

© Захаров П. П.
Zakharov P.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ГОРНОГО ПЛАСТА В ПРИЗАБОЙНОЙ ЗОНЕ

NUMERICAL SIMULATION OF ROCK LAYER DEFORMATION DYNAMICS AND FRACTURING NEAR WELL-BORE

Аннотация. Статья посвящена численному моделированию в двумерной плоской постановке процесса необратимого микроразрушения среды в призабойной зоне при внезапном снятии нагрузки. В качестве модели, описывающей горную породу, используется модель повреждаемой термоупругопластической среды с двумя параметрами повреждаемости. Представлены первые результаты моделирования, позволяющие оценить зоны разрушения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 09-01-00144.

Annotation. The paper presents numerical simulation of two dimensional flat state process of medium irreversible micro failure under rapid unloading. In the capacity of model describing rock material damageable thermoelastoplastic medium model with two scalar damage parameters is used. The calculation results enabling to estimate zones of failure are given

Ключевые слова. Численное моделирование, динамика деформирования, разрушение, горный пласт, призабойная зона.

Key words. Numerical simulation, dynamics of deformation, fracturing, near well-bore.

Введение

В инженерной практике различного целевого назначения широко используются создаваемые способом бурения искусственные горные выработки (полости) кругового сечения различного диаметра от несколько десятков мм (шпурь), сотни мм (скважины), тысячи мм (шахтные стволы). В технологической операции по бурению земной коры этих выработок важное значение имеет создание условий, при которых обеспечивается устойчивость от разрушения грунта (породы) со стороны внутренней поверхности выработки. В данной статье предложено численное решение одной из таких задач.

Характер разрушения горной породы связан с наличием в последней структурных неоднородностей различных масштабов – пор и трещин. В данной работе рассматривается численное моделирование динамики деформирования и разрушения горного пласта в призабойной зоне при резком снятии внутрискважинного давления. Плоскостью пласта является плоскость, нормальная к оси скважины. Основные принятые допущения

следующие:

- массовыми силами пренебрегается;
- параметры задачи не зависят от пространственной координаты, нормальной к плоскости пласта;
- предполагается плоская деформация пласта, задача решается в двумерной плоской постановке;
- пласт моделируется как повреждаемая упруго-пластическая среда;
- процесс деформирования считается адиабатическим.

Постановка задачи

Описание процесса будем производить в цилиндрической системе координат, ось Oz которой совпадает с осью скважины. Тогда любой параметр задачи есть функция пространственных координат r, θ и времени t .

Запишем уравнения массы, импульса и внутренней энергии в адиабатическом приближении в цилиндрической системе координат

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\dot{\epsilon}_r - \dot{\epsilon}_\theta; \quad (1)$$

Захаров Павел Петрович – аспирант, механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, тел. (495)543-36-76.

Zakharov Pavel – PhD student, Lomonosov Moscow State University, Department of mechanics and mathematics, tel. (495)543-36-76.

$$\rho \dot{v}_r = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r}; \quad (2)$$

$$\rho \dot{v}_\theta = \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 2 \frac{\sigma_{r\theta}}{r};$$

$$\rho c_\sigma \dot{T} + \alpha_v \dot{\sigma} T = S_r \dot{\epsilon}_r^p + S_\theta \dot{\epsilon}_\theta^p + S_z \dot{\epsilon}_z^p + 2S_{r\theta} \dot{\epsilon}_{r\theta}^p + A \dot{\alpha}^2 + \Lambda \dot{\omega}^2, \quad (3)$$

где точка сверху обозначает материальную производную по времени;

ρ – плотность;

v_r, v_θ – компоненты вектора скорости;

$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_{r\theta}$ – компоненты тензора напряжений, который раскладывается на шаровую и девиаторную части – σ и $S_r, S_\theta, S_z, S_{r\theta}$;

$\dot{\epsilon}_r, \dot{\epsilon}_\theta, \dot{\epsilon}_{r\theta}$ – компоненты тензора скоростей деформации;

$\dot{\epsilon}_r^p, \dot{\epsilon}_\theta^p, \dot{\epsilon}_z^p, \dot{\epsilon}_{r\theta}^p$ – пластические составляющие тензора скоростей деформации;

T – температура;

ω, α – скалярные параметры поврежденности среды;

c_σ – теплоемкость при постоянных напряжениях;

α_v – модуль объемного расширения;

Λ, A – ассоциированные к модели параметры среды, связывающие термические процессы с процессами накопления повреждений.

