

© Шевченко В.А.
Shevchenko V.

ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБКИ ДЛЯ ДВОИЧНЫХ КОДОВ В НЕКОГЕРЕНТНЫХ КАНАЛАХ СВЯЗИ С ОБОБЩЕННОЙ «САМОНОРМАЛИЗУЮЩЕЙСЯ» МЕТРИКОЙ В ПРИСУТСТВИИ ИМПУЛЬСНОЙ ПОМЕХИ И ТЕПЛООВОГО ШУМА

UPPER BOUND ON THE BIT ERROR PROBABILITY FOR BINARY CODES ON COMMUNICATION CHANNELS WITH GENERALIZED "SELF-NORMALISED" METRICS IN THE PRESENCE OF THE PULSED JAMMING AND THE THERMAL NOISE

Аннотация. Исследованы характеристики двоичных кодов в некогерентных каналах с обобщенной «самонормализующейся» метрикой в условиях воздействия теплового шума и различных типов помех - импульсной шумовой и импульсной полигармонической. Получена верхняя аддитивная граница вероятности ошибки на бит для таких каналов. Проведено сравнение эффективности воздействия импульсной полигармонической и импульсной шумовой помех на канал связи.

Annotation. The performance of binary codes in noncoherent channels with the generalized "self-normalised" metrics in the conditions of influence of thermal noise and various types of interference - pulse noise and pulse multitone are investigated. The upper bound on the bit error probability for such channels is received. Comparison of the effect of pulse multitone and pulse noise interference on the performance of noncoherent channels is spent.

Ключевые слова. Помехоустойчивость, пакет ошибок, импульсная помеха, некогерентный канал связи, «самонормализующаяся» метрика, кодирование.

Key words. Anti-jamming, package errors, pulse jamming, noncoherent channel, self-normalized metric, coding.

Для каналов связи с кодированием в условиях воздействия случайной импульсной помехи характерно появление ошибок, группирующихся в пакеты, когда одиночный импульс помехи перекрывает несколько символов одной кодовой комбинации [1,2].

В условиях, когда «сторонняя» информации о состоянии канала на приемной стороне отсутствует, а точная и своевременная оценка начальной фазы передаваемых сигналов затруднительна и возможен только «некогерентный» прием, значимый выигрыш от кодирования достигается в случае использования метрики с «самонормализующимся» объединением «мягких» решений демодулятора («самонормализующегося» демодулятора) [3].

«Самонормализующийся» демодулятор можно сделать обобщенным, если дополнительно ввести операцию извлечения корня m -й степени, где m – целое число, из величины отсчета на выходе квадратичного детектора каждого канала приема сигналов. При $m=2$ это эквива-

лентно использованию в «самонормализующемся» демодуляторе детектора огибающей.

Как показано в работе [4] для случая независимых ошибок, вызванных воздействием полигармонической помехи, увеличение m позволяет добиться улучшения помехоустойчивости канала связи. Вместе с тем оценки характеристик таких демодуляторов для канала связи с группированием ошибок, а также условий воздействия теплового шума отсутствуют.

Известен общий подход к оценке вероятности ошибки на бит для каналов с произвольной решающей метрикой в условиях воздействия случайной импульсной помехи, вызывающей группирование ошибок [5]. В работе [6] данный подход конкретизирован применительно к «самонормализующемуся» демодулятору с $m=1$.

Целью настоящей статьи является обобщение полученной верхней аддитивной границы вероятности ошибки на бит на случай обобщенного «самонормализу-

Шевченко Вячеслав Анатольевич – кандидат технических наук, начальник отдела, Военно-научный комитет Вооруженных сил Российской Федерации, тел. +7(499)-739-91-32.

Shevchenko Vyacheslav – the candidate of the technical sciences, chief of division, Military-scientific committee of Military forces of the Russian Federation +7(499)-739-91-32.

ющегося» демодулятора ($m \geq 1$).

Рассмотрим канал связи, в котором для передачи информации используется блочный (n, k) код со скоростью $r = k/n$ и минимальным расстоянием d_{\min} . Для сверточных кодов аналогом длины кода может рассматриваться глубина декодирования как производная от длины кодового ограничения [1,2].

Дистанционные свойства кода охарактеризуем коэффициентами $A_{w,d}$, которые представляют собой количество кодовых комбинаций весом d , порожденных входными информационными последовательностями весом w .

Переданную кодовую комбинацию длиной n обозначим через $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Без потери общности примем, что $x_i = 0$, где $i = \overline{1, n}$.

Примем, что двоичный символ кода $x_i = 0$ передается сигналом $S_0(t)$, а символ кода $x_i = 1$ – сигналом $S_1(t)$. Сигналы $S_0(t)$ и $S_1(t)$ являются взаимно ортогональными в усиленном смысле. Мощность полезного сигнала на входе демодулятора определим величиной P_s , длительность интервала передачи символа кода – величиной $T_s = r/R$, где R – скорость передачи информации, а энергию, приходящуюся на бит информации – величиной $E_b = P_s/R$.

Полосу частот, необходимую для передачи сигналов с расширением спектра обозначим величиной W .

Тепловой шум $n(t)$ представим в виде аддитивного белого гауссовского шума с односторонней спектральной плотностью N_0 .

В качестве импульсной помехи рассмотрим как шумовую, так и многочастотную. Будем считать, что помеха имеет среднюю мощность P_j и спектральную плотность $N_j = P_j/W$.

Структурная схема обобщенного «самонормализующегося» демодулятора представлена на рис. 1.

