УДК 004.89

© Максимов А.И., Тимушев А.Г.
Maksimov A., Timushev A.

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЦЕЛОСТНОСТИ И СОГЛАСОВАННОСТИ ЗНАНИЙ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

ENSURING INTEGRITY AND COHERENCE OF KNOWLEDGES IN INTELLIGENT INFORMATION SYSTEMS

Аннотация. *Статья посвящена одному из наиболее активно развивающихся направлений современных информационных технологий – интеллектуальным информационным системам. Основное внимание уделено вопросам обеспечения целостности и согласованности знаний в системах указанного класса.*

Annotation. *This paper is devoted to one of the most rapidly developing fields of modern information technology – intelligent information systems. The main attention is paid to ensure the integrity and coherence of knowledge in systems of specified class.*

Ключевые слова. *Базы знаний, организация логического вывода, моделирование рассуждений, алгебраические методы представления знаний.*

Key words. *Knowledge bases, inference procedure, modeling of reasoning, algebraic methods for knowledge representation.*

В числе вопросов обеспечения эффективности функционирования сложных интеллектуальных информационных систем одно из ведущих мест занимают вопросы обеспечение целостности и согласованности знаний. Для баз знаний большой размерности, к классу которых принадлежат базы знаний сложных интеллектуальных систем, вопросы обеспечения целостности и согласованности знаний имеют особую актуальность. В работах [1-3] рассмотрены подходы к организации знаний с помощью так называемых *многослойных E-структур* (*EM-структур*), применение которых в проблематике обеспечения целостности и согласованности знаний позволяют предложить достаточно простые и эффективные решения для данного класса задач. Напомним основные понятия, использованные в указанных работах, и рассмотрим основные положения указанных подходов применительно к задачам обеспечения целостности и согласованности знаний. Прежде всего напомним понятие *E-структуры* [3].

Рассмотрим конечную систему S множеств

$$S = <\varnothing, S_1, S_2,..., S_n, \neg S_1, \neg S_2,..., \neg S_n, U>, \qquad (1)$$

в которой S_i и $\neg S_i$ могут быть как конечными, так и бесконечными множествами (символом "¬" обозначено дополнение соответствующего множества). Универсум U определяется соотношением $\bigcup_{i=1}^{n} S_i \subseteq U$. При этом элементный состав множеств, содержащихся в S_i или в $\neg S_i$, может быть неизвестен. Пусть в системе S задана произвольная совокупность соотношений вида

$$X_k \subseteq \bigcap_{t \in I} X_t, \qquad (2)$$

где $I = \{1, 2, ..., n\}$ — множество индексов, в каждом из предложений типа (2), все индексы k, $t \in I$ попарно различны, X_i – один из элементов множества $\{S_i, \neg S_i\}$ для любого $i \in I$.

Определение 1. *E-структурой* называется система множеств типа (1), заданная конечной совокупностью соотношений типа (2), которые называются суждениями. Исходные суждения, с помощью которых определяется конкретная структура, называются посылками.

Можно проследить соответствие между компонентами *E-структуры* и некоторыми логическими понятия-

Максимов Андрей Иванович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории автоматизированных систем управления НИИ СП им. Н.В. Склифосовского, тел. 8-903-215-81-91;
Тимушев Алексей Георгиевич – доктор технических наук, профессор, Центральный научно-исследовательский институт экономики, информатики и систем управления.

Maksimov Andrey – Ph.D. of technical sciences, senior staff scientist, laboratory for automatic control systems, Sklifosovsky research institute of emergency medicine, tel. 8-903-215-81-91;
Timushev Alexey – doctor of technical sciences, professor Central research institute of economy, informaticses and managerial systems.

