

УДК 621.314(075.8)

© Катаржин А.В., Сова А.Н., Полянский В.И., Першин С.М., Агафонов К.В.
Katarjin A., Sova A., Polyansky V, Pershin S., Agafonov K.

ОБОСНОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СОВМЕЩЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ ДЛЯ ПРИВОДОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ И ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ ПРИ КРУГОВОМ ПОЛЕ В ВОЗДУШНОМ ЗАЗОРЕ

RATIONALE AND DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL OF COMBINED ELECTRICAL MACHINES FOR DRIVES TECHNOLOGY EQUIPMENT AND TECHNICAL SYSTEMS SPACE ROCKET IN CIRCULAR FIELD IN THE AIR GAP

Аннотация. В статье представлена математическая модель совмещенной электрической машины для приводов технологического оборудования и технических систем ракетно-космической техники при круговом поле в воздушном зазоре. Разработанная математическая модель позволяет оценивать основные функции совмещенной электрической машины для приводов технологического оборудования и технических систем ракетно-космической техники при круговом поле в воздушном зазоре.

Работа выполнена на средства гранта Президента РФ государственной поддержки молодых российских ученых MD-7570. 2013.10.

Annotation. The article presents a mathematical model of combined electrical machine drives for process equipment and technical systems, rocket and space technology in a circular field in the air gap. Developed a mathematical model to evaluate the basic functions of a combined electrical machine drives for process equipment and technical systems, rocket and space technology in a circular field in the air gap.

Work performed under the grant of the President of the Russian state support of young Russian scientists MD-7570. 2013.10.

Ключевые слова. Математическая модель, совмещенная электрическая машина, электрический привод.

Key words. Mathematical model, combined electrical machine, electric drive.

Несмотря на большое многообразие типов электрических машин, все они основаны на физических явлениях, возникающих при движении проводника в магнитном поле [1, 2], что позволяет построить единую теорию обобщенной электрической машины [3]. Понятие обобщенной электрической машины позволяет проводить ис-

следование конкретных типов машин в стационарных и переходных режимах работы как частные случаи при тех или иных условиях. Основу теории обобщенной электрической машины составляет замена реальной m -фазной многополюсной машины двухфазной двухполюсной машиной с ортогональными обмотками на статоре и рото-

Катаржин Александр Владимирович – доктор технических наук, профессор кафедры «Транспортные установки», МАДИ;

Сова Александр Николаевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Транспортные установки», МАДИ;

Полянский Владимир Иванович – доктор технических наук, профессор, генеральный директор, ОАО «Корпорация «Стратегические пункты управления - Центральное конструкторское бюро тяжелого машиностроения»

Першин Сергей Михайлович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, старший научный сотрудник ФБУ «4-й ЦНИИ Минобороны России», тел. 7(495)543-36-76;

Агафонов Кирилл Владимирович – аспирант, кафедра «Транспортные установки», МАДИ.

Katarjin Alexander – doctor of technical sciences, the professor of «Transport installations», MADI;

Sova Alexander – doctor of technical sciences, the professor, managing chair «Transport installations», MADI;

Polyansky Vladimir – Doctor of Technical Sciences, the professor, the general director, PC "Corporation «Strategic points of control - Central design office of heavy mechanical engineering»;

Pershin Sergey – candidate of technical sciences, senior researcher, senior researcher, FBI "4-th Central scientific research institute of the Ministry of defense of Russia"

Agafonov Kirill – post-graduate student, department of "Transport settings", MADI.

ре [4]. Такая замена позволяет выбрать ортогональные обмотки так, чтобы они создавали такой же электромагнитный момент $M_{эм}$, что и реальные обмотки со сложной конструкцией и чтобы с помощью их можно было создать все основные виды магнитного поля, реализуемые в воздушном зазоре электромашинного преобразователя энергии

