

© Захаров А.В.
Zaharov A.

**МЕТОД КОМПЕНСАЦИИ ОШИБОК ИНТЕГРИРОВАНИЯ
ПРИ ПЕРЕСЧЕТЕ ЭФЕМЕРИДНОЙ ИНФОРМАЦИИ КНС «ГЛОНАСС»
НА ЗАДАННЫЕ МОМЕНТЫ ВРЕМЕНИ
METHOD OF COMPENSATION OF ERRORS OF INTEGRATION
AT RECALCULATION OF THE EPHEMERICAL INFORMATION
OF KNS GLONASS FOR THE SET MOMENTS OF TIME**

Аннотация. Проведена оценка ошибок, возникающих в ходе численного интегрирования при пересчете эфемеридной информации КНС ГЛОНАСС на заданные моменты времени. Рассмотрен метод компенсации ошибок интегрирования и влияние применения предложенного метода на ошибки определения навигационных параметров объекта.

Annotation. Is conducted the estimation of the errors arising during numerical integration at recalculation of the ephemerical information of KNS GLONASS for the set moments of time. Is considered the method of compensation of errors of integration and influence of application of the offered method on errors of definition of navigational parameters of object.

Ключевые слова. Эфемеридная информация, погрешности численного интегрирования, компенсация ошибок.

Key words. The ephemerical information, errors of numerical integration, compensation of errors.

В настоящее время разработаны, созданы и успешно функционируют две спутниковые радионавигационные системы GPS (США) и ГЛОНАСС (Россия), в перспективе создание GALILEO (Европейский Союз) и Compass (Китай). Эти системы широко используются для решения задач в таких областях, как космическая и воздушная навигация, навигация морских и речных судов, навигация наземного транспорта, высшая геодезия, геодинамика, картография, геодезическая и аэрофотосъемка и других. В состав современной спутниковой радионавигационной системы (СРНС) типа ГЛОНАСС и GPS входят три основные подсистемы: подсистема космических аппаратов (ПКА), состоящая из навигационных спутников (НС) – космический сегмент; наземный командно-измерительный комплекс (КИК) – сегмент управления; навигационная аппаратура потребителей (НАП) СРНС – сегмент потребителей.

Основной операцией, выполняемой в СРНС с помощью этих сегментов, является определение пространственных координат и составляющих вектора скорости объекта. Эту операцию осуществляют в соответствии с концепцией независимой навигации, предусматривающей вычисление искомым навигационных параметров непосредственно в НАП.

При определении координат объекта в НАП фиксируются моменты прихода сигналов от радиовидимых НКА относительно местной временной шкалы (часов НАП). Запаздывания принятых сигналов относительно излученных пропорциональны соответствующим псевдодальностям D_i' , которые отличаются от истинных дальностей на одну и ту же величину, обусловленные рассинхронизацией генераторов частоты НАП и НКА. Четыре измерения псевдодальности, а также принятые от НКА эфемериды позволяют вычислить координаты объекта. Подобным образом, фиксируя скорости изменения псевдодальностей V_i' до четырех НКА (т.е. измеряя псевдодоплеровские сдвиги частоты принимаемых сигналов), определяются три составляющих вектора скорости потребителя.

Уравнения, связывающие измеряемые псевдодальности D_i' и радиальные псевдоскорости V_i' с искомыми координатами x, y, z и составляющими скорости V_x, V_y, V_z объекта, а также с известными координатами x_p, y_p, z_p и составляющими вектора скорости V_{xp}, V_{yp}, V_{zp} i -го НКА, имеют вид

$$D_i' = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} + cT' + \Delta D_i; \quad (1)$$

Захаров Александр Владимирович – старший научный сотрудник ОАО «Военно-инженерная корпорация», тел. (495)-543-36-76.

Zaharov Alexander – the senior scientific employee of Open Society «Military-engineering corporation», tel. (495)-543-36-76.

$$V_i' = \frac{(x-x_i)(V_x-V_{xi})+(y-y_i)(V_y-V_{yi})+(z-z_i)(V_z-V_{zi})}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2}} + \lambda f' + \Delta V_i; (i \geq 1...4), \quad (2)$$

где cT' и $\lambda f'$ – соответственно априорно неизвестные ошибки измерений псевдодалности и псевдоскорости, обусловленные рассинхронизацией генераторов частоты НАП и НКА;

ΔD_i и ΔV_i – погрешности измерений соответственно псевдодалности и псевдоскорости.

