УДК 681.5.015.4

© Захаров А.В., Кузнецов В.И.
Zakharov A., Kuznetsov V.

АНАЛИЗ НАБЛЮДАЕМОСТИ И ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ МОДЕЛИ СОСТОЯНИЙ В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА ПО ИНФОРМАЦИИ ОТ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

ANALYSIS OF OBSERVABILITY AND IDENTIFIABILITY STATE MODEL IN THE PROBLEM OF DETERMINING THE PARAMETERS OF MOTION OF OBJECTS ON INFORMATION FROM SATELLITE NAVIGATION SYSTEMS

Аннотация. *Рассмотрены вопросы реализации адаптивного подхода при совместном оценивании состояний и идентификации параметров нелинейной нестационарной модели движения объектов. Обоснован подход к обеспечению условий совместной наблюдаемости и идентифицируемости модели состояний. Предложенное решение позволяет наиболее полно учесть особенности задачи определения параметров движения объекта по информации от СРНС и обеспечивает тем самым повышение качества результирующих оценок.*

Annotation. *Problems of realization of the adaptive approach are considered at a joint estimation of conditions and identification of parameters of nonlinear non-stationary model of movement of plants. The approach to security of conditions of joint observability and identifiability of model of conditions is justified. The offered solution allows considering most full singularities of a problem of definition of parameters of movement of plant under the information from GNSS and ensures with that improvement of quality of resultants of estimations.*

Ключевые слова. *Методы, математическая модель, наблюдаемость, идентифицируемость, параметры движения.*

Key words.*Methods, mathematical model, observability, identifiability, movement parameters.*

Определение параметров движения объекта по сигналам спутниковых радионавигационных систем (СРНС) основано на обработке навигационных параметров (псевдодальности и псевдоскорости), измеренных относительно радиовидимых навигационных космических аппаратов (НКА). Для объектов, описываемых математическими моделями с нестационарными параметрами, целесообразно применение рекуррентных методов оценивания параметров движения (методов динамической фильтрации) [1–3].

Суть таких методов заключается в том, что принимается некоторая априорная модель изменения вектора состояний. Далее, на основе выходных параметров модели состояний, требуется получить наилучшую с точки зрения выбранного критерия оптимальности оценку состояния, которая является некоторой функцией от всех доступных измерений.

В настоящее время общепринятым подходом для рекуррентного оценивания параметров движения объекта является использование фильтра Калмана и многочисленных, близких к нему способов и алгоритмов динамической фильтрации [4, 5].

При практическом использовании фильтрационных методов приходится сталкиваться с тем фактом, что рассматриваемая динамическая система или система измерений, либо они обе нелинейны.

Попытки непосредственно распространить методы линейной фильтрации на нелинейные системы наталкиваются на принципиальную трудность, связанную с тем, что оптимальный фильтр, обеспечивающий минимальную среднеквадратическую ошибку, оказывается бесконечномерным и вследствие этого физически нереализуемым. Поэтому все реализуемые фильтры, по сути, различные конечномерные аппроксимации оптимально-

Захаров Александр Владимирович – старший научный сотрудник ОАО «ВИКор», тел. (495)543-36-76;
Кузнецов Валерий Иванович – доктор технических наук, старший научный сотрудник, начальник отдела информационных технологий ОАО «ВИКор».

Zakharov Alexander - senior scientific researcher in «VICor» Plc, tel. (495)543-36-76;
Kuznetsov Valeri – doctor of engineering sciences, senior scientific researcher, chief of IT department in «VICor» Plc.

го нелинейного фильтра. Так, в ряде технической литературы [6, 7] описываются методы нелинейного оценивания, полученные путём эвристического обобщения на нелинейный случай методов линейной фильтрации. Это обобщение выполняется на основе линеаризации путем разложения нелинейных зависимостей в ряды Тейлора относительно некоторой номинальной траектории в предположении, что реальная траектория не слишком сильно уклоняется от нее, либо относительно текущих оценок, начиная с априорной. Применение подобных фильтров возможно лишь при наличии известных значений параметров формирующего шума. В случаях, когда параметры формирующего шума априорно неизвестны, наиболее целесообразным становится применение методов адаптивной фильтрации.