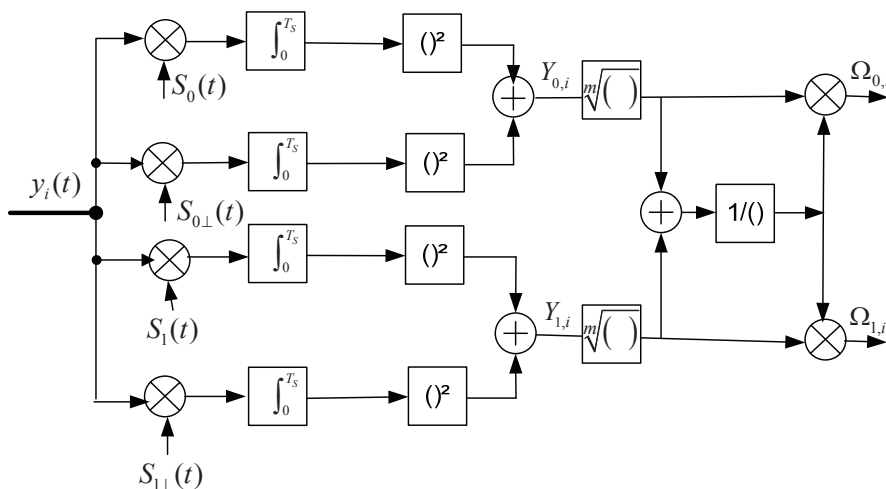


Рис.1. Структурная схема обобщенного «самонормализующегося» демодулятора

В демодуляторе принятое колебание, состоящее из смеси сигнала, теплового шума и импульсной помехи, обрабатывается в квадратичных детекторах, соответствующих сигналам $S_0(t)$ и $S_1(t)$. На выходе квадратичных детекторов сигналов $S_0(t)$ и $S_1(t)$ по окончании приема i -го символа кода, где $i = \overline{1, n}$, формируются отсчеты $Y_{0,i}$ и $Y_{1,i}$ соответственно.

Далее из отсчетов $Y_{0,i}$ и $Y_{1,i}$ извлекается корень m -й степени. Полученные величины нормируются относительно их суммы

$$\Omega_{k,i} = \frac{Y_{k,i}^{1/m}}{Y_{0,i}^{1/m} + Y_{1,i}^{1/m}}, \quad k = \overline{0, 1}, \quad (1)$$

при этом

$$\sum_{k=0}^1 \Omega_{k,i} = 1. \quad (2)$$

Совокупность величин $\Omega_{0,i}$, $\Omega_{1,i}$ определяет i -й элемент канальной последовательности y_i .

Канальная последовательность на входе декодера $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ соответствует последовательности $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Под воздействием помехи и теплового шума возможна трансформация переданной кодовой последовательности x в последовательность $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)$, отличающуюся от переданной d символами кода.

Введем понятие «пакет ошибок», под которым будем понимать совокупность символов одной кодовой комбинации, которые могут быть поражены одиночным импульсом помехи. Обозначим длину пакета через b .

Для удобства дальнейшего анализа примем, что на интервале передачи одной кодовой комбинации возможно разместить $L = \lfloor n/b \rfloor$ пакетов длиной b . Очевидно, что i -й символ кодовой комбинации принадлежит пакету с номером $j = \lceil i/b \rceil$.

Учитывая, что импульсная помеха является слу-

чайной, канал связи на интервале передаче j -го пакета, где $j = \overline{1, L}$, находится в одном из двух состояний: либо в «плохом», когда на вход приемника воздействует случайная импульсная помеха в сочетании с тепловым шумом, либо в «хорошем», когда на входе приемника присутствует только тепловой шум.

Вероятность нахождения канала связи в «хорошем» состоянии обозначим через величину ρ , вероятность нахождения в «плохом» состоянии – через величину $1 - \rho$.

Таким образом, последовательности пакетов соответствует последовательность состояний канала связи $z = (z_1, z_2, \dots, z_L)$, где z_j – случайная величина, принимающая значение 1 с вероятностью ρ и значение 0 – с вероятностью $1 - \rho$.

Количество символов ν , которыми в пакете переданная последовательность отличается от ошибочно принятой, определяет его вес.

Пакеты, в которых нет «отличающихся» символов, назовем «нулевыми», остальные – «ненулевыми».

Обозначим число пакетов с весом ν через f_ν , число «ненулевых» пакетов – через l .

Ограничим максимальное число «ненулевых» пакетов величиной

$$F = \min(d, L), \tag{3}$$

минимальное – величиной $\lceil d/b \rceil$.

Максимальный вес пакета m определим следующим образом:

$$m = \begin{cases} b, & b \leq d; \\ d - l + 1, & b > d. \end{cases} \tag{4}$$

Распределение числа пакетов различного веса $f = (f_0, f_1, \dots, f_m)$ должно удовлетворять следующим условиям:

$$F = \sum_{\nu=0}^m f_\nu = f_0 + l; \tag{5}$$

$$d = \sum_{\nu=1}^m \nu f_\nu. \tag{6}$$

Верхняя аддитивная граница вероятности ошибки на бит, учитывающая вероятности появления возможных комбинаций распределения d «отличающихся» символов по «ненулевым» пакетам различной длины, имеет следующий вид [6]:

$$P_b \leq \sum_{d=d_{\min}}^n A_d \left[\min_{s \geq 1} \frac{(bF - d)! F!}{(bF)!} \sum_{l=\lceil d/b \rceil}^F \frac{A(d, l; \mathbf{g})}{(F - l)!} \right], \tag{7}$$

где $A_d = \sum_{w=1}^k \frac{W}{k} A_{w,d}$;

$A(d, l; \mathbf{g})$ – однородные полиномы Белла;

$\mathbf{g} = (g_1, g_2, \dots, g_{d-l+1})$ – формальные переменные.