ми. Элементы множества символов $B = \{S_1, S_2, \ldots, S_n, \neg S_1, \neg S_2, \ldots, \neg S_n\}$ являются базовыми терминами (при этом $\neg S_i$ соответствует отрицанию S_i); элементы множества символов $\{\varnothing, U\}$ являются константами — они соответствуют логическим константам *False* и *True*. Соотношения типа (2) в *E-структуре* являются обобщением известных в традиционной логике типов суждений. В частности, суждению "Все S_i есть S_k" соответствует соотношение $S_i \subseteq S_k$, а суждению "Все S_i не есть S_k" - соотношение $S_i \subseteq \neg S_k$. В качестве суждений *E-структуры* допускаются соотношения, которые не соответствуют ни одному из известных в аристотелевской силлогистике типов суждений, например, соотношение $\neg S_2 \subseteq (S_1 \cap \neg S_3)$.

Одно из свойств *E-структур* заключается в том, что каждое суждение типа (2) может быть сведено к совокупности элементарных суждений типа

$X_i \subseteq X_k$, где $X_i \in \{S_i, \neg S_i\}$, $X_k \in \{S_k, \neg S_k\}$,

в которых содержатся по два термина. В силу этого систему суждений, заданных в посылках, можно представить в виде графа, в котором каждая ориентированная дуга $X_i \rightarrow X_k$ соответствует соотношению включения между парами множеств или соотношению между субъектами и предикатами в традиционных суждениях. Каждую конкретную *E-структуру* можно рассматривать как аксиоматическую систему, в которой посылки играют роль аксиом, а правила вывода определены в соответствии с законами этой системы. Правилами вывода *E-структуры* являются:

- правило контрапозиции: $\forall(X, Y)$: $(X \subseteq Y) \rightarrow (\neg Y \subseteq \neg X)$;
- правило транзитивности: $\forall(X, Y, Z)$: $(X \subseteq Y)$ & $(Y \subseteq Z) \rightarrow (X \subseteq Z)$.

Рассмотренная модель представления знаний имеет одно существенное ограничение, связанное с ограниченностью базового несущего множества (универсума), на котором заданы термины (литералы) и отношения между ними. В случае существенно более сложной предметной области, базовые понятия которой невозможно отнести к одному однородному множеству, представленная модель не может быть применена. Для расширения границ применимости рассмотренных моделей знаний в работе [1] вводится более универсальный формальный аппарат, основанный на использовании средств многоосновных алгебраических систем и позволяющий строить представления знаний для нескольких несущих множеств.

Рассмотрим многоосновную алгебраическую систему $A = \langle A_1,\ldots,A_n;\ \Omega_F;\ \Omega_R \rangle$, где $A_1,\ldots,A_n$ – непустые непересекающиеся множества, Ω_F – множество операций, определенных на некоторых декартовых произведениях множеств $A_1,\ldots,A_n$, Ω_R – множество отношений между элементами некоторых из множеств $A_1,\ldots,A_n$. Введем понятие многослойной *E-структуры*. Множества $A_1,\ldots,A_n$, которые будем рассматривать как соответствующие универсальные множества (универсумы), обозначим согласно с общепринятыми обозначениями соответственно как $U_1,\ldots,U_n$. На каждом из универсальных множеств зададим некоторые структуры $E_1^{\,i},\ldots, E_n^{\,i}$ в соответствии с рассмотренными ранее правилами описания *E-структур*.

Определение 2. *Многослойной E-структурой* $M^{(n)}$ будем называть математический объект, состоящий из системы множеств $(\varnothing, U_1,\ldots,U_n)$, некоторой совокупности структур $E_1^{\,i},\ldots, E_n^{\,i}$, соответственно заданных (определенных) на указанных универсальных множествах $U_1,\ldots,U_n$ и некоторого множества отношений $\omega^i \in \Omega_R$.

В отличие от "однослойных", или линейных *E-структур*, многослойные структуры будем называть *EM-структурами*. Верхний индекс (указанный в круглых скобках) в обозначении некоторой *EM-структуры* $M^{(n)}$ соответствует числу слоев (базовых универсальных множеств), т.е. характеризует (определяет) размерность указанной структуры.