Под адаптивными понимаются методы, при использовании которых априорная неопределенность статистических характеристик исследуемых систем преодолевается оцениванием их в процессе работы системы и использованием полученной информации для оптимизации ее параметров [8].

Однако успешное применение методов адаптивной фильтрации возможно только при наличии линейных моделей измерений. Влияние модели измерений на практическую реализуемость рекуррентных алгоритмов адаптивной фильтрации можно показать на примере дискретной нелинейной модели косвенных измерений вида

$$\mathbf{y}(k)=\mathbf{H}\left[\mathbf{x}(k),k\right]+\mathbf{v}(k), \qquad (1)$$

где $\mathbf{y}(\cdot)$ – вектор измерений;

$\mathbf{H}(\cdot)$ – матрица измерений;

$\mathbf{v}(\cdot)$ – вектор ошибок измерений;

k – индекс временного отсчета $(k \in 0, N)$,

которая приводится к форме линейного отображения

$$\mathbf{y}(k)=\mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{z}(k)+\mathbf{v}(k) \qquad (2)$$

за счёт расширения модели состояний, т.е.

$$\mathbf{z}(k)=\left[\mathbf{y}^{\mathrm{T}}(k),\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(k)\right]^{\mathrm{T}} \text{[redacted]} \qquad (3)$$

где $\mathbf{x}(\cdot)$ – первоначально рассматриваемый вектор состояний, заданный дискретной моделью состояний в виде

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k)&=\mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{x}(k-1)+\\&+\mathbf{G}(k/k-1)\cdot\mathbf{w}(k-1),\end{aligned} \qquad (4)$$

где $\mathbf{F}(\cdot)$ [redacted] $\mathbf{G}(\cdot)$ – переходные матрицы состояний и возмущений соответственно;

$\mathbf{w}(\cdot)$ – вектор возмущений.

Входящие в уравнение (4) расширенной модели состояний (3), используемой для линейного отображении нелинейной модели измерений, переходные матрицы состояний и формирующего шума имеют вид

$$\mathbf{F}(k/k-1)=\begin{pmatrix}\mathbf{I} & \frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}\text{[redacted]}\\ \mathbf{0} & \mathbf{I}+\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}\text{[redacted]}\end{pmatrix}; \qquad (5)$$
$$\mathbf{G}(k/k-1)=\mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{h}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}},$$

где $\mathbf{h}_{\mathrm{w}}$ – матрица выбора, для которой индекс w характеризует тот факт, что формирующий шум воздействует не на весь вектор состояний, а только на параметры модели;

$\mathbf{I}$ – единичная матрица.

Пусть рассматривается предельный случай, когда все без исключения входящие в состав вектора $\mathbf{y}(\cdot)$ фазовые координаты являются косвенно измеряемыми нелинейно зависимыми от вектора состояний $\mathbf{x}(\cdot)$. В этом случае можно записать уравнение связи для марковской составляющей, характеризующей нарушение адекватности модели состояний реальной динамической системе по наблюдаемым параметрам выходов

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\xi}(k)&=\mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{G}(k/k-1)\cdot\mathbf{w}(k-1)=\\&=(\mathbf{I}\quad\mathbf{0})\cdot\begin{pmatrix}\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}\text{[redacted]}\\ \mathbf{I}+\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}\text{[redacted]}\end{pmatrix}\cdot\mathbf{h}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{w}(k-1)=\\&=\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}d\mathbf{y}(k)\cdot\mathbf{h}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{w}(k-1).\end{aligned} \qquad (6)$$

Переходные матрицы состояний и формирующего шума выражаются в виде

$$\mathbf{F}(k/k-1)=\left(\mathbf{I}+\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}\text{[redacted]}\right)$$
$$\mathbf{G}(k/k-1)=\left(\mathbf{I}+\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}\text{[redacted]}\right)\mathbf{h}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}}. \qquad (7)$$