Однородные полиномы Белла с учетом того, что

$A(1, l; \mathbf{g}) = g_1$, удовлетворяют следующему рекуррентному соотношению [7]:

$$A(d, l; \mathbf{g}) = \begin{cases} g_d, & l = 1; \\ \sum_{i=1}^{d-l+1} C_{d-1}^{i-1} g_i A(d-i, l-1; \mathbf{g}), & l > 1. \end{cases} \tag{8}$$

Формальные переменные g_ν , $\nu = 1, n$ определены следующим образом [6]:

$$g_\nu = \begin{cases} D(s, \nu) \frac{b!}{(b-\nu)!}, & \nu \leq b; \\ 0, & \nu > b, \end{cases} \tag{9}$$

где s – некоторое положительное число;

$D(s, \nu)$ – параметр, для расчета которого воспользуемся далее основными результатами работы [6].

Пусть

$$\Omega_1 = \Omega_{0,i} = \frac{Y_{0,i}^{1/m}}{Y_{0,i}^{1/m} + Y_{1,i}^{1/m}}, \quad \Omega_2 = Y_{0,i}^{1/m} + Y_{1,i}^{1/m}. \tag{10}$$

Из системы выражений (10) следует, что

$$Y_{0,i} = \Omega_1^m \Omega_2^m, \quad Y_{1,i} = \Omega_2^m (1 - \Omega_1)^m. \tag{11}$$

Для случая воздействия шумовой импульсной помехи параметр $D(s, \nu)$ определяется следующим выражением:

$$D(s, \nu) = (1 - \rho) \langle M_0 \{ \exp[s(1 - 2\omega_1)] \} \rangle^\nu + \rho \langle M_1 \{ \exp[s(1 - 2\omega_1)] \} \rangle^\nu, \tag{12}$$

где $M_{z_j} \{ \exp[(1 - 2\omega_1)s] \} =$

$$= \int_0^1 \exp[(1 - 2\omega_1)s] p_{\Omega_1}(\omega_1 | z_j) d\omega_1; \tag{13}$$

$p_{\Omega_1}(\omega_1 | z_j)$ – условная плотность распределения случайной величины Ω_1 , которая для системы выражений (11) определится следующим образом:

$$p_{\Omega_1}(\omega_1 | z_j) = \int_0^{\infty} J(\omega_1, \omega_2) \times p_{Y_{0,i}}(y_{0,i} = \omega_1^m \omega_2^m | z_j) p_{Y_{1,i}}(y_{1,i} = \omega_2^m (1 - \omega_1)^m | z_j) d\omega_2, \tag{14}$$

где $p_{Y_{0,i}}(y_{0,i} | z_j)$ – условная плотность распределения случайной величины $Y_{0,i}$;

$p_{Y_{1,i}}(y_{1,i} | z_j)$ – условная плотность распределения случайной величины $Y_{1,i}$;

$J(\omega_1, \omega_2)$ – якобиан преобразования.

Величина $Y_{1,i}$ имеет следующую условную нормированную плотность распределения:

$$p_{Y_{1,i}}(y_{1,i} | z_j) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{y_{1,i}}{2}\right); \tag{15}$$

величина $Y_{0,i}$ – следующую:

$$p_{Y_{0,i}}(y_{0,i} | z_j) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{y_{0,i} + \gamma^2(z_j)}{2}\right) I_0\left(\sqrt{y_{0,i} \gamma^2(z_j)}\right), \tag{16}$$

где $\gamma^2(z_j)$ с учетом обозначений

$$\frac{\gamma_{sj}^2}{2} = \frac{P_s W}{P_j R} r \rho = \frac{E_b}{N_j} r \rho; \quad \frac{\gamma_{sn}^2}{2} = \frac{P_s}{N_0} r \tag{17}$$

определяется следующим выражением:

$$\gamma^2(z_j) = \left(\frac{1}{\gamma_{sn}^2} + z_j \frac{1}{\gamma_{sj}^2} \right)^{-1}. \quad (18)$$

Якобиан преобразования $J(\omega_1, \omega_2)$ для системы выражений (11) имеет следующий вид:

$$J(\omega_1, \omega_2) = \begin{vmatrix} m\omega_1^{m-1}\omega_2^m & m\omega_1^m\omega_2^{m-1} \\ -m(1-\omega_1)^{m-1}\omega_2^m & m(1-\omega_1)^m\omega_2^{m-1} \end{vmatrix} = \\ = m^2\omega_2^{2m-1}(1-\omega_1)^{m-1}\omega_1^{m-1}. \quad (19)$$

Подставляя выражения (15), (16) и (19) в выражение (14), получаем

$$p_{\Omega_1}(\omega_1|z_j) = \exp\left(-\frac{\gamma^2(z_j)}{2}\right) \frac{m^2}{4} (1-\omega_1)^{m-1} \omega_1^{m-1} \times \\ \times \int_0^\infty \omega_2^{2m-1} I_0\left(\sqrt{\gamma^2(z_j)(\omega_1\omega_2)^m}\right) \exp\left(-\frac{\omega_2^m((1-\omega_1)^m + \omega_1^m)}{2}\right) d\omega_2. \quad (20)$$