Скорости полных деформаций выражаются через компоненты вектора скорости следующим образом:

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{\partial v_r}{\partial r}; \quad \dot{\epsilon}_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r};$$

$$\dot{\epsilon}_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} \right) \quad (4)$$

и раскладываются на упругую и пластическую составляющие

$$\dot{\epsilon}_r = \dot{\epsilon}_r^e + \dot{\epsilon}_r^p; \quad \dot{\epsilon}_\theta = \dot{\epsilon}_\theta^e + \dot{\epsilon}_\theta^p; \quad (5)$$

$$\dot{\epsilon}_{r\theta} = \dot{\epsilon}_{r\theta}^e + \dot{\epsilon}_{r\theta}^p; \quad \dot{\epsilon}_z = \dot{\epsilon}_z^e + \dot{\epsilon}_z^p \equiv 0.$$

Относительно пластической деформации принимается стандартное предположение о несжимаемости

$$\dot{\epsilon}_r^p + \dot{\epsilon}_\theta^p + \dot{\epsilon}_z^p \equiv 0. \quad (6)$$

Система определяющих уравнений связанной модели повреждаемой термоупругопластической среды, полученная с использованием термодинамических принципов механики сплошной среды, имеет вид [2]

$$\dot{\sigma}' = K_0 \left(\dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_\theta - \alpha_v \dot{T} - \frac{\Lambda}{3} \dot{\omega} \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial \sigma} \right);$$

$$\left(S'_{ij} \right)^\nabla + \lambda S'_{ij} = 2\mu_0 \dot{\epsilon}_{ij} - 2A \dot{\alpha} \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial S'_{ij}}; \quad (7)$$

$$S'_{ij} S'_{ij} \leq \frac{2}{3} Y_0^2(\sigma); \quad Y_0 = c_1 \sigma + c_2,$$

где символом ∇ обозначена ямановская произво-

дная от компонент девиатора тензора напряжений

$$\left(S'_{ij} \right)^\nabla = \dot{S}'_{ij} - S'_{ij} \omega_{jk} - S'_{jk} \omega_{ik};$$

$\dot{\epsilon}'_{ij}$ – девиатор тензора скоростей деформации;

$\sigma' = \frac{\sigma}{(1-\omega)}, S'_{ij} = \frac{S_{ij}}{(1-\omega)(1-\alpha)}$ – шаровая и девиа-

торная части, по отношению к которым среда ведет как неповреждаемая;

K_0 и μ_0 – объемный модуль и модуль сдвига соответственно;

ω_{ij} – тензор вихря, компоненты выражаются через компоненты вектора скорости следующим образом:

$$\omega_r = \omega_\theta = 0; \quad \omega_{r\theta} = -\omega_{\theta r} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} - \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right). \quad (8)$$

Последнее соотношение из (7) – закон Мизеса-Шлейхера, связывающий предел упругости Y_0 и давление в пласте ($-\sigma$); c_1, c_2 – константы материала.

Система уравнений (1)–(8) замыкается кинематическими уравнениями для параметров повреждаемости ω, α

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega} = \frac{\sigma - \sigma^+}{4\eta_0} H(\sigma - \sigma^+) + \frac{\sigma - \sigma^-}{4\eta_0} H(\sigma^+ - \sigma); \quad (9)$$

$$\sigma^+ = -\frac{2}{3} Y_0 \ln \omega - p_0 \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^\gamma;$$

$$\sigma^- = +\frac{2}{3} Y_0 \ln \omega - p_0 \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^\gamma; \quad (10)$$

$$\dot{\alpha} = C \left(\frac{S_u}{(1-\omega)(1-\alpha)} - S_u^* \right) \times$$

$$\times H \left(\frac{S_u}{(1-\omega)(1-\alpha)} - S_u^* \right), \quad (11)$$

где η_0 – динамическая вязкость материала;

p_0 – начальное давление газа, заполняющего поры (горное давление);

γ – показатель адиабаты газа;

ω_0 – начальная пористость;

$S_u = \sqrt{S_{ij} S'_{ij}}$ – интенсивность девиатора тензора напряжений;

S_u^* – константа материала;

$H(\dots)$ – единичная функция Хэвисайда.