Рассмотрим организацию логического вывода в *EM-структурах*. Пусть имеем некоторое семейство базовых множеств $\{U_1, U_2, \ldots, U_n\}$, на которых задана *EM-структура* $M^{(n)}$, определенная в многоосновной алгебраической системе без операций $\langle U_1,\ldots,U_n;\ \Omega_R \rangle$, где $U_1,\ldots,U_n$ – непустые непересекающиеся множества, Ω_R – множество отношений между элементами некоторых из множеств $U_1,\ldots,U_n$.

Для каждого слоя структуры $M^{(n)}$, т.е. для каждого из базовых универсальных множеств $U_1,\ldots,U_n$ определены линейные *E-структуры* $E_1,\ldots, E_n$, т.е. имеем

$M^{(n)} = \langle U_1,\ldots,U_n;\ E_1,\ldots, E_n;\ \Omega_R \rangle$.

Определим способ логического вывода для структуры $M^{(n)}$.

Напомним, что правилами вывода линейной *E-структуры* являются правило контрапозиции и правило транзитивности, последовательное применение которых для каждого слоя структуры $M^{(n)}$ позволяет получить развернутые представления знаний $Z_1,\ldots,Z_n$ для соответствующих слоев $U_1,\ldots,U_n$, т.е. имеем $E_1,\ldots, E_n \rightarrow Z_1,\ldots,Z_n$. Применяя к $Z_1,\ldots,Z_n$ соответствующие отношения из Ω_R, получаем отображение $Z_1,\ldots,Z_n \rightarrow Y_1,\ldots,Y_n$, т.е. $\Omega_R\,(Z_1,\ldots,Z_n) \rightarrow Y_1,\ldots,Y_n$.

Совокупность терминов (литералов) системы множеств $Y_1,\ldots,Y_n$ является результатом логического вывода для структуры $M^{(n)}$.

В основу построения процедур обеспечения целостности баз знаний положен ряд свойств *EM-структур*, позволяющих достаточно удобно и эффективно отслеживать логическую непротиворечивость в базах знаний большой размерности с помощью эффективных алгоритмов.

Рассмотрим указанные свойства *ЕМ-структур*.

Логические некорректности в рассматриваемых базах знаний являются следствиями коллизий в соответствующих *ЕМ-структурах*.

Определение 3. Коллизиями *ЕМ-структуры* называются следующие ситуации, появляющиеся при построении *СТ-замыкания* (т.е.структуры, которая содержит все исходные суждения и все следствия, полученные в результате применения правил вывода):

• *коллизия парадокса*: появление в *СТ-замыкании* по крайней мере одного из суждений типа $X \rightarrow \neg X$ или $\neg X \rightarrow X$;

• *коллизия цикла*: появление в графе *СТ-замыкания,* по крайней мере, одного цикла. (Напомним, что циклом в графе называется путь, который начинается и заканчивается в одной и той же вершине).

Простейшим случаем *коллизии парадокса* является соединение в одной структуре двух *контрарных* суждений, например, $A \rightarrow B$ и $A \rightarrow \neg B$. Графическое (графовое) представление этой пары суждений изображено на рис.1. Примером такой контрарной пары могут быть, в частности, такие суждения: ”Все министры живут в Греции” и “Все министры не живут в Греции”. Если построить контрапозиции исходных посылок, то окажется, что между терминами A и $\neg A$ появились два пути, которые приводят к следствию $A \rightarrow \neg A$ (рис. 2). Содержательно такое суждение говорит о том, что все министры не являются министрами. Причем получить это следствие можно двумя путями: $A \rightarrow B \rightarrow \neg A$ и $A \rightarrow \neg B \rightarrow \neg A$.