Сделав замену переменной $u = \omega_2^m/2$, приведем выражение (20) после некоторых математических преобразований к следующему виду:

$$p_{\Omega_1}(\omega_1|z_j) = \exp\left(-\frac{\gamma^2(z_j)}{2}\right) m(1-\omega_1)^{m-1} \omega_1^{m-1} \times \\ \times \int_0^\infty u I_0\left(2\sqrt{\frac{\gamma^2(z_j)}{2}\omega_1^m u}\right) \exp(-u((1-\omega_1)^m + \omega_1^m)) du. \quad (21)$$

Вычислим интеграл в правой части выражения (21) как интегральное преобразование Лапласа L функции $uI_0(2\sqrt{au})$. Используя табличное значение [8]

$$F(p) = L\{f(u) = I_0(2\sqrt{au})\} = \exp(a/p)/p, \quad (22)$$

где p – положительная константа, и соотношение [8]

$$L\{uf(u)\} = -\partial F(p)/\partial p, \quad (23)$$

с учетом использования замен

$$a = \omega_1^m \gamma^2(z_j)/2 \text{ и } p = (1-\omega_1)^m + \omega_1^m,$$

вместо выражения (21) получим

$$p_{\Omega_1}(\omega_1|z_j) = \frac{m(1-\omega_1)^{m-1} \omega_1^{m-1}}{\left((1-\omega_1)^m + \omega_1^m\right)^2} \left(1 + \frac{\gamma^2(z_j)}{2} \frac{\omega_1^m}{(1-\omega_1)^m + \omega_1^m}\right) \times \\ \times \exp\left(-\frac{\gamma^2(z_j)}{2} \frac{(1-\omega_1)^m}{(1-\omega_1)^m + \omega_1^m}\right). \quad (24)$$

Величина Ω_1 изменяется в пределах от 0 до 1.

Подставив выражение (24) в выражение (13) и воспользовавшись заменой переменной

$$u = \frac{\omega_1^m}{(1-\omega_1)^m + \omega_1^m}, \quad (25)$$

для которой справедливо

$$\frac{\partial u}{\partial \omega_1} = \frac{m(1-\omega_1)^{m-1} \omega_1^{m-1}}{\left((1-\omega_1)^m + \omega_1^m\right)^2} \text{ и } \omega_1 = \left(1 + m\sqrt{\frac{1}{u}} - 1\right)^{-1}. \quad (26)$$

После некоторых математических преобразований получим

$$M_{z_j}(\exp((1-2\omega_1)s)) = \int_0^1 \left(1 + \frac{\gamma^2(z_j)}{2} u\right) \times \\ \times \exp\left[s\left(1 - 2\left(1 + m\sqrt{\frac{1}{u}} - 1\right)^{-1}\right) - \frac{\gamma^2(z_j)}{2}(1-u)\right] du. \quad (27)$$

Получить выражение для величины $M_{z_j}(\exp((1-2\omega_1)s))$ в замкнутом виде возможно только при $m=1$. В остальных случаях можно воспользоваться одним из численных методов интегрирования (например, численным методом Симпсона с заданным уровнем погрешности).

Подстановка выражения (27) в выражение (12) позволяет определить искомую величину $D(s, \nu)$ для случая воздействия импульсной шумовой помехи.

Рассмотрим теперь случай воздействия многочастотной импульсной помехи.

Такая помеха формируется из множества узкополосных помех, которые перекрывают все частотные позиции, отведенные для перестройки рабочей частоты полезного сигнала. При этом в каждой из этих позиций узкополосная помеха совпадает по форме либо с сигналом $S_0(t)$, либо с сигналом $S_1(t)$, отличаясь от них начальной фазой φ .

В состоянии канала $z_j=0$ случайная величина Ω_1 имеет условную плотность распределения $p_{\Omega_1}(\omega_1|z_j=0)$, заданную выражением (24), а в состоянии $z_j=1$ – при совпадении помехи $J(t, \varphi)$ с сигналами $S_0(t)$ и $S_1(t)$ – плотности распределения $p_{\Omega_1}(\omega_1|z_j=1, J=S_0)$ и $p_{\Omega_1}(\omega_1|z_j=1, J=S_1)$ соответственно.

Для системы выражений (11) плотности

$$p_{\Omega_1}(\omega_1|z_j=1, J=S_0) \text{ и } p_{\Omega_1}(\omega_1|z_j=1, J=S_1)$$

определяются следующим образом:

$$p_{\Omega_1}(\omega_1|z_j=1, J=S_k) = \int_0^\infty J(\omega_1, \omega_2) \times \\ \times p_{Y_{0,i}}(y_{0,i} = \omega_1^m \omega_2^m | z_j=1, J=S_k) \times \\ \times p_{Y_{1,i}}(y_{1,i} = \omega_2^m (1-\omega_1)^m | z_j=1, J=S_k) d\omega_2, \quad (28)$$

где k – число, которое принимает значение 0 или 1;

$p_{Y_{1,i}}(y_{1,i} = \omega_2^m (1-\omega_1)^m | z_j=1, J=S_k)$ – условная плотность распределения величины $Y_{1,i}$ для случая, когда $z_j=1, J=S_k$;

$p_{Y_{0,i}}(y_{0,i} = \omega_1^m \omega_2^m | z_j=1, J=S_k)$ – условная плотность распределения величины $Y_{0,i}$ для случая, когда $z_j=1, J=S_k$.