Из соотношений (9)–(11) видно, что параметр поврежденности связан с шаровой частью тензора напряжений и в зависимости от того, какой член из правой части (9) включается, может расти или уменьшаться. Этот параметр описывает повреждения типа микропор. Параметр связан с интенсивностью девиатора тензора напряжений и описывает сдвиговое разрушение.

В качестве критерия начала макроразрушения используется энтропийный критерий предельной удельной диссипации

$$D = \frac{1}{a_0} \int_0^{t_*} \frac{1}{\rho_0} (S_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p + \Lambda \dot{\omega}^2 + A \dot{\alpha}^2) dt = D_*, \quad (12)$$

где t_* – время начала разрушения;

D_* – предельная удельная диссипация, константа материала;

$d_M = S_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p$ – механическая диссипация за счет необратимых пластической деформации;

$d_F = A \dot{\alpha}^2 + \Lambda \dot{\omega}^2$ – диссипация континуального разрушения. В местах, где выполнен критерий, предполагается разрушение типа трещинообразования. Подобная модель использовалась для расчета задачи о гидроразрыве нефтеносного пласта [1].

Для решения задачи необходимо задать начальные и граничные условия.

Начальные и граничные условия

Изначально горный пласт находится в состоянии покоя, поэтому $v_r = v_\theta = 0$ в момент времени $t=0$. Также необходимо задать начальные распределения напряжений $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_{r\theta}$ в пласте (самоуравновешенные), температуры T , значений параметров поврежденности α, ω как функции пространственных переменных r, θ .

В качестве начального распределения напряжений в горном пласте используется решение следующей статической линейно-упругой задачи: рассматривается бесконечная плоская пластина с круглым вырезом; на бесконечности в двух взаимно перпендикулярных направлениях приложены сжимающие напряжения S_1 и S_2 , соответствующие горному давлению. В общем случае $S_1 \neq S_2$, что моделирует неравномерность горного пласта. На грани круглого выреза приложено сжимающее напряжение S_3 , которое соответствует внутрискважинному давлению.

Распределение напряжений для данной задачи имеет следующий вид [3]:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{S_1 + S_2}{2} + \frac{S_1 - S_2}{2} \cos 2\theta + \\ &+ \frac{a^2}{r^2} \left(S_3 - \frac{S_1 + S_2}{2} - 2(S_1 - S_2) \cos 2\theta \right) + \\ &+ \frac{a^4}{r^4} \left(\frac{3}{2} (S_1 - S_2) \cos 2\theta \right); \\ \sigma_\theta &= \frac{S_1 + S_2}{2} - \frac{S_1 - S_2}{2} \cos 2\theta + \\ &+ \frac{a^2}{r^2} \left(-S_3 + \frac{S_1 + S_2}{2} \right) + \frac{a^4}{r^4} \left(-\frac{3}{2} (S_1 - S_2) \cos 2\theta \right); \\ \sigma_z &= \nu (\sigma_r + \sigma_\theta); \\ \sigma_{r\theta} &= -\frac{S_1 - S_2}{2} \sin 2\theta - \frac{a^2}{r^2} (2(S_1 - S_2) \sin 2\theta) + \\ &+ \frac{a^4}{r^4} \left(\frac{3}{2} (S_1 - S_2) \sin 2\theta \right), \end{aligned} \right. \quad (13)$$

где ν – коэффициент Пуассона

a – радиус скважины.

В момент времени $t=0$ происходит резкое падение внутрискважинного давления с величины $|S_3|$ на величину Δp . В расчетах принято $|S_3| = \Delta p$. Поэтому одним из граничных условий является условие свободной поверхности на стенке скважины.

Далее, поскольку задача решается численно, с использованием лагранжевой сетки, то расчетная область должна быть конечной. Таким образом, возникает необходимость постановки корректных граничных условий на внешней границе расчетной области. Здесь возможны несколько подходов.