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_i \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + \frac{d}{dt}L_1 & \frac{d}{dt}M_{12} & \dots & \frac{d}{dt}M_{1i} & \dots & \frac{d}{dt}M_{1n} \\ \frac{d}{dt}M_{21} & r_2 + \frac{d}{dt}L_2 & \dots & \frac{d}{dt}M_{2i} & \dots & \frac{d}{dt}M_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{d}{dt}M_{i1} & \frac{d}{dt}M_{i2} & \dots & r_i + \frac{d}{dt}L_i & \dots & \frac{d}{dt}M_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{d}{dt}M_{n1} & \frac{d}{dt}M_{n2} & \dots & \frac{d}{dt}M_{ni} & \dots & r_n + \frac{d}{dt}L_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_i \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где i_1, i_2, \dots, i_n – мгновенные значения токов; u_1, u_2, \dots, u_n – мгновенные значения напряжений; r_1, r_2, \dots, r_n – активные сопротивления обмоток; $M_{12}, M_{21}, \dots, M_{1n}, M_{n1}$ – взаимные индуктивности обмоток; L_1, L_2, \dots, L_n – индуктивно-

(ЭМП). При всей распространенности уравнений поля для электрических машин переменного тока наиболее просто описать совмещенную электрическую машину (СЭМ) как совокупность n магнитосвязанных контуров, все величины которых подчиняются закону баланса напряжений в соответствии со вторым законом Кирхгофа

сти обмоток.

Считая, что имеется общий поток Φ , связанный со всеми обмотками, а каждая обмотка имеет свой поток рассеяния, полный индуктивности

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= M + l_{\sigma 1}, & L_2 &= M + l_{\sigma 2}, & \dots, \\ L_i &= M + l_{\sigma i}, & \dots, & L_n &= M + l_{\sigma n}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где M – взаимная индуктивность обмоток; $l_{\sigma 1}, l_{\sigma 2}, \dots, l_{\sigma i}, \dots, l_{\sigma n}$ – индуктивность рассеяния обмоток.

Уравнения электромеханического преобразования энергии получаются, если к (2) добавить уравнения движения и решать совместно уравнения движения и уравнения напряжений, в которые вводятся ЭДС вращения [1, 3]. Наиболее удачным подходом к составлению уравнений электромеханического преобразования энергии является применение уравнений обобщенного электромеханического преобразователя. Теория обобщенного электромеханического преобразователя объединяет теорию поля и теорию цепей, при этом модель простейшей электрической маши-

ны состоит из двух ортогональных обмоток, что позволяет имитировать практически любую реальную машину по значению электромагнитного момента и структуре магнитного поля [2, 4]. Если ЭМП имеет n обмоток с бесконечным числом контуров на статоре и роторе, а в магнитном поле ее действует бесконечное число гармоник, то модель такой машины будет сходной с двухобмоточной моделью при увеличенном числе осей. В случае, когда асинхронный двигатель обратим в синхронный генератор, ЭМП может быть представлен моделью с одной обмоткой на статоре и двумя обмотками на роторе, при этом уравнения напряжений модели имеют вид

$$\begin{bmatrix} u_{s1\alpha} \\ u_{r1\alpha} \\ u_{r2\alpha} \\ u_{r1\beta} \\ u_{r2\beta} \\ u_{s1\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{s1\alpha} + \frac{d}{dt}L_{s1\alpha} & \frac{d}{dt}M_{11} & \frac{d}{dt}M_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{d}{dt}M_{11} & r_{r1\alpha} + \frac{d}{dt}L_{r1\alpha} & \frac{d}{dt}M_{r12} & L_{r1\beta}\omega_r & M_{r12}\omega_r & M_{11}\omega_r \\ \frac{d}{dt}M_{12} & \frac{d}{dt}M_{r21} & r_{r2\alpha} + \frac{d}{dt}L_{r2\alpha} & M_{r21}\omega_r & L_{r2\beta}\omega_r & M_{12}\omega_r \\ -M_{11}\omega_r & -L_{r1\alpha}\omega_r & -M_{r12}\omega_r & r_{r1\beta} + \frac{d}{dt}L_{r1\beta} & \frac{d}{dt}M_{r12} & \frac{d}{dt}M_{21} \\ -M_{21}\omega_r & -M_{r21}\omega_r & -L_{r2\alpha}\omega_r & \frac{d}{dt}M_{r12} & r_{r2\beta} + \frac{d}{dt}L_{r2\beta} & \frac{d}{dt}M_{21} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d}{dt}M_{11} & \frac{d}{dt}M_{12} & r_{s1\beta} + \frac{d}{dt}L_{s1\beta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{s1\alpha} \\ i_{r1\alpha} \\ i_{r2\alpha} \\ i_{r1\beta} \\ i_{r2\beta} \\ i_{s1\beta} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где M_{11}, M_{12}, M_{21} – взаимные индуктивности соответствующих обмоток статора и ротора; M_{r12}, M_{r21} – взаимные индук-

тивности обмоток ротора (обозначения напряжений, токов и параметров обмоток такие же, что и в уравнениях (1).