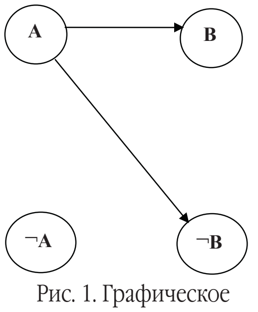

Рис. 1. Графическое представление пары суждений

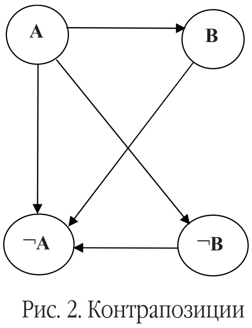

Рис. 2. Контрапозиции исходных посылок

Другой простой случай коллизии пар адокса для пары разных терминов и их отрицаний можно получить, если соединить в одной структуре два суждения $A \rightarrow B$ и $\neg A \rightarrow B$. Сделав аналогичные построения, получим уже другую коллизию парадокса $\neg A \rightarrow A$. Здесь пустым оказывается базовый термин $\neg A$, а роль универсума берет на себя термин A.

Другим типом коллизии в рассматриваемых структурах является *коллизия цикла*. Рассмотрим сначала простой цикл между двумя терминами: $A \rightarrow B \rightarrow A$. Если сопоставить этот цикл с отношением включения между множествами, то окажется, что в данном случае этот цикл означает, что справедливы два отношения включения $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$. Это в свою очередь означает, что множества A и B равны друг другу, и соответственно термины, которые обозначают эти множества, имеют одно и то же содержание.

Из законов алгебры множеств следует, что для любой последовательности включений множеств, образующих цикл типа $A \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow \dots \rightarrow A$, справедливо равенство всех множеств, содержащихся в цикле. Если построить граф этого рассуждения и применить к посылкам правило контрапозиции, получим другой (противоположный) цикл, а именно: $\neg A \rightarrow \neg B \rightarrow \neg C \rightarrow \dots \rightarrow \neg A$.

В традиционной логике такая ситуация определяется как логическая ошибка ”круг в обосновании”, или “порочный круг”.

Для распознавания коллизии цикла алгоритмическим способом нужно использовать *СТ-замыкание* исследуемой структуры. При этом используется следующий критерий:

Если в *СТ-замыкании* некоторого слоя *ЕМ-структуры* существуют пары (*E, M*), у которых литерал *E* является элементом множества *M*, то в данном слое *ЕМ-структуры* имеется коллизия цикла, в противном случае коллизия цикла отсутствует.

Анализ коллизий позволяет разделить все типы *ЕМ-структур* на два класса: корректные и некорректные.

Определение 4. Корректной называется *ЕМ-структура,* если в каждом из ее слоев не содержится коллизий, в противном случае такая *ЕМ-структура* называется *некорректной.*

Рассмотрим пример использования формальных способов анализа корректности *ЕМ-сруктур* для построения процедур обеспечения целостности баз знаний.

Возьмем, например, предметную область, в которой некоторыми социальными службами проводятся социологические исследования, результаты которых сохраняются в базе знаний, оснащенной некоторым сервисным инструментарием. Информационной основой такой системы может служить *ЕМ-ориентированная* онтологическая модель предметной области.

Рассмотрим небольшой фрагмент онтологии указанной предметной области и покажем, что использование *ЕМ-формализмов* позволяет существенно упростить и повысить эффективность одного из наиболее сложных и трудоемких этапов жизненного цикла системы – поддержки семантической целостности и непротиворечивости онтологической модели предметной области.

Пусть в одном из фрагментов онтологической модели фиксируется информация о различных увлечениях жителей некоторого гипотетического населенного пункта *N*.

Опишем фрагмент онтологии в терминах *ЕМ-представлений*. Для избежания громоздкости рассмотрение проведем для одного из слоев исследуемой системы знаний.

Пусть на универсуме $\boldsymbol{U}$, представляющем множество жителей населенного пункта $\boldsymbol{N}$, определены следующие литералы (термины):

$\boldsymbol{R_1}$ – жители, имеющие определенные, ярко выраженные увлечения (здесь и далее в изложении будет использоваться сокращенное наименование терминов, но при этом следует помнить, что каждый термин представляет собой множество; для данного термина имеется в виду множество жителей, имеющих определенные, ярко выраженные увлечения);

$\boldsymbol{R_2}$ – любители классического балета;

$\boldsymbol{R_3}$ – любители футбола;

$\boldsymbol{R_4}$ – любители хоккея.