Первый подход основан на том, что интересует решение задачи непосредственно вблизи от скважины и в первые моменты времени, поскольку возмущения идут от стенки скважины. Тогда в качестве значения радиуса внешней границы можно взять достаточно большое значение, чтобы время прохождения волн от стенки скважины до внешней границы и обратно было больше времени интересующих процессов – зарождение и развитие макроразрушений. При таком подходе на внешней границе задаются «мягкие» граничные условия

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} = \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} = 0.$$

Следующий вариант это использование вязкого демпфирующего внешнего слоя ячеек. Однако здесь существуют аспекты, требующие отдельного исследования.

Третий подход основан на том, что, как показывают предварительные расчеты, область пластических деформаций находится непосредственно вблизи скважины. Поэтому на определенном расстоянии от скважины фактически решается упругая задача, и можно поставить неотражающие граничные условия непосредственно через математическую формулировку.

Некоторые аспекты численного алгоритма

Задача решается численно на лагранжевой сетке, которая движется и деформируется вместе со средой, явным конечно-разностным методом типа Уилкинса [4]. Расчетная область (кольцо) покрывается прямоугольной сеткой. Для аппроксимации частной производной по какой-либо пространственной переменной используются формулы Грина:

$$\iint_D \frac{\partial P}{\partial x} dx dy = \oint_{\partial D} P dy; \quad \iint_D \frac{\partial P}{\partial y} dx dy = -\oint_{\partial D} P dx. \quad (14)$$

Так для вычисления производной $\partial P / \partial x$ параметра P , значения которого вычисляются в центре ячейки, в узле k первое соотношение из (18) надо аппроксимиро-

вать следующим выражением:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_k \cdot S_D = \oint_{\partial D} P dy, \quad (15)$$

где S_D – площадь области D , ограниченная контуром интегрирования ∂D .

Контур интегрирования изображен на рис.1.

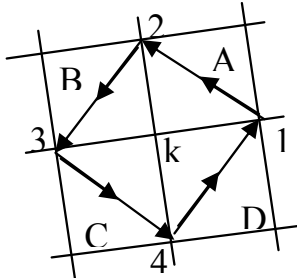


Рис. 1. Контур интегрирования

Окончательно аппроксимация $\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_k$ запишется следующим образом:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_k \approx \frac{P_A(y_2 - y_1) + P_B(y_3 - y_2) + P_C(y_4 - y_3) + P_D(y_1 - y_4)}{S_d} \quad (16)$$

Поскольку решается задача о внезапной (ударной) разгрузке, то необходимо ввести схемную вязкость. В данной работе использовалось осреднение скоростей по Лаксу. Конечно-разностный аналог для уравнения движения, который можно представить в виде

$$v_k^{n+1/2} = v_k^{n-1/2} + \tau \cdot f(\rho_k^n, \sigma_k^n, \dots),$$

заменяется следующим выражением:

$$v_k^{n+1/2} = \gamma \hat{v}_k^{n-1/2} + (1 - \gamma)v_k^{n-1/2} + \tau \cdot f(\rho_k^n, \sigma_k^n, \dots), \quad (17)$$

где

$$\gamma = \min\{1; \gamma_0 + \kappa |\hat{v}_k^{n-1/2} - v_k^{n-1/2}|\};$$

$$\hat{v}_k^{n-1/2} = 0.5(\max_{l \in \Omega} v_l^{n-1/2} + \min_{l \in \Omega} v_l^{n-1/2});$$

γ_0, κ – константы, для которых использовались формулы, полученные экспериментальным подбором для задач о соударении пластин

$$\gamma_0 = \frac{V_0}{a_0}; \quad \kappa = \frac{5}{V_0}; \quad \text{где } V_0 = \frac{|S_3|}{\rho_0 a_0}. \quad (18)$$

Результаты расчетов

Численные эксперименты проводились для следующих значений параметров: $S_1 = -40$ МПа; $S_2 = -60$ МПа; $S_3 = -35$ МПа; $\rho_0 = 2000$ кг/м³; $K_0 = 35,75$ ГПа; $\mu_0 = 16,5$ ГПа; $\eta_0 = 100$ Па·с; $\Lambda = 1500$ Па·с; $c_1 = -0,09$; $c_2 = -0,04$ ГПа; $\gamma = 1,4$; $D_* = 334,4$ Дж/кг; $\omega_0 = 0,1$. Значения других ассоциированных параметров предварительно подбирались на основе определенных физических соображений. Так, использовались следующие значения: $A = 250$ Па·с; $C = 0,00022$ (Па·с)⁻¹; $S_u = 32,5$ МПа.