Выражение для параметра $D(s, \nu)$ имеет следующий вид:

$$D(s, \nu) = (1 - \rho) \left(M_0 \left(\exp(s(1 - 2\omega_1)) \right) \right)^\nu + \rho \left(\frac{M_{1,0} \left(\exp(s(1 - 2\omega_1)) \right) + M_{1,1} \left(\exp(s(1 - 2\omega_1)) \right)}{2} \right)^\nu, \quad (29)$$

где $M_0 \left(\exp((1 - 2\omega_1)s) \right)$ – определяется выражением (27) при $z_j = 0$,

$$M_{1,0} \left(\exp((1 - 2\omega_1)s) \right) = \int_0^1 \exp((1 - 2\omega_1)s) p_{\Omega_1} \left(\omega_1 | z_j = 1, J = S_0 \right) d\omega_1; \quad (30)$$

$$M_{1,1} \left(\exp((1 - 2\omega_1)s) \right) = \int_0^1 \exp((1 - 2\omega_1)s) p_{\Omega_1} \left(\omega_1 | z_j = 1, J = S_1 \right) d\omega_1. \quad (31)$$

Пусть $z_j = 1, J = S_0$. При наступлении этого события

$$p_{Y_{1,i}} \left(y_{1,i} | z_j = 1, J = S_0 \right) = \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{y_{1,i}}{2} \right) \quad (32)$$

и

$$p_{Y_{0,i}} \left(y_{0,i} | z_j = 1, J = S_0 \right) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{y_{0,i} + \gamma^2(\cos \varphi)}{2} \right) I_0 \left(\sqrt{y_{0,i} \gamma^2(\cos \varphi)} \right) d\varphi, \quad (33)$$

где φ – разность начальных фаз полезного сигнала и узкополосной помехи;

$\gamma^2(\cos \varphi)$ – величина, которая определяется следующим выражением:

$$\gamma^2(\cos \varphi) = \gamma_{sn}^2 + \gamma_{jn}^2 - 2\gamma_{sn}\gamma_{jn} \cos \varphi. \quad (34)$$

Поскольку правая часть выражения (16) и подынтегральная часть правой части выражения (33) идентичны в случае замены в первом величину $\gamma^2(z_j)$ на величину $\gamma^2(\cos \varphi)$, то на основании выражения (27) получим

$$M_{1,0} \left(\exp((1 - 2\omega_1)s) \right) = \int_0^1 \exp \left(s \left(1 - 2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{u}} - 1 \right)^{-1} \right) \right) \times \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(1 + \frac{\gamma^2(\cos \varphi)}{2} u \right) \exp \left(-\frac{\gamma^2(\cos \varphi)}{2} (1 - u) \right) d\varphi du. \quad (35)$$

Используя интегральное представление модифицированной функции Бесселя первого рода n -го порядка

$$I_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp(x \cos \varphi) \cos(n\varphi) d\varphi, \quad (36)$$

преобразуем выражение (35) к следующему виду:

$$M_{1,0} \left(\exp((1 - 2\omega_1)s) \right) = \int_0^1 \exp \left(s \left(1 - 2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{u}} - 1 \right)^{-1} - \frac{\gamma_{sn}^2 + \gamma_{jn}^2}{2} (1 - u) \right) \right) \times \left\{ \left(1 + \frac{\gamma_{sn}^2 + \gamma_{jn}^2}{2} u \right) I_0 \left(\gamma_{sn}\gamma_{jn}(1 - u) \right) - \gamma_{sn}\gamma_{jn} u I_1 \left(\gamma_{sn}\gamma_{jn}(1 - u) \right) \right\} du. \quad (37)$$

Получить в замкнутом виде выражение для величины $M_{1,0} \left(\exp((1 - 2\omega_1)s) \right)$ затруднительно. Как и ранее,

для расчета этой величины можно воспользоваться одним из численных методов интегрирования.

Для случая, когда $z_j = 1, J = S_1$, плотности распределения случайных величин $Y_{0,i}, Y_{1,i}$ определяются следующими выражениями:

$$p_{Y_{0,i}} \left(y_{0,i} | z_j = 1, J = S_1 \right) = \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{y_{0,i} + \gamma_{sn}^2}{2} \right) I_0 \left(\sqrt{y_{0,i} \gamma_{sn}^2} \right) \quad (38)$$

и

$$p_{Y_{1,i}} \left(y_{1,i} | z_j = 1, J = S_1 \right) = \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{y_{1,i} + \gamma_{jn}^2}{2} \right) I_0 \left(\sqrt{y_{1,i} \gamma_{jn}^2} \right). \quad (39)$$

Подставляя выражения (38), (39) и (19) в выражение (31), получаем

$$p_{\Omega_1} \left(\omega_1 | z_j = 1, J = S_1 \right) = \exp \left(-\frac{\gamma_{sn}^2 + \gamma_{jn}^2}{2} \right) \frac{m^2}{4} (1 - \omega_1)^{m-1} \omega_1^{m-1} \times \int_0^\infty \omega_2^{2m-1} I_0 \left(\sqrt{\gamma_{sn}^2 (\omega_1 \omega_2)^m} \right) I_0 \left(\sqrt{\gamma_{jn}^2 (1 - \omega_1)^m \omega_2^m} \right) \times \exp \left(-\frac{\omega_2^m \left((1 - \omega_1)^m + \omega_1^m \right)}{2} \right) d\omega_2. \quad (40)$$