Пусть в онтологическую модель предметной области предполагается ввести следующие отношения:

$\boldsymbol{R_1} \subseteq \boldsymbol{R_2} \cap \neg\boldsymbol{R_3}$ (“увлеченные” люди, любящие балет и не любящие футбол);

$\boldsymbol{R_2} \subseteq \neg\boldsymbol{R_4}$ (любители балета, не любящие хоккей);

$\neg\boldsymbol{R_3} \subseteq \neg\boldsymbol{R_4}$ (“нелюбители” футбола, любящие хоккей).

Возникает вопрос – корректно ли введение в онтологическую модель указанных отношений?

Чтобы ответить на поставленный вопрос, выполним некоторые построения. Соотношения включения обозначим, используя стрелки. Например, вместо $\boldsymbol{R_1} \subseteq (\boldsymbol{R_2} \cap \neg\boldsymbol{R_3})$ запишем $\boldsymbol{R_1} \rightarrow (\boldsymbol{R_2}, \neg\boldsymbol{R_3})$ и построим граф исходных посылок (рис. 3), а затем для каждого элементарного суждения построим его контрапозицию (рис. 4, новые следствия показаны пунктирными дугами).

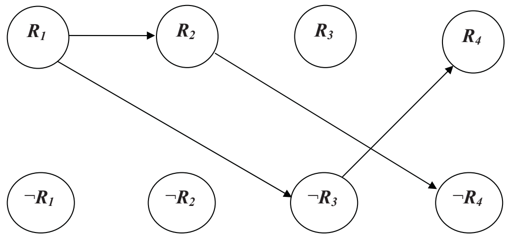

Рис. 3. Граф исходных посылок

Выберем минимальный литерал (т.е. тот, в который не входит ни одна дуга). Им оказался литерал $\boldsymbol{R_1}$. Построим из этого литерала возможные пути:

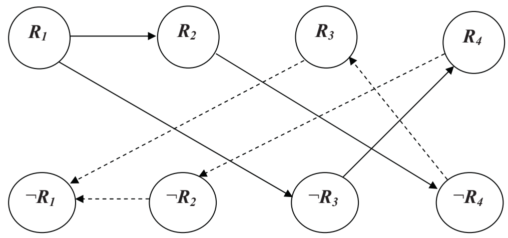

Рис. 4. Контрапозиции элементарных суждений

1-й путь: $\boldsymbol{R_1} \rightarrow \boldsymbol{R_2} \rightarrow \neg\boldsymbol{R_4} \rightarrow \boldsymbol{R_3} \rightarrow \neg\boldsymbol{R_1}$;

2-й путь: $\boldsymbol{R_1} \rightarrow \neg\boldsymbol{R_3} \rightarrow \boldsymbol{R_4} \rightarrow \neg\boldsymbol{R_2} \rightarrow \neg\boldsymbol{R_1}$.

В обоих случаях получена коллизия парадокса, из чего следует, что рассмотренная система терминов и отношений противоречива и в представленном виде не может быть добавлена в онтологическую модель предметной области.

Распознавать коллизию парадокса в *ЕМ-структурах* непосредственно по схеме далеко не всегда удобно, особенно когда в структуре много литералов. Поэтому рассмотрим другой способ (метод) распознавания коллизий в *ЕМ-структурах*, основанный на использовании некоторых положений теории частично упорядоченных множеств [3,4].

Проведем краткое рассмотрение необходимых (требуемых) положений.

Отношение частичного порядка является обобщением бинарных отношений, таких, как "меньше или равно" (≤) для чисел и "включено или равно" (⊆) для множеств. Обозначение "≤" будет использоваться не только для обозначения отношения "меньше или равно" на множестве чисел, упорядоченных по величине, но и для обозначения произвольного отношения частичного порядка.