Для линейных моделей измерений основное уравнения связи (6) можно представить в виде

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\xi}(k)&=\mathbf{h}(k)\cdot\mathbf{G}(k/k-1)\cdot\mathbf{w}(k-1)=\\&=\mathbf{h}(k)\cdot\left[\mathbf{I}+\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}d\mathbf{x}(k)\right]\cdot\mathbf{h}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{w}(k-1).\end{aligned} \qquad (8)$$

Для нелинейных моделей косвенных измерений такое уравнение связи (6) необходимо представить в линеаризованном виде

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\xi}(k)&=\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}\mathbf{H}\left[\mathbf{x}(k),k\right]\cdot\mathbf{G}(k/k-1)\cdot\mathbf{w}(k-1)=\\&=\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}\mathbf{H}\left[\mathbf{x}(k),k\right]\cdot\left(\mathbf{I}+\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}d\mathbf{x}(k)\right)\cdot\mathbf{h}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{w}(k-1).\end{aligned} \qquad (9)$$

Полученное уравнение (9) существенным образом отличается от аналогичного (8), но учитывающего расширенную модель состояния при обеспечении линейной модели измерений. Основное отличие заключается в том, что в правой части (9) присутствует матрица частных производных $\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}\mathbf{H}\left[\mathbf{x}(k),k\right]$, составленная из первых членов разложения в ряд Тейлора нелинейной функции измерений $\mathbf{H}\left[\mathbf{x}(k),k\right]$, которая в рассматриваемом случае должна быть представлена в виде

$$\mathbf{H}\left[\mathbf{x}(k),k\right]=\mathbf{H}\left[\mathbf{x}(k/k-1)+d\mathbf{x}(k),k\right], \qquad (10)$$

соответственно

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{H}\left[\mathbf{x}(k),k\right]=\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{H}\left[\mathbf{x}(k/k-1)+d\mathbf{x}(k),k\right], \qquad (11)$$

откуда следует, что для определения матрицы частных производных необходимо определить вектор приращений $d\mathbf{x}(\cdot)$, оценка которого может быть получена после параметрической адаптации фильтра, для выполнения которой необходимо прежде иметь эту оценку $d\mathbf{x}(\cdot)$.

Исходя из этого можно отметить, что уравнение (9), полученное для нелинейной модели измерений, существенно усложняет алгоритм параметрической адаптации рекуррентного нелинейного фильтра, поскольку:

- требует линеаризации основного уравнения связи (6), используемого в контуре параметрической адаптации;
- приводит к необходимости построения итерационной расчетной схемы уточнения оценок приращений $d\mathbf{x}(\cdot)$. текущего вектора состояний $\mathbf{x}(\cdot)$;
- сопровождается необходимостью решения ряда сопутствующих вопросов, направленных на обеспечение устойчивости и сходимости итерационной расчётной схемы и корректировки результирующих оценок.

Таким образом, полученные формальные выводы в отношении линейных отображений нелинейных моделей наблюдения в задачах оценивания состояний и параметрической идентификации динамических систем целесообразны в тех случаях, когда возникает необходимость применения методов адаптивной нелинейной фильтрации.

Для успешной работы фильтрационных алгоритмов и получения оптимальных оценок параметров движения объекта необходимо иметь математическую модель, адекватно описывающую процесс движения объекта. Такая модель должна задаваться конечным числом параметров, совокупность которых характеризует вектор состояний. Непосредственно выбор параметров математической модели зависит как от физических процессов, протекающих в исследуемых системах, так и определяется существом решаемых задач.

Динамика подвижного объекта в конкретный момент времени характеризуется следующими параметрами: радиус-вектор $\mathbf{x}=[x,y,z]^{\mathrm{T}}$, вектор скорости объекта $\mathbf{V_x}=\left[V_x,V_y,V_z\right]^{\mathrm{T}}$ и вектор ускорения [redacted]. Известно, при использовании СРНС, измерения параметров движения объекта являются относительными [9]. Так, для определения радиус-вектора и вектора скорости объекта, непосредственно измеряемыми величинами являются соответственно псевдодальности PR_i и псевдоскорости PV_i, измеренные относительно радиовидимых НКА.

