числовые характеристики оцениваемых величин, как минимальное, максимальное значение, математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

Аппроксимация исходных функций распределений усеченными бета-распределениями позволяет существенно упростить расчеты, так как в данном случае при определении вероятностей аварий с использованием стохастической сети можно ограничиться вычислением дисперсий (вторых центральных моментов) случайных величин. При этом минимальные и максимальные значения величин определяются с использованием простых выражений, аналогичных расчетным соотношениям для математических ожиданий.

При использовании данного способа вероятности аварий с комплексом характеризуются усеченными бета-распределениями с параметрами $P_A^{min}, P_A^{max}, m_{P_A}, \sigma_{P_A}$.

Интервальное значение вероятностей аварий при заданной доверительной вероятности $\gamma$ определяется из уравнения [8]

$$\Phi\left(P_{A\gamma}\right)=\int\limits_{P_A^{min}}^{P_{A\gamma}}\frac{1}{P_A^{max}-P_A^{min}}\cdot\frac{\Gamma(\eta+\lambda)}{\Gamma(\eta)\cdot\Gamma(\lambda)}\times$$
$$\times\left(\frac{P_A-P_A^{min}}{P_A^{max}-P_A}\right)^{\eta-1}\cdot\left(1-\frac{P_A-P_A^{min}}{P_A^{max}-P_A}\right)^{\lambda-1}dP_A=\gamma, \qquad (33)$$

где $\Gamma(\cdot)$ – гамма функция;

$\eta$, $\lambda$ – параметры, характеризующие форму распределения

$$\lambda=\frac{\left(P_A^{max}-m_{P_A}\right)\cdot\left[\left(m_{P_A}-P_A^{min}\right)\cdot\left(P_A^{max}-m_{P_A}\right)-\sigma_{P_A}{}^2\right]}{\left(P_A^{max}-P_A^{min}\right)\cdot\sigma_{P_A}{}^2};$$
$$\eta=\frac{\left(m_{P_A}-P_A^{min}\right)}{\left(t^{max}-m_{P_A}\right)}\cdot\lambda. \qquad (34)$$

Таким образом, получены расчетные соотношения, позволяющие определять числовые характеристики вероятностей аварий на этапах испытаний и эксплуатации ракетного комплекса с использованием стохастической сети.

## Математические соотношения для определения числовых характеристик ущерба от аварий РК

Рассмотрим случайную величину $\widehat{R}_A$, являющуюся произведением двух случайных величин – вероятности аварии $\widehat{P}_A$ и ущерба $\widehat{U}_A$ от данной аварии

$$\widehat{R}_A=\widehat{P}_A\cdot\widehat{U}_A. \qquad (35)$$

Очевидно, что данная величина является характеристикой степени потенциальной опасности аварии, назовем ее потенциальным ущербом от аварии.

Математическое ожидание данной величины представляет собой риск (риск ущерба) от аварии

$$m_{R_A}=R_A=m_{P_A}\cdot m_{U_A}. \qquad (36)$$

Потенциальный ущерб от всех видов аварий, возможных на заданном этапе испытаний или эксплуатации комплекса, определяется по формуле

$$\widehat{R}_{il}=\sum_{j=1}^{J_{il}}\widehat{R}_{ilj}=\sum_{j=1}^{J_{il}}\left(\widehat{P}_{A_{ilj}}\cdot\widehat{U}_{ilj}\right). \qquad (37)$$

Интегральный ущерб от аварий определяется путем суммирования потенциальных ущербов от аварий, полученных для различных этапов $\left(l=\overline{1,L_i}\right)$ и периодов $\left(i=\overline{1,I}\right)$ испытаний и эксплуатации комплекса (при проведении работ)

$$\widehat{R}_\Sigma=\sum_{i=1}^{I}\widehat{R}_i=\sum_{i=1}^{I}\left(\sum_{l=1}^{L_i}\widehat{\lambda}_{il}\cdot\widehat{R}_{il}\right), \qquad (38)$$

где $\widehat{\lambda}_{il}$ – оценка интенсивности (количество) $l$-х видов работ, выполняемых на $i$-м периоде испытаний или эксплуатации комплекса.