Формально отношение частичного порядка определяется как заданное на множестве *X* бинарное отношение со следующими свойствами:

1) рефлексивности: $a \leq a$ для любого $a \in X$;

2) транзитивности: если $a \leq b$ и $b \leq c$, то $a \leq c$;

3) антисимметричности: из $a \leq b$ и $b \leq a$ следует $a = b$;

где *a, b* и *c* – произвольные элементы частично упорядоченного множества *X*.

Среди всех отношений частичного порядка наиболее простым в структурном отношении является линейный порядок, когда для любой пары разных элементов (*a, b*) множества определено либо $a \leq b$, либо $b \leq a$.

Далее вместо термина "частично упорядоченное множество" будем использовать термин *у-множество*.

Рассмотрим два понятия теории *у-множеств* – понятия верхнего и нижнего конусов, которые позволяют существенно упростить решение некоторых задач анализа рассуждений, предварительно определив понятия наименьшего и наибольшего элементов.

Определение 5. Наименьшим элементом *у-множества М* (если он существует) называется элемент d такой, что $d \le a$ для любого элемента $a \in M$.

Определение 6. Наибольшим элементом *у-множества М* (если он существует) называется элемент d такой, что $a \le d$ для любого элемента $a \in M$.

Если в качестве отношения частичного порядка выбрать отношение включения, то в этом отношении наименьшим элементом является пустое множество ($\varnothing$) (оно включено в любое множество), а наибольшим является универсум (в него включено любое множество системы).

Пусть A — произвольное подмножество *у-множества М* (т.е. $A \subseteq M$). Определим для множества A верхний и нижний конусы.

Определение 7. *Нижним конусом* $A^{\triangledown}$ множества A называется множество всех таких элементов x, принадлежащих множеству M, каждый из которых меньше или равен ($\le$) относительно любого элемента a, принадлежащего множеству A.

Определение 8. Верхним конусом $A^{\vartriangle}$ множества A называется множество всех таких элементов x, принадлежащих множеству М, для каждого из которых любой элемент из множества A будет меньше или равен ($\le$) ему.

Нижний и верхний конусы можно определять не только для подмножеств, но и для элементов *у-множества М*. Если *у-множество* изображено в виде ориентированного графа, то верхний и нижний конус для любого элемента X можно "вычислить", используя свойство достижимости:

- *верхний конус элемента* X – это множество элементов, в которое входит сам элемент X и все элементы, достижимые из X;
- *нижний конус элемента* X – это множество элементов, в которое входит сам элемент X и все элементы, из которых X достижимо.

Например, на множестве чисел $M = \{2, 4, 5, 7\}$, упорядоченном по величине, нижним конусом числа 4 является множество {2, 4}, а верхним — {4, 5, 7}. Если рассмотреть *у-множество*, показанное на рис. 5, то

$r^{\triangledown} = \{p, q, r\}$ и $r^{\vartriangle} = \{r, s, t, u\}$.

Рассмотрим две теоремы, связанные с конусами. С помощью первой теоремы можно вычислить верхние и нижние конусы не для отдельных элементов, а для некоторых их совокупностей. По смыслу верхние конусы для некоторого множества M элементов должны содержать такие элементы, которые одновременно достижимы из каждого элемента множества M. Аналогично, если вычисляется нижний конус для множества M, то он должен содержать такие элементы, каждый из которых предшествуют любому элементу из множества M. Тогда верхний и нижний конусы для этого множества можно вычислить в соответствии со следующей теоремой.

