

© Половинчук Н.Я., Трофименко В.Н., Иванов С.В.
Polovinchuk N., Trophimenko V., Ivanov S.

АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТРАЕКТОРИИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

ALGORITHMS FOR THE EVALUATION PATH AIRCRAFT

Аннотация. Предложен алгоритм решения задачи оптимального оценивания параметров траектории летательного аппарата, представленных нелинейными моделями и нелинейными наблюдениями по траекторным измерениям на основе подхода решения обратных задач восстановления состояния динамической системы по косвенным наблюдениям.

Annotation. An algorithm for solving the problem of optimal estimation of the parameters of the trajectory of the aircraft, presented by the non-linear models and nonlinear observations on track measurements on the basis of the approach of the solution of inverse problems of restoration of the state of the dynamic system of indirect observations.

Ключевые слова. Алгоритм, оценивание, параметр, траектория, летательный аппарат.

Key words. Algorithm, evaluation, parameter, trajectory, aircraft.

Для решения задачи обработки данных летных испытаний летательных аппаратов (ЛА) статистические подходы [1] не всегда применимы из-за трудности обеспечения статистической устойчивости данных о возмущающих воздействиях. Это связано с малым количеством испытаний, нестационарностью возмущающих воздействий, неадекватностью модели ЛА, а также неоднородностью условий проведения. Оценки таких динамических объектов должны быть "хорошими" по одной реализации, а не только в среднем по множеству. Поэтому для оценки состояния по наблюдениям в одной реализации используются подходы решения обратных задач с минимизацией функционала невязки наблюдений и оценок наблюдений [2].

В общем виде динамика ЛА определяется дифференциальным уравнением:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, t) + \varphi(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{v}(t), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad t \in [t_0, t_1], \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ – вектор состояния системы из n -мерного векторного пространства;

$\mathbf{v}(t) \in \mathbf{U} \subset \mathbf{R}^p$ – вектор неизвестных воздействий из ограниченного множества \mathbf{U} p -мерного векторного пространства;

$f(\mathbf{x}, t) \in \mathbf{R}^n$ – в общем случае нелинейная дифференцируемая вектор-функция своих аргументов;

$\varphi(\mathbf{x}, t) \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^p$ – матричная дифференцируемая функция, характеризующая эффективность управления; точка над переменной обозначает дифференцирование по времени.

Связь между измерениями $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^m$ и состоянием системы $\mathbf{x}(t)$ посредством известной сигнальной функции $h(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}^m$ описываемыми уравнением наблюдения

$$\mathbf{y}(t) = h(\mathbf{x}(t)) + \xi(t), \quad (2)$$

где $m \leq n$; $\xi(t) \in \mathbf{R}^m$ – вектор белых гауссовских шумов со статистическими характеристиками

$$M[\xi(t)] = 0; \quad M[\xi(t) \cdot \xi^T(t - \tau)] = N_\xi \cdot \delta(\tau), \quad (3)$$

Половинчук Николай Яковлевич – кандидат технических наук, профессор, доцент кафедры АЭРПО, Ростовский филиал МГТУГА, тел. 8(928)603-63-12;

Трофименко Владимир Николаевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры АЭС и ПНК, Ростовский филиал МГТУГА;

Иванов Станислав Валерьевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Автоматизации производственных процессов», Донской государственный технический университет.

Polovinchuk Nikolay – cand. tech. sc., professor, senior lecturer of chair of the AERPO, the Rostov Branch of the Moscow state technical university of civil aircraft, tel. 8(928)603-63-12;

Trophimenko Viadimir – cand. tech. sc., the senior lecturer of chair of the AERPO, the Rostov Branch of the Moscow state technical university of civil aircraft;

Ivanov Stanislav – cand. tech. sc., senior lecturer of chair «Automation of productions», the Don state technical university.

$N_{\xi} \in \mathbf{R}^m \times \mathbf{R}^m$ – невырожденная симметричная положительно определенная матрица интенсивностей шумов;
 \mathbf{R}^m – m -мерное векторное пространство.