Навигационные функции, связывающие измеренные псевдодальности и псевдоскорости с искомыми параметрами движения объекта, а также с известными параметрами движения i-го НКА, имеют вид

$$PR_i=\sqrt{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2+(z_i-z)^2}+ \\ +\delta D_{СРНС}+\Delta D_i; \qquad (12)$$

$$PV_i=\frac{(x_i-x)(V_{xi}-V_x)}{A}+ \\ +\frac{(y_i-y)(V_{yi}-V_y)+(z_i-z)(V_{zi}-V_z)}{A}+ \\ +\delta\text{[redacted]} \qquad (13)$$

$$A=\sqrt{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2+(z_i-z)^2},$$

где ΔD_i, Δ[redacted] – случайные погрешности измерений соответственно псевдодальности и псевдоскорости;

$\delta D_{СРНС}$, δ[redacted] – поправки к псевдодальностям и псевдоскоростям, обусловленных рассинхронизацией опорных генераторов частоты приемника и НКА;

На основе представленных зависимостей (12, 13) детерминированную векторную функцию математической модели, описывающей движение объекта, можно представить в виде следующей системы дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}; \qquad \text{[redacted]};$$

$$\begin{pmatrix}x_4\\x_5\\x_6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}V_x\\V_y\\V_z\end{pmatrix}; \qquad \text{[redacted]}$$

$$\begin{pmatrix}x_7\\x_8\\x_9\end{pmatrix}=\text{[redacted]} \qquad \text{[redacted]}$$

$$\begin{pmatrix}x_{10}\\x_{11}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\delta D_{СРНС}\\ \text{[redacted]}\end{pmatrix} \qquad \text{[redacted]},$$

$$\begin{pmatrix}x_{12}\\x_{13}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\delta\text{[redacted]}\end{pmatrix} \qquad \text{[redacted]},$$

$$\begin{pmatrix}x_{14}\\x_{15}\\x_{16}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}PR_i\\dD_i\\ \text{[redacted]}\end{pmatrix}; \qquad \text{[redacted]}$$

$$\begin{pmatrix} x_{17} \\ x_{18} \\ x_{19} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} PV_i \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$ [redacted]

Нестационарность параметров модели состояний предъявляет дополнительное требование, смысл которого сводится к необходимости выполнения условия совместной наблюдаемости и идентифицируемости на каждый момент поступления результатов измерений.

Под наблюдаемостью в данном случае понимается возможность косвенного определения величин на основе измерений некоторых других величин и использования априорной информации. В свою очередь, параметрическая идентифицируемость, как частный случай наблюдаемости, представляет собой возможность определения параметров математической модели системы по результатам измерений определенных выходных величин в течение некоторого интервала времени [1]. Здесь под параметрами математической модели динамической системы понимаются независимые координаты вектора состояний, т.е. те координаты, для которых не заданы или отсутствуют формальные связи с другими координатами вектора состояний.

Изучение свойства наблюдаемости, как и других свойств систем, нуждается в условиях, которые позволяли бы судить о нем на основе некоторых правил, оперирующих априорной информацией.

Так как рассматриваемая динамическая система является нелинейной, в отношении нее могут быть рассмотрены только локальные условия. Для определения локального условия наблюдаемости нелинейной стохастической динамической системы можно записать

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{G}(k/k-1)\cdot\mathbf{w}(k-1),$$