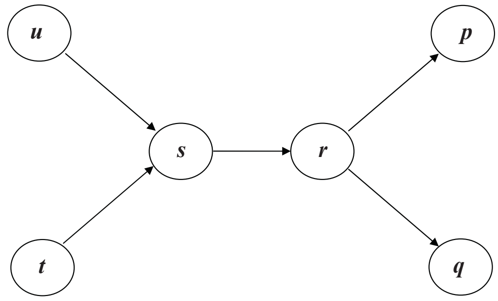

Рис. 5. У-множество

Теорема 1. Пусть в произвольном *у-множестве* выбрано некоторое подмножество $M = \{q_1, q_2, \dots q_n\}$ его элементов. Тогда

(i) $M^{\vartriangle} = q_1^{\vartriangle} \cap q_2^{\vartriangle} \cap \dots \cap q_n^{\vartriangle}$;

(ii) $M^{\triangledown} = q_1^{\triangledown} \cap q_2^{\triangledown} \cap \dots \cap q_n^{\triangledown}$.

Для иллюстрации соотношений, связанных с конусами, рассмотрим граф, изображающий диаграмму Хассе некоторого *у-множества* (рис. 6).

По этому рис. 6, используя свойство достижимости, можно легко вычислить верхние и нижние конусы любых элементов. Например:

$R^{\vartriangle} = \{R, G, F, Q\}$ (элемент R содержится в верхнем конусе по определению, а остальные элементы введены как достижимые из R);

$M^{\vartriangle} = \{M, N, G, F, Q\}$; $D^{\vartriangle} = \{D\}$; $C^{\vartriangle} = \{C, D\}$;

$D^{\triangledown} = \{D, C, A\}$ (элемент D содержится в нижнем конусе по определению, а элементы C и A введены в нижний конус, поскольку из них достижим элемент D);

$R^{\triangledown} = \{R, A\}$; $M^{\triangledown} = \{M\}$; $C^{\triangledown} = \{C, A\}$, $G^{\triangledown} = \{G, M, R, A\}$.

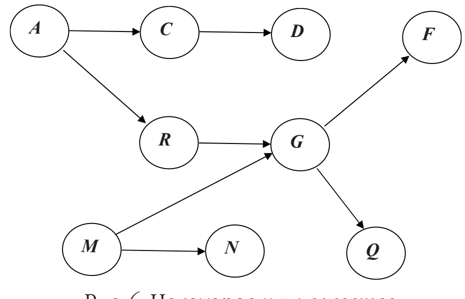

Рис. 6. Некоторое *у-множество*

Зная верхние или нижние конусы элементов, можно по теореме 1 легко вычислить соответственно верхние и нижние конусы для множеств, состоящих их этих элементов. Например:

$\{R, M\}^{\vartriangle} = R^{\vartriangle} \cap M^{\vartriangle} = \{R, G, F, Q\} \cap \{M, N, G, F, Q\} = \{G, F, Q\}$;

$\{R, C\}^{\vartriangle} = R^{\vartriangle} \cap C^{\vartriangle} = \{R, G, F, Q\} \cap \{C, D\} = \varnothing$.

Посмотрев на рис. 6, можно убедиться, что в графе нет ни одной вершины, которая достижима как из R, так и из C).

$\{R, M\}^{\triangledown} = R^{\triangledown} \cap M^{\triangledown} = \{R, A\} \cap \{M\} = \varnothing$;

$\{R, C\}^{\triangledown} = R^{\triangledown} \cap C^{\triangledown} = \{R, A\} \cap \{C, A\} = \{A\}$.

Рассмотрим еще одно соотношение, связанное с конусами.

Теорема 2. Пусть r и q — различные элементы *y-множества,* при этом $r \le q$. Тогда для верхних и нижних конусов этих элементов соблюдаются соотношения $q^{\vartriangle} \subseteq q^{\vartriangle}$ и $r^{\vartriangle} \subseteq q^{\vartriangle}$.

Например, для *y-множества*, изображенного на рис. 6, элементы A и G – сравнимы, т.е. $A \le G$ (элемент A предшествует элементу G). Построим верхние и нижние конусы этих элементов

$A^{\vartriangle} = \{A, C, D, R, G, F, Q\}$; $G^{\vartriangle} = \{G, F, Q\}$;

$A^{\triangledown} = \{A\}$; $G^{\triangledown} = \{G, R, A, M\}$.