На точность определения НАП навигационных параметров влияет множество факторов, которые можно разделить на три группы: погрешности вносимые на i -м НС или командно-измерительном комплексе (КИК); погрешности вносимые на трассе распространения сигнала i -го НС; погрешности, вносимые непосредственно в НАП. В результате анализа работ [1, 2, 3], описывающих алгоритмы вычисления такого рода погрешностей, можно отметить, что для достижения максимальной точности навигационных параметров объекта, необходимо учитывать погрешности, возникающие как в ходе измерений, так и в процессе математических вычислений навигационных параметров объекта.

Рассмотрим алгоритм учета погрешностей, возникающих на этапе формирования эфемеридной информации передаваемой НКА ГЛОНАСС и необходимой для решения навигационной задачи.

Так как эфемеридная информация, передаваемая каждым НКА, привязана к дискретным моментам времени T_s , отстоящим друг от друга на одинаковые интервалы времени (ГЛОНАСС – 30 мин, GPS – 15 мин), НАП с помощью своего вычислительного устройства осуществляет экстраполяцию (прогноз) эфемеридной информации от моментов T_s на моменты навигационных измерений T_p , которые находятся внутри этих временных интервалов.

Расчет на заданные моменты времени координат и составляющих вектора скорости навигационных спутников GPS по данным эфемеридной информации, полученной со спутников, производится по формулам, приведенным в интерфейсном контрольном документе GPS [4].

В отличие от GPS для системы ГЛОНАСС подобный расчет проводится численным интегрированием дифференциальных уравнений движения НКА, методом Рунге-Кутты 4-го порядка [5].

При решении задач с использованием численных методов [6], в получаемых результатах содержатся погрешности (методические и вычислительные), т.е. результаты являются лишь приближениями к искомым значениям. Так погрешность, возникающая при решении за-

дач методами Рунге-Кутты n -го порядка на шаге интегрирования, определяется зависимостью

$$\Delta_j = kh^{n+1}; \quad \Delta_\Sigma = \sum_{j=1}^i \Delta_j, \quad (3)$$

где Δ_j – погрешность, возникающая на j -м шаге интегрирования;

Δ_Σ – суммарная погрешность;

k – некоторая постоянная;

h – шаг интегрирования.

Учет такого рода погрешностей может быть осуществлен с помощью метода компенсации ошибок расчетов, структурная схема алгоритма которого приведена на рис. 1.

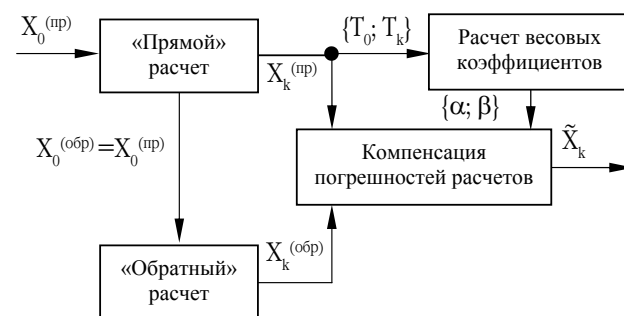


Рис. 1. Структурная схема алгоритма метода компенсации ошибок

Необходимо отметить, что использование этого метода для компенсации ошибок пересчета эфемеридной информации непосредственно во время проведения испытаний невозможно по причине отсутствия априорной эфемеридной информации для проведения «обратных» расчетов. Как следствие этого, метод может быть применен только при решении тех задач, которые относятся к задачам анализа уже зарегистрированных данных.

Как уже было отмечено, наряду с «прямыми» расчетами параметров объекта по выбранному алгоритму, проводятся «обратные» расчеты этих же параметров. Возникающие при этом погрешности пропорциональны интервалу интегрирования. В связи с этим накопленные погрешности могут быть компенсированы путем взвешивания результатов расчетов с использованием весовых коэффициентов по функции вида

$$\tilde{X}_i = X_i^{(np)} \cdot \alpha_i + X_i^{(обр)} \cdot \beta_i, \quad (4)$$

где $X_i^{(np)}$ и $X_i^{(обр)}$ – результаты «прямого» и «обратного» расчетов на i -м шаге;

α_i и β_i – весовые коэффициенты на i -м шаге расчетов, $\alpha_i, \beta_i \in [0..1]$.