тогда

$$\begin{aligned}
&\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}(k+1/k)\cdot\big[\mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{x}(k-1) + \\
&+\mathbf{G}(k/k-1)\cdot\mathbf{w}(k-1)\big] + \mathbf{G}(k+1/k)\cdot\mathbf{w}(k); \\
&\mathbf{x}(k+2) = \mathbf{F}(k+2/k+1)\cdot\big[\mathbf{F}(k+1/k)\times \\
&\times\big[\mathbf{F}(k/k-1)\cdot\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{G}(k/k-1)\cdot\mathbf{w}(k-1)\big] + \\
&+\mathbf{G}(k+1/k)\cdot\mathbf{w}(k)\big] + \mathbf{G}(k+2/k+1)\cdot\mathbf{w}(k+1); \\
&\ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \\
&\mathbf{x}(k+n) = \mathbf{F}(k+n/k+n-1)\cdot\big[\mathbf{F}(k+n-1/k+n-2)\times \\
&\times\big\langle\big[\mathbf{F}(k+n-1/k+n-2)\cdot\mathbf{x}(k+n-2) + \\
&+\mathbf{G}(k+n-1/k+n-2)\cdot\mathbf{w}(k+n-2)\big]\ldots\big\rangle + \\
&+\mathbf{G}(k+n/k+n-1)\cdot\mathbf{w}(k+n-1);
\end{aligned} \tag{14}$$

соответственно

$$\begin{aligned}
&\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}_k\big[\mathbf{x}(k)\big] + \mathbf{v}(k); \\
&\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{H}_{k+1}\big[\mathbf{F}(k+1/k)\cdot\mathbf{x}(k) + \\
&+\mathbf{G}(k+1/k)\cdot\mathbf{w}(k)\big] + \mathbf{v}(k+1);
\end{aligned} \tag{15}$$

[redacted]

$$\begin{aligned}
&\mathbf{y}(k+n) = \mathbf{H}_{k+n}\big[\mathbf{F}(k+n/k+n-1)\cdot\big[\mathbf{F}(k+n-1/k+n-2)\times \\
&\times\big\langle\big[\mathbf{F}(k+n-1/k+n-2)\cdot\mathbf{x}(k+n-2) + \\
&+\mathbf{G}(k+n-1/k+n-2)\cdot\mathbf{w}(k+n-2)\big]\ldots\big\rangle + \\
&+\mathbf{G}(k+n/k+n-1)\cdot\mathbf{w}(k+n-1)\big] + \mathbf{v}(k+n).
\end{aligned}$$

Соотношения (15) рассматриваются как уравнения относительно $\mathbf{x}(k)$ при заданных левых частях. Локальное условие разрешимости этих уравнений, эквивалентное локальному условию полной наблюдаемости будет иметь вид

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}
\dfrac{\partial}{\partial\mathbf{x}(k)}\mathbf{H}_k\big[\mathbf{x}(k)\big] \\
\dfrac{\partial}{\partial\mathbf{x}(k)}\mathbf{H}_{k+1}\big[\mathbf{F}(k+1/k)\cdot\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}(k+1/k)\cdot\mathbf{w}(k)\big] \\
\ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \\
\dfrac{\partial}{\partial\mathbf{x}(k)}\mathbf{H}_{k+n}\big[\mathbf{F}(k+n/k+n-1)\cdot\big[\mathbf{F}(k+n-1/k+n-2)\times \\
\times\big\langle\big[\mathbf{F}(k+n/k+n-1)\cdot\mathbf{x}(k+n-2) + \\
+\mathbf{G}(k+n/k+n-1)\cdot\mathbf{w}(k+n-2)\big]\ldots\big\rangle + \\
+\mathbf{G}(k+n/k+n-1)\cdot\mathbf{w}(k+n-1)\big];
\end{bmatrix} = n. \tag{16}$$

Степень наблюдаемости $d/n<1$ будет иметь место если

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}
\dfrac{\partial}{\partial\mathbf{x}(k)}\mathbf{H}_k\big[\mathbf{x}(k)\big] \\
\dfrac{\partial}{\partial\mathbf{x}(k)}\mathbf{H}_{k+1}\big[\mathbf{F}(k+1/k)\cdot\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}(k+1/k)\cdot\mathbf{w}(k)\big] \\
\ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \\
\dfrac{\partial}{\partial\mathbf{x}(k)}\mathbf{H}_{k+n}\big[\mathbf{F}(k+n/k+n-1)\cdot\big[\mathbf{F}(k+n-1/k+n-2)\times \\
\times\big\langle\big[\mathbf{F}(k+n/k+n-1)\cdot\mathbf{x}(k+n-2) + \\
+\mathbf{G}(k+n/k+n-1)\cdot\mathbf{w}(k+n-2)\big]\ldots\big\rangle + \\
+\mathbf{G}(k+n/k+n-1)\cdot\mathbf{w}(k+n-1)\big];
\end{bmatrix} = d < n. \tag{17}$$