Сделав замену переменной $u = \omega_2^m/2$, приведем выражение (40) после некоторых математических преобразований к следующему виду:

$$p_{\Omega_1} \left(\omega_1 | z_j = 1, J = S_1 \right) = \exp \left(-\frac{\gamma_{sn}^2 + \gamma_{jn}^2}{2} \right) m (1 - \omega_1)^{m-1} \omega_1^{m-1} \times \int_0^\infty u I_0 \left(\sqrt{2\gamma_{sn}^2 \omega_1^m u} \right) I_0 \left(\sqrt{2\gamma_{jn}^2 (1 - \omega_1)^m u} \right) \times \exp \left(-u \left((1 - \omega_1)^m + \omega_1^m \right) \right) du. \quad (41)$$

Вычислим интеграл в правой части выражения (41) как интегральное преобразование Лапласа L функции $u I_0 \left(\sqrt{2\alpha u} \right) I_0 \left(\sqrt{2\beta u} \right)$, где

$$\alpha = \gamma_{sn}^2 \omega_1^m; \quad \beta = \gamma_{jn}^2 (1 - \omega_1)^m. \quad (42)$$

С этой целью воспользуемся табличным значением функции [8]

$$F(p) = L \left\{ f(u) = I_0 \left(\sqrt{2\alpha u} \right) I_0 \left(\sqrt{2\beta u} \right) \right\} = \frac{1}{p} \exp \left(\frac{(\alpha + \beta)}{2p} \right) I_0 \left(\frac{\sqrt{\alpha\beta}}{p} \right), \quad (43)$$

где p – положительная константа и соотношением (23).

Поскольку для функции $F(p)$, задаваемой соотношением (43),

$$\frac{\partial F(p)}{\partial p} = -\exp \left(\frac{\alpha + \beta}{2p} \right) \times$$

$$\times \left[\left(\frac{\alpha + \beta}{2p^3} + \frac{1}{p^2} \right) I_0 \left(\frac{\sqrt{\alpha\beta}}{p} \right) + \frac{\sqrt{\alpha\beta}}{p^3} I_1 \left(\frac{\sqrt{\alpha\beta}}{p} \right) \right], \quad (44)$$

то выражение (40) с учетом выражений (42), (44) и выбора $p = (1 - \omega_1)^m + \omega_1^m$ после некоторых математических преобразований примет следующий вид:

$$\begin{aligned} P_{\omega_1}(\omega_1 | z_j = 1, J = S_1) = & \exp \left(- \frac{\frac{\gamma_{sn}^2}{2} (1 - \omega_1)^m + \frac{\gamma_{jn}^2}{2} \omega_1^m}{(1 - \omega_1)^m + \omega_1^m} \right) \frac{m(1 - \omega_1)^{m-1} \omega_1^{m-1}}{\left((1 - \omega_1)^m + \omega_1^m \right)^2} \times \\ & \times \left[\left(1 + \frac{\frac{\gamma_{sn}^2}{2} \omega_1^m + \frac{\gamma_{jn}^2}{2} (1 - \omega_1)^m}{(1 - \omega_1)^m + \omega_1^m} \right) I_0 \left(2 \sqrt{\frac{\frac{\gamma_{sn}^2}{2} \frac{\gamma_{jn}^2}{2} \omega_1^m (1 - \omega_1)^m}{(1 - \omega_1)^m + \omega_1^m}} \right) + \right. \\ & \left. + 2 \sqrt{\frac{\frac{\gamma_{sn}^2}{2} \frac{\gamma_{jn}^2}{2} \omega_1^m (1 - \omega_1)^m}{(1 - \omega_1)^m + \omega_1^m}} I_1 \left(2 \sqrt{\frac{\frac{\gamma_{sn}^2}{2} \frac{\gamma_{jn}^2}{2} \omega_1^m (1 - \omega_1)^m}{(1 - \omega_1)^m + \omega_1^m}} \right) \right]. \quad (45) \end{aligned}$$

Подставив выражение (45) в выражение (31) и воспользовавшись заменой переменной (25) и выражениями (26), после некоторых математических преобразований получим

$$\begin{aligned} M_{1,1}(\exp((1 - 2\omega_1)s)) = & \int_0^1 \exp \left(s \left(1 - 2 \left(1 + \sqrt{\frac{1}{u}} - 1 \right)^{-1} \right) - \frac{\gamma_{sn}^2}{2} (1 - u) - \frac{\gamma_{jn}^2}{2} u \right) \times \\ & \times \left[\left(1 + \frac{\gamma_{sn}^2}{2} u + \frac{\gamma_{jn}^2}{2} (1 - u) \right) I_0 \left(2 \sqrt{\frac{\frac{\gamma_{sn}^2}{2} \frac{\gamma_{jn}^2}{2} u (1 - u)}{(1 - \omega_1)^m + \omega_1^m}} \right) + \right. \\ & \left. + 2 \sqrt{\frac{\frac{\gamma_{sn}^2}{2} \frac{\gamma_{jn}^2}{2} u (1 - u)}{(1 - \omega_1)^m + \omega_1^m}} I_1 \left(2 \sqrt{\frac{\frac{\gamma_{sn}^2}{2} \frac{\gamma_{jn}^2}{2} u (1 - u)}{(1 - \omega_1)^m + \omega_1^m}} \right) \right] du. \quad (46) \end{aligned}$$

Как и ранее, замкнутое выражение для величины $M_{1,1}(\exp((1 - 2\omega_1)s))$ найти затруднительно. Для расчета этой величины можно воспользоваться одним из численных методов интегрирования.

Подстановка выражений (27), (37) и (46) в выражение (29) позволяет определить искомую величину $D(s, \nu)$ для случая воздействия импульсной полигармонической помехи.