На рис. 2 изображен график скорости различных

точек стенки скважины в зависимости от времени, из которого видно, что через определенное время стенка останавливается. Тем самым можно оценить характерное время процесса деформирования и возможного разрушения.

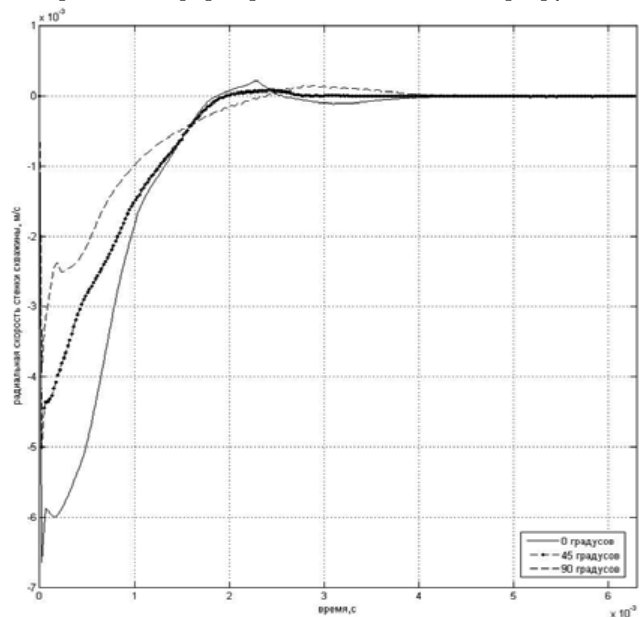


Рис.2. Скорость стенки скважины

Ниже на рис. 3 приведены графики радиально-го напряжений для различных углов в последовательные моменты времени (слева направо). Отчетливо прослеживается прохождение волны разгрузки пласта, идущей от стенки скважины, однако уровень положительных (растягивающих) напряжений при данных значениях S_1, S_2 и S_3 не достигается.

На рис. 4 изображена волновая картина для кольцевых напряжений. Поскольку после освобождения стенки от давления среда устремляется внутрь, то в радиальном направлении напряжения уменьшаются, а в кольцевом направлении среда, наоборот, сжимается, и соответствующие сжимающие напряжения в абсолютном значении увеличиваются.

На рис. 5 показано окончательное распределение удельной диссипации. Видно, что разрушение по критерию (12) может произойти непосредственно вблизи стенки скважины со стороны наибольшего действующего горного давления (на рис. 5 в горизонтальном направлении). Можно было ожидать, что объемная поврежденность должна увеличиться, поскольку давление в пласте после снятия внутрискважинного давления уменьшается, однако уровень падения давления в пласте при данных S_1, S_2 и S_3 не достаточен. В процессе расчета изначальное значение объемной поврежденности $\omega = \omega_0$ не изменилось, и весь вклад в диссипацию внесли пластические деформации и сдвиговая поврежденность.