В соответствии с рассматриваемым компенсационным методом для устранения ошибки проведем «прямое» и «обратное» интегрирования. Из уравнения (3) следует, что модель ошибок расчетов, возникающих при ин-

тегрировании, носит линейный характер (с увеличением количества шагов и, как следствие, интервала интегрирования, увеличивается погрешность), следовательно, функции, описывающие весовые коэффициенты также будут линейными. Для практического подтверждения этого вывода определим регрессионные функции суммарных погрешностей «прямого» и «обратного» интегрирования (см. таблицу). Найденные регрессионные функции характеризуют направление изменения разности результатов «прямого» и «обратного» интегрирования, т.е. характер изменения погрешности в зависимости от интервала времени расчетов. Общий вид функции представлен уравнением (5)

$$y = c_6x^6 + c_5x^5 + c_4x^4 + c_3x^3 + c_2x^2 + c_1x + b, \quad (5)$$

где b, c_1, \dots, c_6 – постоянные коэффициенты.

Регрессионные функции погрешностей интегрирования навигационных параметров

Координата X $y = 0,00123x + 0,40498$	Составляющая вектора скорости V_x $y = 0,00123$
Координата Y $y = -0,00167x - 0,44989$	Составляющая вектора скорости V_x $y = -0,001673$
Координата Z $y = 0,00001x + 0,00856$	Составляющая вектора скорости V_x $y = 0,000009$

В регрессионных функциях коэффициенты при составляющих, начиная со второй степени, близки к нулю, следовательно, при решении прикладных задач ими можно пренебречь и функции рассматривать как линейные.

Исходя из этого, весовые коэффициенты будут описываться линейными функциями вида:

$$\alpha_i = \frac{t_i - T_0}{\Delta T}, \quad \beta_i = \frac{T_k - t_i}{\Delta T}, \quad (6)$$

где $\Delta T = T_k - T_0$;

T_0 – начальное время интегрирования;

T_k – конечное время интегрирования;

t_i – момент времени, на который производится измерение.

Таким образом, в результате проведенных расчетов можно сделать вывод о том, что применение предложенного метода компенсации позволяет устранить ошибку, составляющую порядка 0,01% величины искомого параметра. Графики, демонстрирующие абсолютные погрешности, накапливаемые в ходе расчетов и после применения метода их компенсации, представлены на рис. 2–7. Такой эффект достигается за счет использования результатов «прямого» и «обратного» расчетов параметров.

Проведем оценку погрешностей, возникающих при решении навигационной задачи с использованием эфемеридной информации, полученной после компен-

сации ошибки интегрирования.

Выражение для ошибки определения дальности от НАП до i -го НКА:

$$\sigma_{D_i}^2 = \left(\frac{\delta D_i}{\delta x_i}\right)^2 \sigma_{x_i}^2 + \left(\frac{\delta D_i}{\delta y_i}\right)^2 \sigma_{y_i}^2 + \left(\frac{\delta D_i}{\delta z_i}\right)^2 \sigma_{z_i}^2 \approx 0,005; \quad (7)$$

$$\sigma_{D_i} \approx 0,07,$$

где $\frac{\delta D_i}{\delta x_i} = \frac{x - x_i}{D_i} \approx 0,2$; $\frac{\delta D_i}{\delta y_i} = \frac{y - y_i}{D_i} \approx 0,4$;

$$\frac{\delta D_i}{\delta z_i} = \frac{z - z_i}{D_i} \approx 0,9;$$

$$D_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2};$$

$$\sigma_{x_i} = \frac{\Delta_x}{3} \approx 0,15; \quad \sigma_{y_i} = \frac{\Delta_y}{3} \approx 0,15; \quad \sigma_{z_i} = \frac{\Delta_z}{3} \approx 0,01.$$

Выражение для ошибки определения скорости изменения дальности:

$$\sigma_{V_i}^2 = \left(\frac{\delta V_i}{\delta x_i}\right)^2 \sigma_{x_i}^2 + \left(\frac{\delta V_i}{\delta y_i}\right)^2 \sigma_{y_i}^2 + \left(\frac{\delta V_i}{\delta z_i}\right)^2 \sigma_{z_i}^2 + \left(\frac{\delta V_i}{\delta V_{x_i}}\right)^2 \sigma_{V_{x_i}}^2 + \left(\frac{\delta V_i}{\delta V_{y_i}}\right)^2 \sigma_{V_{y_i}}^2 + \left(\frac{\delta V_i}{\delta V_{z_i}}\right)^2 \sigma_{V_{z_i}}^2 \approx 0,00000006, \quad (8)$$