Из анализа соотношений (16), (17) следует, что наличие априорно неизвестного формирующего шума в каждый момент времени с индексом $k, (k+1)..(k+n)$ не позволяет сделать вывод наблюдаемости (идентифицируемости) математической модели, содержащей нестационарные параметры.

В связи с этим необходимо рассматривать выполнимость условия совместной наблюдаемости и идентифицируемости на каждый момент поступления данных, что определяется формальными связями между фазовыми координатами вектора состояний.

Здесь следует обратить внимание на переходную матрицу состояний $\mathbf{F}(\cdot)$ и, в частности, на те ее элементы, которые связаны с измеряемыми величинами.

Например, пусть рассматривается фазовая координата, описывающая псевдодальность, измеренную относительно i-го НКА.

$PR_i = D_i + dD_i + \delta D_{СРНС}$;

P[redacted]

где

$$D_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2}; \qquad (18)$$

[redacted] $$\frac{x)(V_{xi} - V_x) + (y_i - y)(V_{yi} - V_y)}{D_i} +$$

$$+\frac{(z_i - z)(V_{zi} - V_z)}{D_i}. \qquad (19)$$

Частные производные по фазовым координатам, описывающие радиус-вектор $\mathbf{x} = [x, y, z]^{\mathrm{T}}$ и вектор скорости объекта $\mathbf{V_x} = [V_x, V_y, V_z]^{\mathrm{T}}$, имеют следующий вид:

по координатам

$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} P$[redacted];

по составляющим вектора скорости

$\frac{\partial}{\partial \mathbf{V_x}} P$[redacted]

с учетом того, что значения параметров

D_i, $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i, z_i]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{V_{xi}} = [V_{xi}, V_{yi}, V_{zi}]^{\mathrm{T}}$

заранее известны.

Для элементарного интервала интегрирования $\tau \in \mathbf{T}$ можно записать

$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}$[redacted]

то есть

$$\frac{-(\mathbf{V_{xi}} - \mathbf{V_x})}{D_i} \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}) \cdot \tau = \frac{-(\mathbf{x}_i - \mathbf{x})}{D_i} \cdot (\mathbf{V_{xi}} - \mathbf{V_x}) \cdot \tau,$$

откуда следует, что происходит кратное превышение прогнозируемого приращения фазовой координаты PR_i

$dPR_i = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}$[redacted]$) \cdot \tau +$

$+\frac{\partial}{\partial \mathbf{V_x}}$[redacted]

Это обусловлено тем, что в формальное отношение (19) входят такие фазовые координаты вектора состояний, которые приводят к полным приращениям на элементарном интервале интегрирования рассматриваемых величин, и поэтому названы конкурирующими.

По аналогии фазовые координаты, описывающие радиус-вектор $\mathbf{x} = [x, y, z]^{\mathrm{T}}$ и вектор ускорения [redacted] объекта, являются конкурирующими по фазовой координате, описывающей псевдоскорость

$PV_i =$[redacted]

P[redacted]

где

[redacted] $$\frac{-V_x)^2 + (V_{yi} - V_y)^2 + (V_{zi} - V_z)^2}{D_i} + \qquad (20)$$

$$+\frac{\text{[redacted]}}{D_i}.$$

Таким образом, наличие конкурирующих фазовых координат приводит к необходимости исключения ряда частных производных из переходной матрицы состояний, что приводит к потере наблюдаемости по исключаемым фазовым координатам.

