

УДК 621.396

© Титов М.Ю., Журавлёв С.И.  
Titov M., Zhuravlev S.

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАПРАВЛЕННОСТИ САМОФАЗИРУЮЩИХСЯ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК С ПРИМЕНЕНИЕМ УСТРОЙСТВ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ**

**DIRECTIONAL CHARACTERISTICS OF THE SELF-PHASED ANTENNA ARRAYS WITH APPLICATION OF THE PHASE SELF-TUNING FREQUENCY DIVICES**

***Аннотация.** Приводится методика определения плотности вероятности фазы на выходе устройства фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) и оценены статистические характеристики направленности самофазирующейся антенной решетки (СФАР) с применением устройства ФАПЧ.*

***Annotation.** In this article have put the methods of determination the density of probability phase on out of the phase self-tuning frequency divices and it has assessed statistical directional parameters of the self-phased antenna arrays using of the phase self-tuning frequency divices*

***Ключевые слова.** Самофазирующиеся антенные решётки, диаграмма направленности, закон распределение фазовых флуктуаций, фазовая автоподстройка частоты.*

***Key words.** Self-phasing array antenna grid pattern is, the law of distribution of phase fluctuations, phase-locked loop.*

Среди антенных систем особый интерес вызывают самофазирующиеся антенные решетки (СФАР) с применением устройств фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ). Это объясняется обеспечением высокого отношения сигнал/шум на входе приемного устройства в широком диапазоне пространственных углов.

В нашей стране и за рубежом проводились исследования характеристик направленности таких антенн [1–4]. Однако при этом не учитывалось влияние внутренних шумов антенной решетки на фазовую погрешность системы фазовой автоподстройки и, кроме того, закон распределения фазовых флуктуаций в каналах решетки принимался нормальным.

Оценим статистические характеристики направленности СФАР, образованной идентичными, одинаково направленными антеннами, с учётом фазовых погрешностей устройств ФАПЧ и внутренних шумов решетки. При этом будем полагать шумы в каналах опорного и полезного сигналов гауссовыми.

Выражение средней диаграммы направленности по мощности такой антенны запишется в виде

$$\bar{\Phi}(\theta, \varphi) = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \int_{\varphi_p} \int_{\varphi_q} f_p(\theta, \varphi) \times f_q(\theta, \varphi) e^{j(\varphi_p - \varphi_q)} W(\varphi_p, \varphi_q) d\varphi_p d\varphi_q, \quad (1)$$

где  $f_p(\theta, \varphi) f_q(\theta, \varphi)$  – амплитудные диаграммы направленности  $p$ -го и  $q$ -го элементов решетки соответственно;  $\varphi_p, \varphi_q$  – погрешности фазы на выходе  $p$ -го и  $q$ -го элементов решетки соответственно;

$W(\varphi_p, \varphi_q)$  – совместный закон распределения случайных величин  $\varphi_p, \varphi_q$ .

Отсюда следует, что для определения средней диаграммы направленности  $n$ -элементной СФАР необходимо знать  $n$ -мерный закон распределения фазовых флуктуаций в каналах решетки.

Анализ существующих схем СФАР с применением устройств ФАПЧ показывают, что все они могут быть

*Титов Михаил Юрьевич – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, преподаватель, Московский государственный университет приборостроения и автоматики;  
Журавлёв Сергей Иванович – кандидат технических наук, преподаватель, Финансово-технологическая академия, тел. (495)543-36-76.*

*Titov Mikhail – Ph.D., senior researcher, lecturer, Moscow state university of Instrument engineering and automation;  
Zhuravlev Sergey – Ph.D., lecturer, Finance and technology academy, tel. (495) 543-36-76.*

представлены единой схемой (рис. 1), законы распределения фазовых погрешностей в различных каналах которой можно считать независимыми. Поэтому оценка характеристик направленности рассматриваемой антенны фактически сводится к определению одномерного закона распределения фазовых флюктуаций на выходе устройства ФАПЧ в канале СФАР.