где $\frac{\delta V_i}{\delta x_i} = \frac{-(V_x - V_{x_i}) - \frac{\delta D_i}{\delta x_i} V_i}{D_i} \approx 0,0001$;

$$\frac{\delta V_i}{\delta y_i} = \frac{-(V_y - V_{y_i}) - \frac{\delta D_i}{\delta y_i} V_i}{D_i} \approx 0,000006;$$

$$\frac{\delta V_i}{\delta z_i} = \frac{-(V_z - V_{z_i}) - \frac{\delta D_i}{\delta z_i} V_i}{D_i} \approx 0,00005;$$

$$\frac{\delta V_i}{\delta V_{x_i}} = \frac{-(x - x_i)}{D_i} \approx -0,2;$$

$$\frac{\delta V_i}{\delta V_{y_i}} = \frac{-y - y_i}{D_i} \approx -0,4;$$

$$\frac{\delta V_i}{\delta V_{z_i}} = \frac{-z - z_i}{D_i} \approx -0,9;$$

$$\sigma_{V_{x_i}} = \frac{\Delta V_x}{3} \approx 0,0004;$$

$$\sigma_{V_{y_i}} = \frac{\Delta V_y}{3} \approx 0,0006; \quad \sigma_{V_{z_i}} = \frac{\Delta V_z}{3} \approx 0.$$