Сравнивая эти конусы по включению, видим, что в соответствии с теоремой 2 соблюдаются следующие соотношения: $G^{\vartriangle} \subseteq A^{\vartriangle}$ и $A^{\triangledown} \subseteq G^{\triangledown}$. Если же выбрать для анализа пару элементов, для которых отношение "≤" не имеет места (например, элементы Q и N на рис. 6), то увидим, что для них соотношения, сформулированные в теореме 2, не верны.

Рассмотрим еще два понятия *y-множеств* – понятия минимального и максимального элементов, поскольку они существенно отличаются от рассмотренных выше понятий наименьшего и наибольшего элементов.

Из вышеизложенного известно, что если в структуре существует наименьший элемент, то он меньше любого другого элемента этого *y-множества*. Но существуют элементы (в алгебре их иногда называют атомами), которые больше наименьшего, но при этом обладают одним удивительным свойством. Предположим, что элемент A – атом, а X_i – произвольный элемент этого *y-множества*, кроме наименьшего. Тогда при сравнении атома A с любым элементом X_i возможны только два варианта:

$A \le X_i$ либо элементы A и X_i несравнимы. Атомы в отличие от наименьших элементов называются минимальными элементами.

Если в структуре имеется наименьший элемент, то в этом случае минимальными элементами являются другие элементы, которые больше наименьшего, но при этом непосредственно примыкают к нему.

Максимальные элементы в *y-множествах* определяются аналогично. Максимальные элементы (в алгебре они иногда называются коатомами) – это элементы, обладающие следующими свойствами:

- если наибольший элемент существует, то максимальные элементы непосредственно предшествуют наибольшему элементу;
- любой элемент *y-множества* (кроме наибольшего) либо предшествует максимальному элементу, либо не сравним с ним.

Вернемся к рассмотрению способа (метода) распознавания коллизий в *ЕМ-структурах.* Рассмотренные свойства верхних конусов позволяют сформулировать необходимое и достаточное условие существования этой коллизии. Для этого необходимо выполнить следующие действия:

- выбрать верхние конусы всех минимальных элементов структуры (верхние конусы минимальных элементов называются максимальными верхними конусами);
- в каждом из выбранных конусов проверить наличие или отсутствие пар альтернативных литералов (например, A и $\neg A$).
- использовать следующий критерий распознавания коллизии парадокса: *если хотя бы в одном из максимальных верхних конусов встречается пара альтернативных литералов, то в структуре имеется коллизия парадокса, в противном случае коллизия парадокса отсутствует.*

Так, в структуре из ранее рассмотренного примера, представленного на рис. 3, существует только один минимальный элемент – R_1, следовательно, имеется только один максимальный верхний конус

$(R_1, \{R_1, R_2, \neg R_4, R_3, \neg R_1, \neg R_3, R_4, \neg R_2\})$,

в котором содержится 4 пары альтернативных литералов. Это говорит о том, что в структуре имеется коллизия парадокса.

Рассмотренный пример иллюстрирует основные принципы и формальные методы, положенные в основу построения процедур обеспечения целостности и согласованности знаний, которые могут быть реализованы в виде набора специализированных программ (утилит), активизирующихся автоматически при добавлении новых знаний в информационную среду.

Литература

1. Максимов А.И., Тимушев А.Г. Активные интеллектуальные информационные среды и вопросы организации баз знаний в сложных проблемных областях. – Вопросы оборонной техники, сер3, Выпуск 1, 2007.

2. Максимов А.И. Организация логического вывода в диагностических системах. – Двойные технологии, № 2, 2009.

3. Кулик Б.А. Логика естественных рассуждений. – СПб, Невский диалект, 2001.

4. Мальцев А.И. Алгебраические системы. – М., "Наука", 1970.

Материал поступил в редакцию 30. 05. 2010 г.