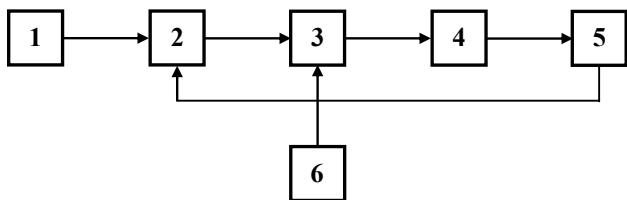


Рис. 1. Схема построения самофазирующей антенной решетки:

1 – антенна; 2 – смеситель; 3 – фазовый детектор; 4 – фильтр; 5 – синхронизируемый генератор; 6 – опорный генератор

Однако такая задача является достаточно сложной и в общем виде еще не решенной. Вместе с тем известна методика определения закона распределения фазовых флюктуаций на выходе ФАПЧ для различных случаев соотношения между постоянной времени устройства ФАПЧ ( $T$ ) и временем корреляции скорости изменения фазовых флюктуаций на его входе ( $\tau'$ ).

Вспользуемся этой методикой для определения закона распределения фазовых флюктуаций на выходе ФАПЧ в канале рассматриваемой СФАР. Предварительно найдем уравнение фазы на выходе элемента антенной решетки относительно фазы опорного сигнала. При этом будем считать ФАПЧ четырехполюсником с коэффициентом передачи, равным 1, входящий в него фазовый детектор – линейным множителем и зависимость средней частоты синхронизируемого генератора от напряжения на входе реактивной лампы – линейной. Тогда в результате преобразований уравнение фазы полезного сигнала на выходе элемента СФАР относительно фазы опорного сигнала можно записать в виде

$$\varphi \approx \Delta_0 t + a \{ (1 + E'_c/A + E_c/A_1) \sin \varphi + (E'_s/A + E_s/A_1) \cos \varphi \} t + \psi, \quad (2)$$

где  $a = \frac{\mu_1 \mu_2 \Delta \omega_y A_1 A_0 A}{4 U_{\text{ФД МАХ}}}$ ;

$\mu_1, \mu_2$  – коэффициенты преобразования смесителей в канале СФАР;

$\Delta \omega_y$  – полоса удержания устройства ФАПЧ;

$A_1, A_0, A$  – амплитуды принимаемого сигнала, опорного сигнала и сигнала синхронизируемого генератора соответственно;

$U_{\text{ФД МАХ}}$  – максимальное напряжение на выходе фа-

зового детектора с учетом фильтрации;

$\Delta_0$  – начальная расстройка частоты,

$E_c, E_s$  – синфазная и квадратурная составляющие шума по отношению к полезному сигналу на выходе ФАПЧ;

$E'_c, E'_s$  – синфазная и квадратурная составляющие шума по отношению к опорному сигналу в канале опорного сигнала  $\psi = \varphi_0 + \varphi_1 - \varphi_2$ ;

$\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$  – случайные фазы принимаемого сигнала, опорного сигнала и сигнала синхронизируемого генератора соответственно.

Определим закон распределения фазы на выходе элемента СФАР методом, основанным на теории марковских процессов. При этом должно выполняться неравенство (3)

$$\left( \frac{dF}{d\varphi} \right)_{\varphi=\varphi_0} \cdot \tau' \ll 1, \quad (3)$$

где  $F = \dot{\varphi} - \bar{\dot{\varphi}}$  – флюктуации частоты на выходе устройства ФАПЧ,  $\dot{\varphi} = d\varphi/dt$ ;

$\varphi = \varphi_0$  – точка устойчивого равновесия устройства ФАПЧ;

$$\tau' = \frac{\int_0^\infty \overline{FF_\tau} d\tau}{(\overline{FF_\tau})_{\tau=0}} = \frac{\int_0^\infty \left\{ a^2 \left[ \frac{\overline{E'_c E'_c \tau}}{A^2} + \frac{\overline{E_c E_c \tau}}{A_1^2} \right] + \overline{\dot{\psi} \dot{\psi}_\tau} \right\} d\tau}{a^2 \left[ \frac{1}{N_2^2} + \frac{1}{N_1^2} \right] + \delta_\psi^2};$$