В систему (3) входит шесть уравнений напряжения: два для статора и четыре для ротора, т.е. число уравнений напряжений равно числу обмоток. Напряжения статора и двух обмоток ротора должны создавать неподвижные относительно друг друга магнитные поля и уравнение момента имеет вид

$$M_{оп} = M_{11}(i_{r1\alpha} i_{s1\beta} - i_{s1\alpha} i_{r1\beta}) + M_{12}(i_{r2\alpha} i_{s1\beta} - i_{s1\alpha} i_{r2\beta}). \quad (4)$$

При этом в уравнение (4) входят две составляющие

$$M_{оп} = M_{s11} + M_{s12}, \quad (5)$$

одна из которых обусловлена взаимодействием токов в первых обмотках на статоре и роторе, а другая – взаимо-

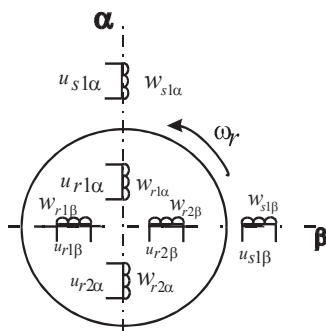


Рис. 1. Модель машины с одной обмоткой на статоре и двумя обмотками на роторе

действием токов в обмотке статора и во второй обмотке ротора.

Система уравнений для электрической машины по схеме, показанной на рис. 1, состоит из шести уравнений напряжений (3), в четыре из которых входят выражения ЭДС вращения. При этом выражение электромагнитного момента содержит четыре пары произведений токов (4). Круговое поле в воздушном зазоре при наличии двух обмоток на статоре и одной на роторе (рис. 2) описывается шестью уравнениями напряжений, а электромагнитный момент (без учета $M_{деф}$ и $M_{вуб}$) имеет вид

$$\left. \begin{aligned} M_s &= M_{11}(i_{r1\alpha} i_{s1\beta} - i_{s1\alpha} i_{r1\beta}) + M_{21}(i_{r1\alpha} i_{s2\beta} - i_{s2\alpha} i_{r1\beta}); \\ M_s &= M_{s11} + M_{s21}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

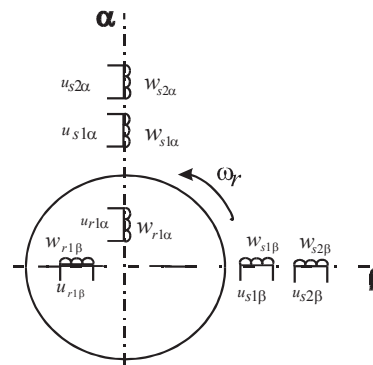


Рис. 2. Модель машины с двумя обмотками на статоре и одной обмоткой на роторе

В этом случае процессы преобразования энергии описываются четырьмя уравнениями напряжений для статора с нулевыми значениями ЭДС вращения и двумя уравнениями напряжений для ротора, в которые входят выражения ЭДС вращения. Если в машине с двумя полями в воздушном зазоре увеличивать число обмоток на статоре и роторе, то число уравнений напряжений будет уве-

личиваться в соответствии с числом контуров с токами, а уравнение электромагнитного момента будет содержать парные произведения всех токов, протекающих в контурах статора и ротора.

Для обобщенной электрической машины справедливы:

- уравнение напряжения

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{r\alpha} \\ u_{r\beta} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{s\alpha} + \frac{d}{dt} L_{s\alpha} & \frac{d}{dt} M & 0 & 0 \\ \frac{d}{dt} M & r_{r\alpha} + \frac{d}{dt} L_{r\alpha} & L_{r\beta} \omega_r & M \omega_r \\ -M \omega_r & -L_{r\alpha} \omega_r & r_{r\beta} + \frac{d}{dt} L_{r\beta} & \frac{d}{dt} M \\ 0 & 0 & \frac{d}{dt} M & r_{s\beta} + \frac{d}{dt} L_{s\beta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}; \quad (7)$$

- уравнение электромагнитного момента

$$M_s = M(i_{s\beta} i_{r\alpha} - i_{s\alpha} i_{r\beta}); \quad (8)$$

- уравнение движения

$$J \frac{d\omega_r}{dt} \pm M_c = M_s, \quad (9)$$

т.е. система уравнений электромеханического преобразования энергии, описывающая процессы преобразова-

ния энергии, состоит из четырех уравнений Кирхгофа для четырех обмоток (7), а также из двух уравнений (8) и (9), которые объединяют и получают систему из пяти уравнений.