Воспользуемся полученными соотношениями для оценки влияния выбора параметра m на помехоустойчивость канала связи с двоичным сверточным кодом в условиях воздействия многочастотной и шумовой «наихудших» импульсных помех, вызывающих группирование ошибок в пакеты различной длины. Под «наихудшей» будем понимать помеху, вероятность появления отдельного импульса ρ которой выбрана таким образом, чтобы

максимизировать верхнюю границу вероятности ошибки на бит (7).

В качестве кода рассмотрим сверточный с длиной кодового ограничения $\nu = 7$, скоростью $r = 1/4$ и порождающими полиномами в восьмеричной форме (231,273,327,37). Выбор скорости кода обусловлен тем, что при группировании ошибок сверточный код с такой скоростью начинает показывать лучшие характеристики по сравнению с кодами, имеющими скорости $r = 1/2$ и $r = 1/3$, за счет большего значения минимального кодового расстояния [6].

На рис.2 представлены зависимости вероятности ошибки на бит P_b от отношения E_b/N_j в канале с обобщенной «самонормализующейся» метрикой при различных значениях параметра m для условий воздействия «наихудшей» полигармонической импульсной помехи, вызывающей пакеты ошибок различной длины b .

Из анализа графиков, представленных на рис. 2, следует, что увеличение параметра m позволяет добиться увеличения помехоустойчивости канала только при наличии группирования ошибок. Когда ошибки «независимы» ($b=1$), помехоустойчивость канала не столь чувствительна к изменению параметра m .

Данный эффект объясним следующим. Помеха, вызывающая группирование ошибок, тем эффективнее, чем меньшее значение имеет вероятность ее появления и, соответственно, чем больше ее мощность в импульсе.

С другой стороны, полигармоническая помеха является детерминированной. Можно увидеть, что после извлечения корня из величин отсчетов на выходе каналов приема обобщенного «самонормализующегося» демодулятора вклад такой помехи относительно сигнала уменьшается.

Этот эффект тем сильнее, чем больше величина мощности «полигармонической» помехи в импульсе.

Когда ошибки «независимы», оптимальная вероятность появления «наихудшей» помехи близка к 1 и эффект извлечения корня не столь не ощутим.

На рис.3 представлены зависимости вероятности ошибки на бит P_b от отношения E_b/N_j в канале связи с обобщенной «самонормализующейся» метрикой при различных значениях параметра m для условий воздействия «наихудшей» шумовой импульсной помехи, вызывающей пакеты ошибок различной длины b .

Из анализа графиков, представленных на рис. 3, следует, что изменение параметра m не приводит к ощутимым изменениям помехоустойчивости канала связи.

В свою очередь, сравнительный анализ графиков, представленных на рис. 2 и 3, показывает существенно

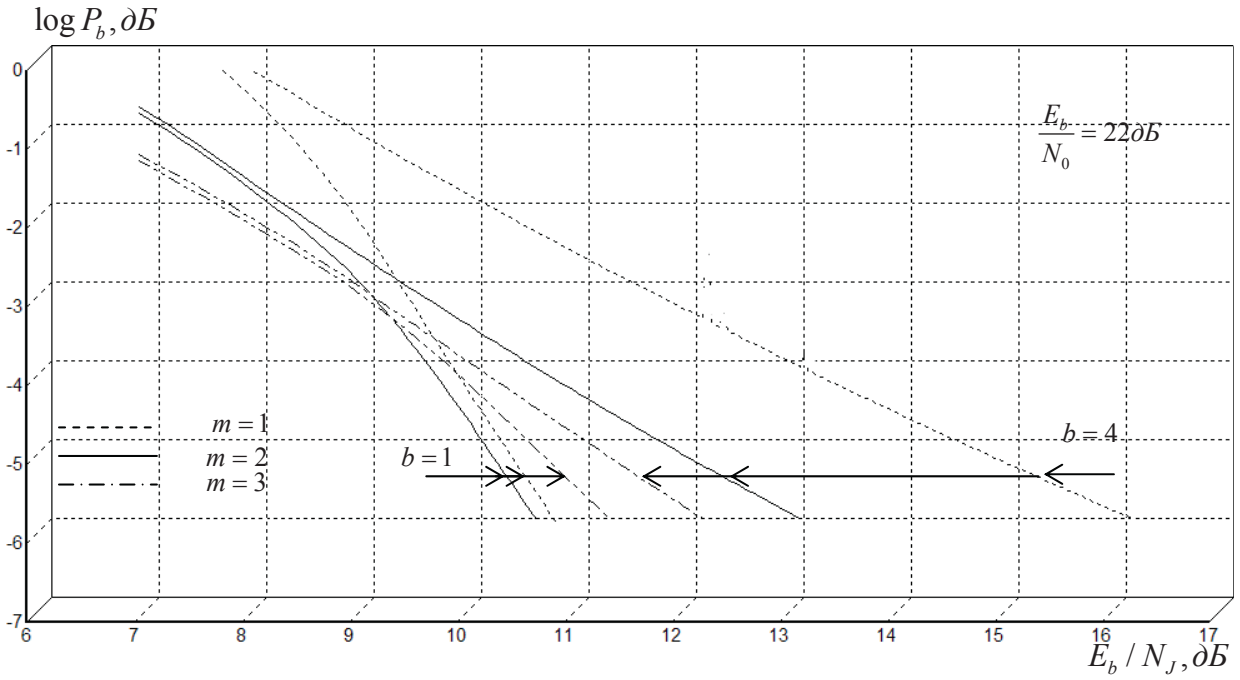


Рис.2. Зависимость вероятности ошибки P_b от отношения E_b/N_j для сверточного кода с $\nu=7$ и $r=1/4$ в условиях воздействия полигармонической импульсной помехи, вызывающей пакеты ошибок длиной b