$\overline{FF_\tau}$  – корреляционная функция флюктуаций частоты на выходе устройства ФАПЧ;

$$N'_1 = \frac{E'_c}{A} = \frac{E'_s}{A}; \quad N'_2 = \frac{E_c}{A_1} = \frac{E_s}{A_1};$$

$$N_1 = \frac{1}{N'_1}; \quad N_2 = \frac{1}{N'_2};$$

$\overline{\dot{\psi} \dot{\psi}_\tau}$  – корреляционная функция скорости изменения фазовых флюктуаций на входе устройства ФАПЧ;

$\delta_\psi^2$  – дисперсия скорости изменения фазовых флюктуаций на входе ФАПЧ.

При выполнении неравенства (3) закон распределения фазовых флюктуаций на выходе устройства ФАПЧ может быть определен из уравнения Фоккера-Планка

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} [K_2(\varphi) W(\varphi)] - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ \left[ K_1(\varphi) + \frac{1}{4} K'(\varphi) \right] W(\varphi) \right\} = 0, \quad (4)$$

где  $K_1(\varphi), K_2(\varphi), K'(\varphi)$  – структурные функции, при этом

$$K'(\varphi) = 4 \int_0^\infty \frac{dF}{d\varphi} F_\tau d\tau; \quad (5)$$

$$K_1(\varphi) = \overline{\dot{\varphi}}; \quad (6)$$

$$K_2(\varphi) = 2 \int_0^{\infty} \overline{FF_\tau} d\tau. \quad (7)$$

В результате вычислений получим

$$K'(\varphi) = 0;$$

$$K_1(\varphi) = \Delta_0 + a \sin \varphi;$$

$$K_2(\varphi) = 2 \int_0^{\infty} \left[ a^2 \left( \frac{E'_c E'_{c\tau}}{A^2} + \frac{E_c E_{c\tau}}{A_1^2} \right) + \overline{\psi\psi_\tau} \right] d\tau.$$

Тогда уравнение (4) примет вид

$$\frac{\partial^2 W(\varphi)}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial}{\partial \varphi} [(D_0 + D_{\sin \varphi})W(\varphi)] = 0, \quad (8)$$

где  $D_0 = \frac{2\Delta_0}{K_2}$ ;  $D = \frac{2a}{K_2}$ .

Решая уравнение (8) относительно функции  $W(\varphi)$ , получаем

$$W(\varphi) = \frac{e^{D_0\varphi - D\cos\varphi}}{4\pi^2 |I_{jD_0}(D)|^2} \int_0^{\varphi} e^{-D_0x + D\cos x} dx, \quad (9)$$

где  $I_{jD_0}(D)$  – функции Бесселя мнимого аргумента.

Практически наиболее интересен случай, когда начальная расстройка  $\Delta_0$  равна 0. Решение (9) при этом условии примет вид

$$W(\varphi) = \frac{e^{-D\cos\varphi}}{2\pi I_0(D)}, \quad (10)$$

тогда  $\overline{\Phi} = (\theta, \varphi) = F_0^2(\theta, \varphi) \left[ n + \frac{I_1^2(D)}{I_0^2(D)} (n^2 - n) \right]. \quad (11)$

Относительное ослабление принимаемой СФАР мощности за счёт фазовых погрешностей устройства ФАПЧ определяется соотношением

$$v = 1 - \frac{\overline{\Phi}(\theta, \varphi)}{\Phi(\theta, \varphi)} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{I_1^2(D)}{I_0^2(D)}\right). \quad (12)$$

При  $\delta_\psi^2 \ll a^2 \left[ \frac{1}{N_1^2 + N_2^2} \right]$  и  $\varphi_0 = 0$  неравенство (3)

с учетом (2) запишется соответственно в виде

$$a \left(1 + \frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right) \tau_m \ll 1; \quad (13)$$

$$a \left(1 + \frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right) \tau \ll 1, \quad (14)$$

где  $\tau_m$  – время корреляции шума на входе ФАПЧ со стороны опорного и принимаемого сигналов;

$\tau$  – время корреляции скорости фазовых флюктуаций на входе ФАПЧ.