В этих уравнениях $u_{s\alpha}, u_{s\beta}, u_{r\alpha}, u_{r\beta}, i_{s\alpha}, i_{s\beta}, i_{r\alpha}, i_{r\beta}$ – соответственно напряжения и токи в обмотках статора и ротора по осям α и β ; $r_{s\alpha}, r_{s\beta}, r_{r\alpha}, r_{r\beta}$ – активные сопротивления обмоток статора и ротора; M – взаимная индук-

тивность; $L_{s\alpha}, L_{s\beta}, L_{r\alpha}, L_{r\beta}$ – полные индуктивности обмоток статора и ротора по осям α и β .

Уравнения Кирхгофа (7) содержат выражения напряжений, падений напряжения на активных сопротивлениях, ЭДС вращения и трансформаторных ЭДС электромашинного преобразователя

$$L_{s\alpha} \frac{d}{dt} i_{s\alpha} + M \frac{d}{dt} i_{r\alpha}; \quad M \frac{d}{dt} i_{s\alpha} + L_{r\alpha} \frac{d}{dt} i_{r\alpha}. \quad (10)$$

В уравнении движения (9) J – момент инерции и если электрическая машина исследуется вместе с приводным механизмом, то в выражении для J должен учитывать-

$$\begin{bmatrix} u_{su} \\ u_{ru} \\ u_{rv} \\ u_{sv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{su} + \frac{d}{dt} L_{su} & \frac{d}{dt} M & M\omega_k & L_{sv}\omega_k \\ \frac{d}{dt} M & r_{ru} + \frac{d}{dt} L_{ru} & L_{rd}\omega_r & 0 \\ 0 & 0 & r_{rq} + \frac{d}{dt} L_{rq} & \frac{d}{dt} M \\ M\omega_r & L_{rd}\omega_r & \frac{d}{dt} M & r_{sq} + \frac{d}{dt} L_{sq} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \\ i_{sq} \end{bmatrix}; \quad (11)$$

$$\frac{1}{p} J \frac{d\omega_r}{dt} \pm M_c = p M (i_{su} i_{ru} - i_{sv} i_{rv}). \quad (12)$$

Уравнения обобщенной электрической машины в системе координат u, v – наиболее общие. Из них получаются уравнения в системе координат α, β , если в уравнения (11) и (12) подставить $\omega_k = 0$. Уравнения в системе координат d, q получаются из уравнений (11) и (12), если считать, что $\omega_k = \omega_r$. Можно считать, что в электромеханике существует бесчисленное число систем координат. Однако в практике нашли применение в основном системы координат α, β и d, q [2, 3].

Систему координат α, β целесообразно применять для исследования асинхронных машин, систему координат

для момента инерции ротора и приведенный к частоте вращения ротора момент инерции приводного механизма.

Наибольший интерес представляют уравнения в координатных осях α, β , когда $\omega_k = 0$, и в координатных осях d, q , когда $\omega_k = \omega_r$, которые широко используются для исследования синхронных машин, а если $\omega_k = \omega_r = \omega_c$, то моделирование процессов преобразования энергии ведется на постоянных токах [3]. Уравнения электро-механического преобразования энергии в системе координат u, v имеют вид

d, q – для описания процессов преобразования энергии в синхронных машинах, систему координат u, v – при исследовании машин с вращающимся ротором и статором.

Таким образом, обобщение научно-методических подходов к получению моделей асинхронных, синхронных машин и электрических машин постоянного тока показало, что гипотеза об обратимости электрических машин переменного тока между собой и техническая реализация обратимой электрической машины, в которой осуществляется принцип суперпозиции магнитных полей различной физической природы, возможна.

Литература

1. Бут Д.А. Основы Электромеханики. М: МАИ, 1996. 468 с.
2. Вольдек А.И. Электрические машины. М.: Энергия, 1980. 520 с.
3. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. М: ВШ, 2001. 307 с.
4. Ефименко Е.И. Новые методы исследования машин переменного тока и их приложения. М.: Энергоатомиздат, 1986, 168 с.

Материал поступил в редакцию 19. 10. 2013 г.