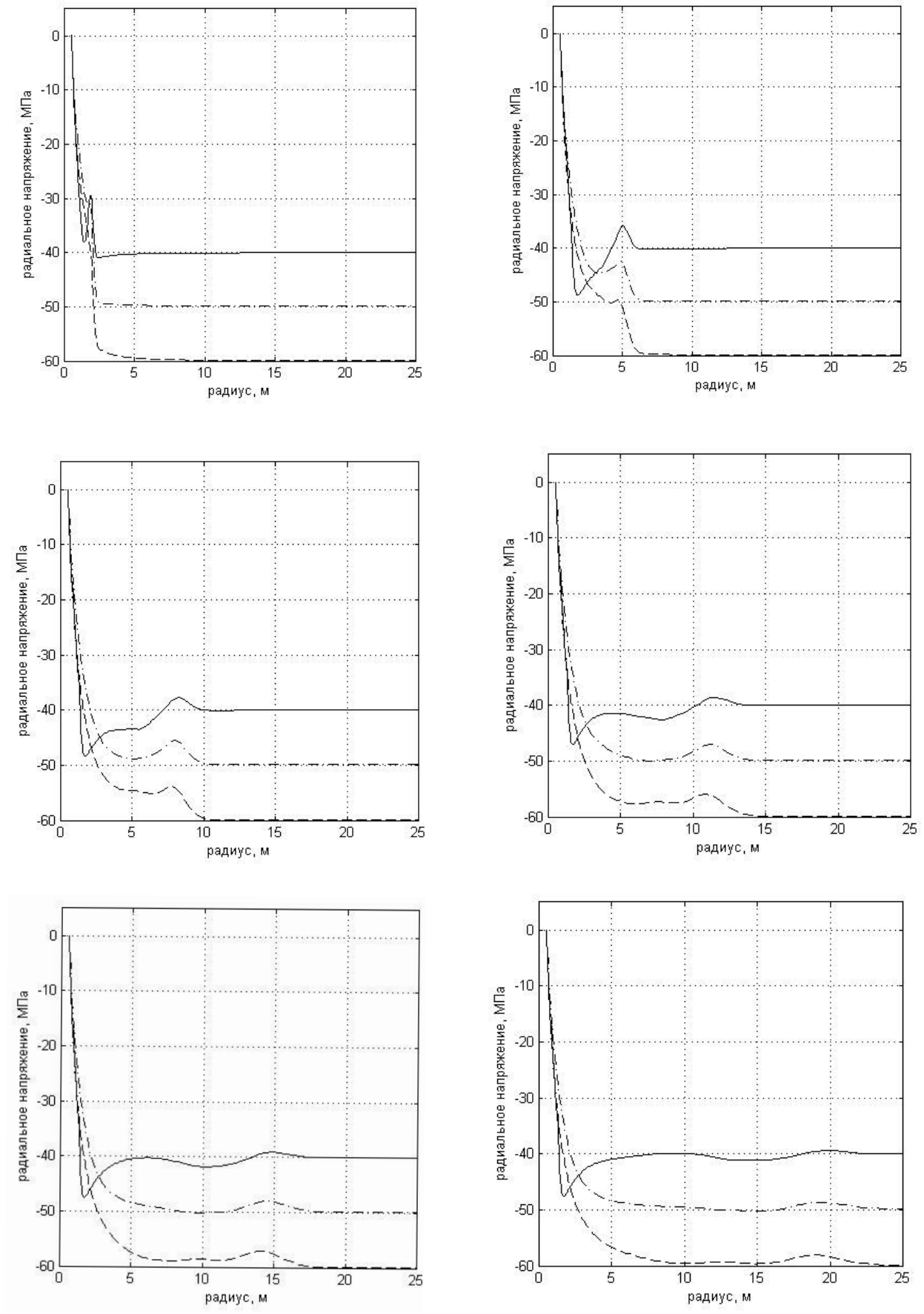


Рис.3. Радиальные напряжения σ_r

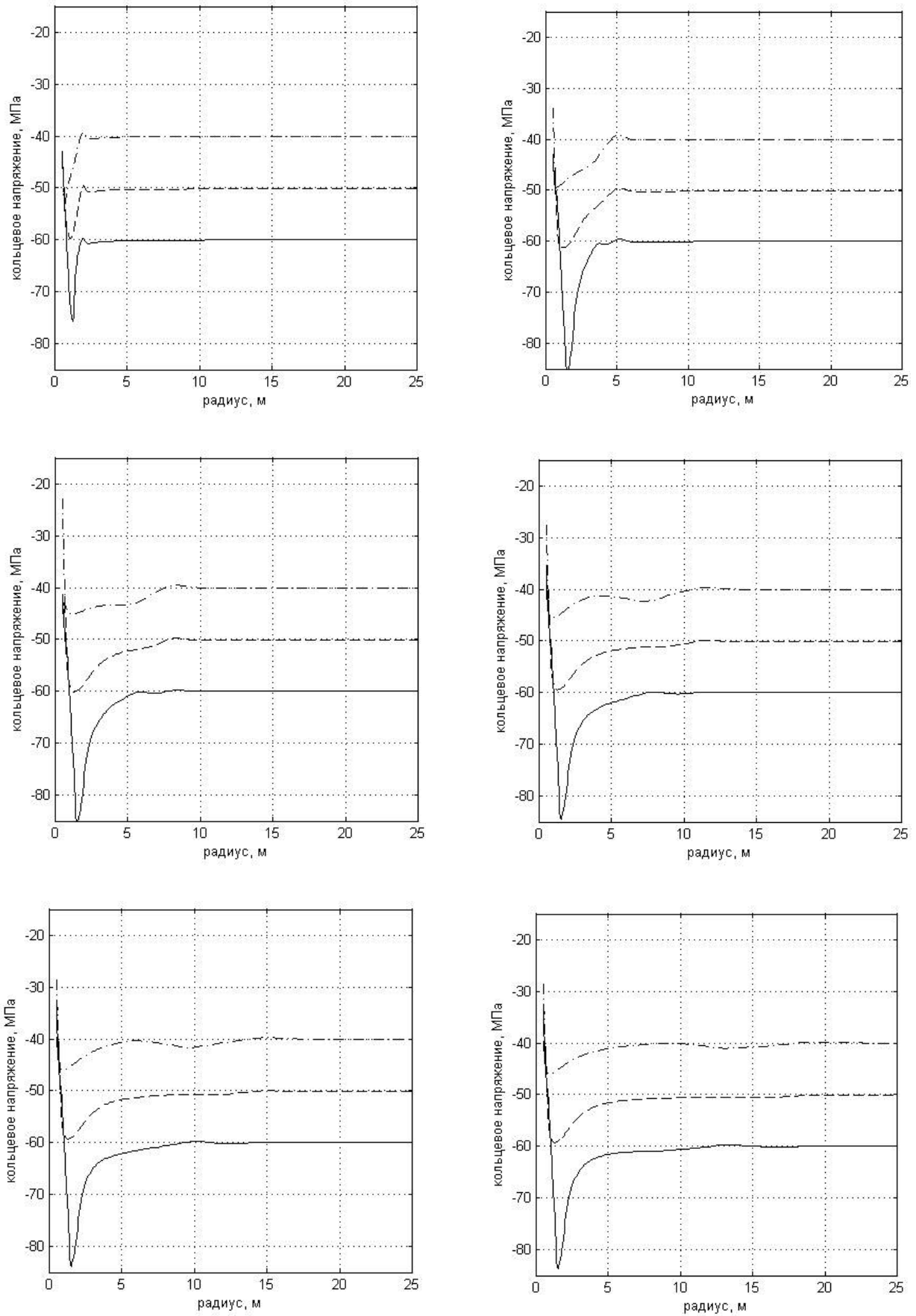


Рис.4. Кольцевые напряжения σ_{θ}

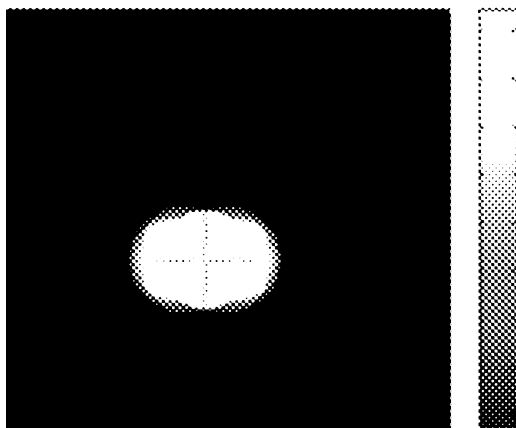


Рис.5. Распределение удельной диссипации

Выводы

По результатам проведенных расчетов можно сделать следующие выводы: получены логичные волновые картины процесса деформирования при снятии внутрискважинного (волна разгрузки); получен результат относительно удельной диссипации и определены зоны возможного разрушения пласта. Дальнейшее исследование задачи требует явного построения трещин в зонах разрушения.

Литература

1. Киселев А.Б. Математическое моделирование динамического деформирования и комбинированного микроразрушения термоупруговязкопластической среды // Вест. Моск. Ун-та. Матем. Механ. 1998 №6.
2. Киселев А.Б., А.А. Лукьянов, Тьерсилен М. Численное моделирование динамики распространения криволинейных трещин гидроразрыва // Вест. Моск. Ун-та. Матем. Механ. 2004 №1.
3. С. Тимошенко, Дж.Гудьер. Теория упругости. 1975.
4. Уилкинс М.Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. М., 1967.

Материал поступил в редакцию 18. 09. 2010 г.