Значение параметра  $D$  при выполнении неравенств (13), (14) определяется соответственно равенствами

$$D = \frac{N_1^2 N_2^2}{(N_1^2 + N_2^2) a \tau_m}; \quad (15)$$

$$D = \frac{a}{\delta_\psi^2 \tau}. \quad (16)$$

График зависимости  $v/(1 - \frac{1}{n})$  от  $D$  представлен на рис. 2.

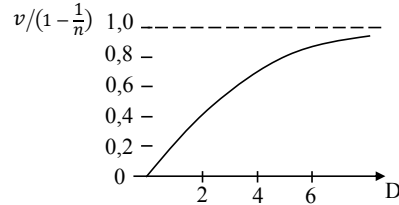


Рис. 2. Зависимость приведенного значения относительно ослабления принимаемой СФАР мощности  $v/(1 - \frac{1}{n})$  от параметра  $D$

Теперь определим закон распределения фазы на выходе элемента СФАР квазистатическим методом. При этом должно выполняться неравенство [4]:

$$\left(\frac{dF}{d\varphi}\right)_{\varphi=\varphi_0} \cdot \tau' \gg 1. \quad (17)$$

Выражение скорости флюктуаций фазы на выходе устройства ФАПЧ в канале СФАР с учётом (2) примет вид

$$F = a \left\{ \left(1 + \frac{E'_c}{A} + \frac{E_c}{A_1}\right) \sin \varphi + \left(\frac{E'_s}{A} + \frac{E_s}{A_1}\right) \cos \varphi \right\} + \psi. \quad (18)$$

В соответствии с квазистатическим методом ( $F = \dot{\psi} = 0$ ), полагая  $\text{tg}\varphi \approx \varphi$ , из (18) получим

$$\varphi = \pi - \frac{\frac{E'_s}{A} + \frac{E_s}{A_1}}{1 + \frac{E'_c}{A} + \frac{E_s}{A_1}}. \quad (19)$$

Можно показать, что закон распределения фазовых флюктуаций, определяемых уравнением (2), является нормальным со средним значением, равным  $\pi$ , и дис-

персией  $\delta_\varphi^2 = \frac{N_1^2 + N_2^2}{N_1^2 N_2^2}$ .

Тогда выражения средней диаграммы направленности СФАР по мощности и относительного ослабления принимаемой СФАР мощности за счёт фазовых погрешностей устройств ФАПЧ определяется соответственно в виде

$$\overline{\Phi}(\theta, \varphi) = F_0^2(\theta, \varphi) [n + (n^2 - n)e^{-\delta_\varphi^2}]; \quad (20)$$

$$v = \left(1 - \frac{1}{n}\right) (1 - e^{-\delta_\varphi^2}). \quad (21)$$

Таким образом, полученные соотношения позволяют оценить величину относительного ослабления мощности принимаемого СФАР сигнала при использовании инерционных и безынерционных устройств ФАПЧ.

*Литература*

1. *Современные проблемы радиоэлектроники. Сборник научных трудов. Вестник СОНИИР, Москва: Радио и связь, 2006.*
2. Кузовкин И.Н., Петров А.С. *Миниатюрные СВЧ-устройства деления-суммирования мощности. – Москва: Успехи современной радиоэлектроники, № 12, 2004.*
3. *Меньшаков Ю.К. Основы защиты от технических разведок. - Москва, издат-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011.*
4. *Трошкин Г.И. Фидерные тракты средств радиосвязи и радиовещания. – Москва: Антенны, № 3, 2001.*
5. *Монзинго Р.А., Миллер Т.Н. Адаптивные антенные решетки: Пер. с англ./Под ред. В.А. Лексаченко – М.: Радио и связь, 1986.*
6. *Шифрин Я.С. Вопросы статической теории антенн. – М.: Соврадио, 1970.*
7. *Стратонович Р.Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике – М.: Соврадио, 1961.*

Материал поступил в редакцию 29. 11. 2012 г.