Моменты случайной величины $\widehat{\lambda}_{il}$ получены с использованием имитационной модели процесса эксплуатации комплекса.

Моменты потенциальных и интегрального ущербов от аварий комплекса могут быть получены с использованием математических соотношений для определения моментов произведения и суммы случайных величин (3)–(17), представленных выше.

Далее, с использованием формул (32) могут быть определены функции распределения и числовые характеристики данных ущербов.

При аппроксимации функций распределения ущербов $G_{il}\left(R_{il}\right)$ усеченными бета-распределениями с параметрами $R_{il}^{min}, R_{il}^{max}, m_{R_{il}}, \sigma_{R_{il}}$ параметры функции распределения $G_\Sigma\left(R_\Sigma\right)$ интегрального ущерба от аварий при испытаниях и эксплуатации комплекса определяются с использованием следующих выражений:

$$R_\Sigma^{\min}=\sum_{i=1}^{I}\left(\sum_{l=1}^{L_i}\widehat{\lambda}_{il}^{\min}\cdot\widehat{R}_{il}^{\min}\right);\quad R_\Sigma^{\max}=\sum_{i=1}^{I}\left(\sum_{l=1}^{L_i}\widehat{\lambda}_{il}^{\max}\cdot\widehat{R}_{il}^{\max}\right);$$
$$m_{R_\Sigma}=\sum_{i=1}^{I}\left(\sum_{l=1}^{L_i}m_{\lambda_{il}}\cdot m_{R_{il}}\right); \qquad (39)$$
$$\sigma_{R_\Sigma}=\sqrt{\sum_{i=1}^{I}\left(\sum_{l=1}^{L_i}\left(D_{\lambda_{il}}\cdot D_{R_{il}}+D_{\lambda_{il}}\cdot\left(m_{R_{il}}\right)^2+D_{R_{il}}\cdot\left(m_{\lambda_{il}}\right)^2\right)\right)},$$

где $D_{\lambda_{il}}, D_{R_{il}}$ – дисперсии случайных величин $\widehat{\lambda}_{il}, \widehat{R}_{il}$.

Параметры $\eta_{R_\Sigma}, \gamma_{R_\Sigma}$ усеченного бета-распределения и квантильное значение $R_{\Sigma\gamma}$ интегрального ущерба определяются по формулам, аналогичным соотношениям (33)–(34).

Таким образом, в статье представлен разработанный авторами новый метод оценки вероятностей возникновения аварий ракетных комплексов и ущербов от них в условиях высокой степени неопределенности вариантов развития аварийных ситуаций. В основу метода положены стохастические сетевые модели развития аварийных ситуаций на различных этапах испытаний и эксплуатации ракетных комплексов. Приведены полученные авторами основные математические соотношения для преобразования стохастических сетевых моделей с помощью числовых характеристик случайных величин, а также для определения вероятностей возникновения аварий ракетных комплексов и ущербов от них.

*Литература*

*1. Волков Л.И. Управление эксплуатацией летательных комплексов. - М.: Высшая школа.1987.*

*2. Филлипс Д., Гарсиа–Диас А. Методы анализа сетей. – М.: Мир. 1984.*

*3. Богданов Ю.В., Меньшиков В.А. Отработка системы эксплуатации РКК. - :КОСМО. 1997.*

*4. Ульянов С.В., Цыплаков Ю.В. и др. Деревья опасных явлений для ракетных и космических комплексов», журнал «Двойные технологии», 2007. - № 2.*

*5. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей, выпуск 7, 2001.*

*6. Кендалл М.Дж., Стюарт А. Теория распределений. – М.: Наука. 1966.*

*7. Суетин П.К. Классические ортогональные полиномы. - М.: Наука. 1979.*

*8. Голенко Д.И. Статистические методы сетевого планирования и управления. - М.: Наука. 1968.*

Материал поступил в редакцию 19. 11. 2012 г.