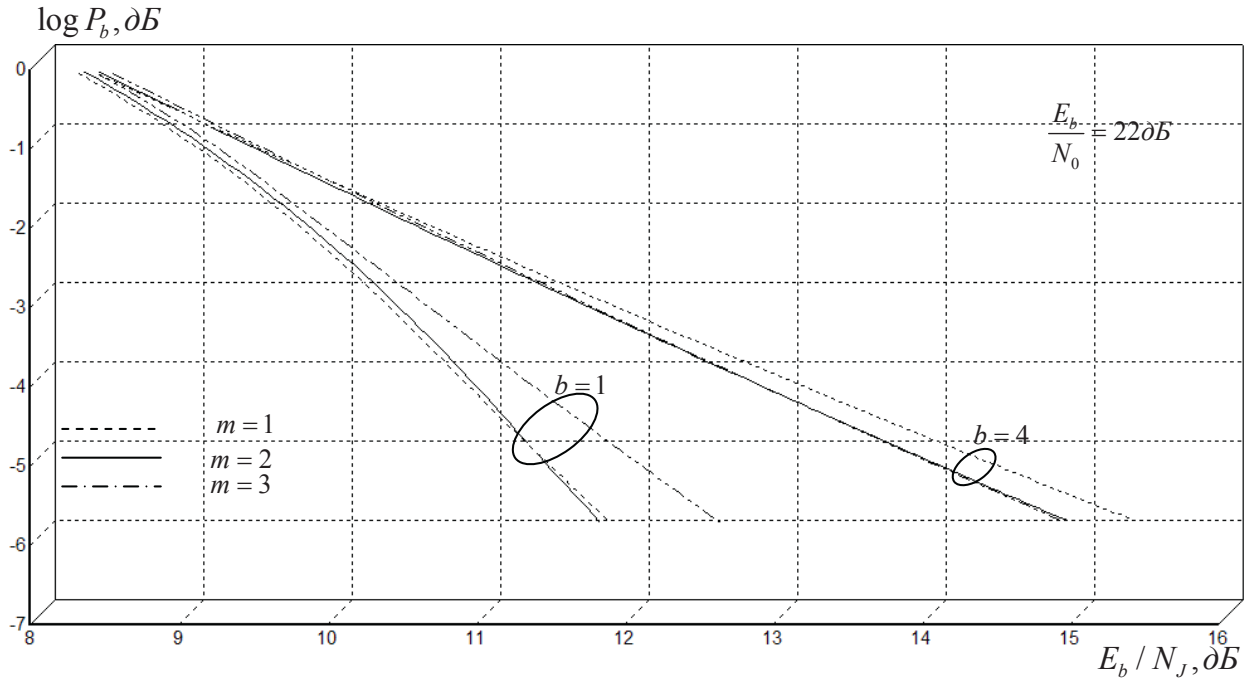


Рис.3. Зависимость вероятности ошибки P_b от отношения E_b/N_j для сверточного кода с $\nu=7$ и $r=1/4$ в условиях воздействия шумовой импульсной помехи, вызывающей пакеты ошибок длиной b

меньшую эффективность воздействия полигармонической импульсной помехи по сравнению с шумовой в случае использования обобщенного «самонормализующего» демодулятора с $m \geq 2$.

Таким образом, получены аналитические соотношения, которые позволяют конкретизировать верхнюю аддитивную границу вероятности ошибки на бит приме-

нительно к «некогерентному» каналу с обобщенной «самонормализующейся» метрикой в условиях воздействия многочастотной и шумовых импульсных помех, вызывающих группирование ошибок, а также теплового шума. Найденные соотношения позволяют определить степень уязвимости канала связи перед различными типами помех, обосновать выбор параметров кода и параметра m

обобщенного «самонормализующегося» демодулятора хи и теплового шума.
для условий воздействия «наихудшей» импульсной поме-

Литература

1. Кларк Дж., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи: Пер. с англ. - М.: Радио и связь, 1987. - 392 с.
2. Simon MK, Omura JK, Scholtz RA, Levitt BK. Spread Spectrum Communications, vol.I-III, Rockville, MD: Computer Science, Maryland, 1985.
3. Miller L. E., Lee J. S., Kadrichi A. P. Probability of error analyses of a BFSK frequency-hopping system with diversity under partial-band jamming interference—Part III: Performance of square-law self-normalizing soft decision receivers//IEEE Transactions on Communication, vol. COM-34, pp. 669-675, July 1986.
4. Eng T. Anti-jam performance of a family of self-normalized diversity combiners // Proc. MILCOM '97, vol. 1, pp. 64 – 68.
5. Шевченко ВА. Верхняя аддитивная граница вероятности ошибки на бит в канале с «жесткими» решениями в условиях воздействия случайной импульсной помехи.//Известия института инженерной физики, 2010. - № 3, С. 43-47.
6. Верхняя вероятности граница вероятности ошибки для двоичных кодов в некогерентных каналах связи с «самонормализующейся» метрикой в присутствии импульсной помехи и теплового шума//Двойные технологии, 2011. № 3.С. 64-71.
7. Кузьмин О.В. Рекуррентные соотношения и перечислительные интерпретации некоторых комбинаторных чисел и полиномов.// Дискретная математика, 1994- том 6, вып. 3, С.39-49.
8. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина.: Пер. с англ. – М.:Наука, 1968. – 344 с.

Материал поступил в редакцию 29. 11. 2012 г.