В рассматриваемом случае к конкурирующим фазовым координатам должны быть отнесены следующие пары:

$\langle x, V_x \rangle$; $\langle y, V_y \rangle$; $\langle z, V_z \rangle$ – входящие в описание производной по времени псевдодальностей (19);

$\langle x,$[redacted] – входящие в описание производной по времени псевдоскоростей (20).

Кроме того, входящие в модель состояний поправки ΔD_i и $\delta D_{СРНС}$, а также Δ[redacted] и δ[redacted] являются взаимно неразличимыми (т.е. линейно зависимыми), что не позволяет обеспечить необходимую наблюдаемость (идентифицируемость) модели состояний.

В сложившихся условиях обеспечение наблюдаемости модели состояний возможно за счет расширения вектора измерений. Такое расширение вектора измерений возможно за счет включения в него косвенных измерений фазовых координат модели состояний. Косвенными измерениями в математической модели рассматриваемой динамической системы являются оценки следующих параметров:

- радиус-вектора – $\mathbf{x} = [x, y, z]^{\mathrm{T}}$;
- вектора скорости объекта – $\mathbf{V_x} = [V_x, V_y, V_z]^{\mathrm{T}}$;
- поправки к псевдодальностям и псевдоскоростям, обусловленные рассинхронизацией опорных генераторов частоты приемника и НКА – $\delta D_{СРНС}$; δ[redacted].

Необходимые оценки косвенных измерений указанных фазовых координат можно получить с помощью метода наименьших квадратов [10].

Для определения ковариационной матрицы погрешностей косвенных измерений можно воспользоваться соотношениями

$$\mathbf{\Psi_v} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \mathbf{y} \cdot \mathbf{\Psi_z} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \mathbf{y} \right)^{\mathrm{T}}, \qquad (21)$$

где $\mathbf{y} = \left(PR, P\right.$[redacted] $\mathbf{z} = \left(\mathbf{x}, \mathbf{V}_{\mathbf{x}}, \delta D_{CPHC}, \delta\right.$[redacted]
откуда следует

$$\mathbf{\Psi}_{\mathbf{z}} = \left[\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{y}\right)^{\mathrm{T}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{y}\right]^{-1} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{y}\right)^{\mathrm{T}} \times$$

$$\times \mathbf{\Psi}_{\mathbf{v}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{y} \cdot \left[\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{y}\right)^{\mathrm{T}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{y}\right]^{-1}. \qquad (22)$$

Таким образом, рассмотренные в настоящей статье предложения обеспечивают:

• возможность реализации адаптивного подхода при совместном оценивании состояний и идентификации параметров нелинейной нестационарной модели движения объекта за счет включения нелинейной модели измерений в уравнения состояний и достижения при этом линейности моделей измерений, что является необходимым условием для обеспечения реализуемости адаптивного подхода;

• выполнение условий совместной наблюдаемости и идентифицируемости модели состояний за счет расширения вектора измерений оценками косвенных измерений и определения их ковариационной матрицы погрешностей.

Рассмотренный подход позволяет наиболее полно учесть особенности задачи определения параметров движения объекта по информации от СРНС и обеспечивает тем самым повышение качества (точности и достоверности) результирующих оценок..

Литература:
1. Красовский Н.Н. Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. – 476 с.
2. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
3. Бабич О.А. Обработка информации в навигационных комплексах – М.: Машиностроение, 1991. – 512 с.
4. Кузовков Н.Т., Салычев О.С. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация. – М.: Машиностроение, 1982. – 216 с.
5. Балакришнан А. Теория фильтрации Калмана: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 168 с.
6. Брайсон А. , Хо Ю-Ши Прикладная теория оптимального управления / Под редакцией Летова А.М. – М.: Мир, 1972. – 544 с.
7. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: Учеб. пособие для ВУЗов.- М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.
8. Фомин В.И. Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1984. – 288 с.
9. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под редакцией Харисова В.Н., Перова А.И. 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Радиотехника, 2010. – 800 с.
10. Бахвалов Н. С. Численные методы. – М.: Наука, 1973.

Материал поступил в редакцию 29. 10. 2012 г.