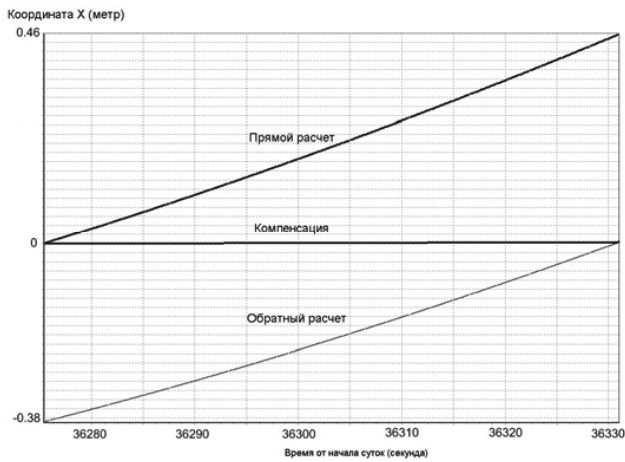


Рис. 2. График абсолютных погрешностей расчета координаты X

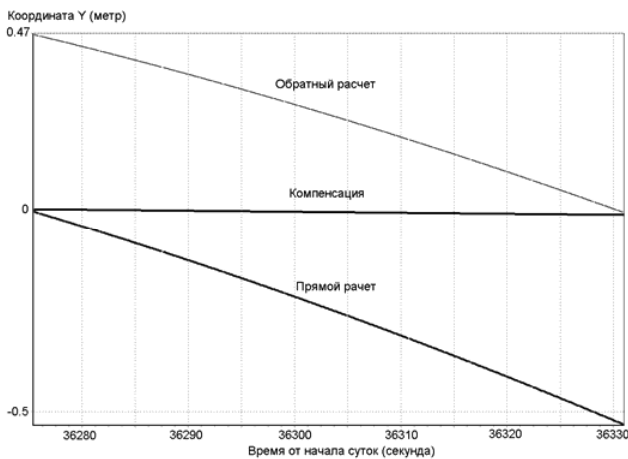


Рис. 3. График абсолютных погрешностей расчета координаты Y

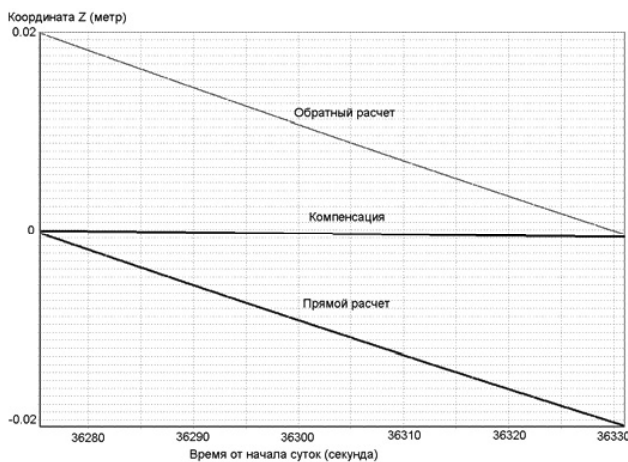


Рис. 4. График абсолютных погрешностей расчета координаты Z

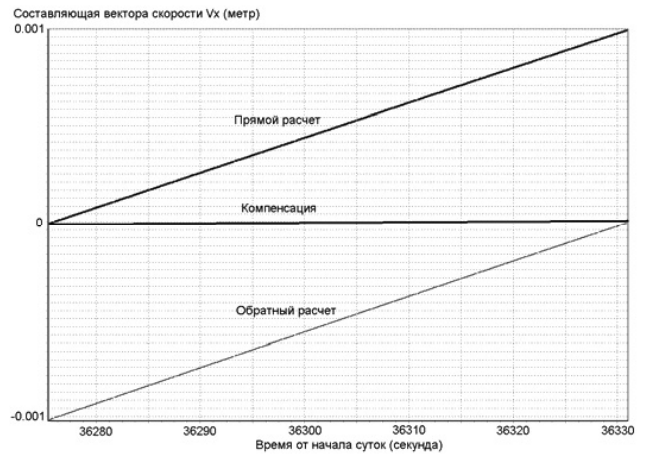


Рис. 5. График абсолютных погрешностей расчета составляющей вектора скорости V_x

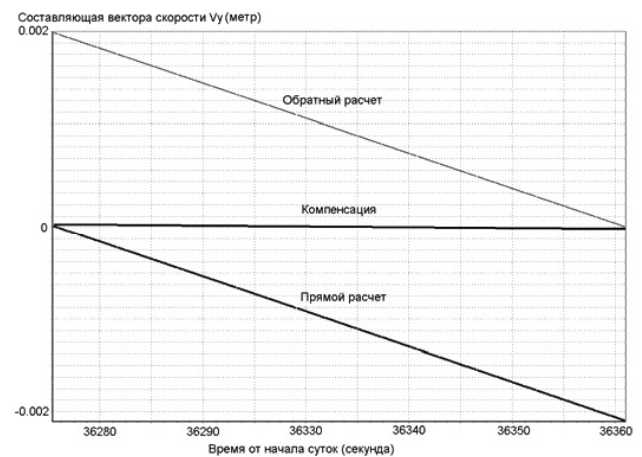


Рис. 6. График абсолютных погрешностей расчета составляющей вектора скорости V_y

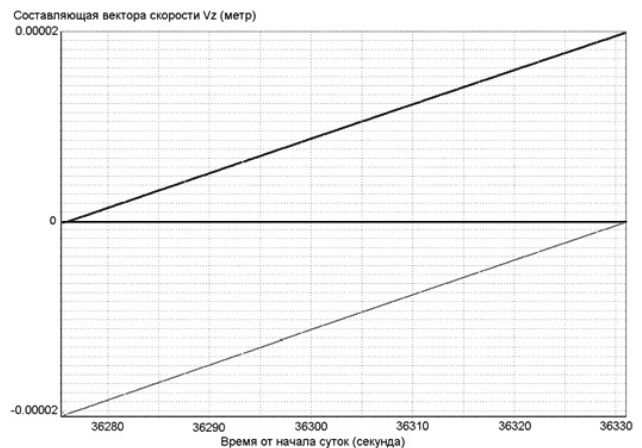


Рис. 7. График абсолютных погрешностей расчета составляющей вектора скорости V_z

В итоге, при использовании рассмотренного метода компенсации ошибок на этапе пересчета эфемеридной информации на моменты проведения испытания, удастся устранить ошибку определения дальности $\approx 0,2$ м и ошибку определения скорости изменения даль-

ности $\approx 0,08$ см/с. Для сравнения максимальные суммарные значения погрешностей определения навигационных параметров не превышают по дальности – 5,0...12,0 м, по скорости – 0,5...2,0 см/с [2, 3], что позволяет оце-

нить эффективность предложенного метода. Использование метода позволяет снизить погрешностей определения координат и составляющих вектора скорости объекта в среднем на (8-10)%.

Литература

1. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / Под ред. В. С. Шебшаевича. М.: Радио и связь, 1993г;
2. ГЛОНАСС принципы построения и функционирования. Изд. 4-е / Под ред. В. Н. Хари-сова, А. И. Перова, В. А. Болдина. М.: ИПРЖР, 2010г;
3. И.А. Липкин. Спутниковые навигационные системы.– М.: Вузовская книга, 2006 г.
4. Interface control document. Navstar GPS Space Segment / Navigation User Interfaces. 2000. IRN-200C-004.
5. Глобальная спутниковая навигационная система ГЛОНАСС. Интерфейсный контрольный документ. – Редакция 5.1. – М.: КНИЦ, 2008г.
6. Бахвалов Н. С. Численные методы. – М.: Наука, 1973.

Материал поступил в редакцию 18. 09. 2010 г.