Требуется определить оценку состояния $\hat{\mathbf{x}}(t)$ динамической системы (1), минимизирующей функционал невязки

$$J[\hat{\mathbf{x}}] = \int_{t_0}^{t_1} \Psi(\hat{\mathbf{x}}) dt; \quad \Psi(\hat{\mathbf{x}}) = (\mathbf{y} - h(\hat{\mathbf{x}}))^T \mathbf{Q} (\mathbf{y} - h(\hat{\mathbf{x}})), \quad (4)$$

где \mathbf{Q} – положительно определенная матрица весовых коэффициентов.

Задача в такой постановке является некорректной по Адамару.

В работе [3] показано, что регуляризация задачи по Тихонову может быть выполнена неклассическим функционалом – полуопределенным функционалом Красовского, который применительно к задаче (1) – (4) имеет вид

$$J[\hat{\mathbf{x}}] = \int_{t_0}^{t_1} \Psi(\hat{\mathbf{x}}) dt + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{u}^T(t) \mathbf{K}^{-1} \mathbf{u}(t) dt + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{u}_0^T(t) \mathbf{K}^{-1} \mathbf{u}_0(t) dt, \quad (5)$$

где \mathbf{u}_0 – неизвестное оптимальное управление, которое определяется в процессе синтеза; третье слагаемое функционала (5) является дополнительным интегральным ограничением

$$\int_{t_0}^{t_1} \mathbf{u}_0^T(t) \mathbf{K}^{-1} \mathbf{u}_0(t) dt = const, \quad (6)$$

которое можно трактовать как заданные обобщенные затраты на управления в некоторой оптимальной системе.

Использование функционала Красовского [4, 5] в задачах оптимального управления позволяет уйти от решения нелинейного уравнения Беллмана в частных производных и заменить решением линейного уравнения Ляпунова-Беллмана.

В общем случае для задачи (1) – (4) необходимо синтезировать оптимальное управление \mathbf{u}_0 моделью оцениваемого процесса

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= f(\hat{\mathbf{x}}, t) + \varphi(\hat{\mathbf{x}}, t) \cdot \mathbf{u}(t); \\ \hat{\mathbf{x}}(t_0) &= \hat{\mathbf{x}}_0; \quad t \in [t_0, t_1], \end{aligned} \quad (7)$$

минимизирующее регуляризирующий полуопределенный функционал обобщенной работы (5).

Оптимальное управление \mathbf{u}_0 определяется по методу прогнозирующей модели [6] из выражения

$$\hat{\mathbf{u}}_0(t) = -\mathbf{K} \cdot \varphi^T(\hat{\mathbf{x}}) \cdot \int_t^{t_1} G^T(s, t) \cdot \frac{\partial [\Psi(\hat{\mathbf{x}}_m(s))]}{\partial \hat{\mathbf{x}}_m(s)} \cdot ds, \quad (8)$$

где $\hat{\mathbf{x}}_m(s)$ – прогнозируемое (свободное) в ускоренном времени s движение модели, определяемое уравнением $\dot{\hat{\mathbf{x}}}_m = f(\hat{\mathbf{x}}_m, s); \quad \hat{\mathbf{x}}_m(s)|_{s=t} = \hat{\mathbf{x}}(t);$ (9)

$\mathbf{G}(s, t)$ – фундаментальная матрица системы, определяемая решением матричного уравнения

$$\frac{\partial \mathbf{G}(s, t)}{\partial s} = \mathbf{F}_{\hat{\mathbf{x}}} \cdot \mathbf{G}(s, t); \quad \mathbf{G}(s, t)|_{s=t} = \mathbf{I}, \quad (10)$$

в котором $\mathbf{F}_{\hat{\mathbf{x}}} = \frac{\partial f}{\partial \hat{\mathbf{x}}}$ – матрица Якоби.

Пусть движение ЛА описывается уравнением

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \varphi(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}, \quad \mathbf{x} \in \mathbf{X} \in \mathbf{R}^6 \times [t_0, t_1]; \\ \mathbf{u} &\in \mathbf{U} \in \mathbf{R}^3 \times [t_0, t_1], \end{aligned} \quad (11)$$

где $[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T$ – вектор положения ЛА, в котором x_1, x_3, x_5 – координаты, а x_2, x_4, x_6 – скорости в инерциальной, связанной с местной, системе координат;

$\mathbf{f}(x) = [x_2, 0, x_4, 0, x_6, g]^T$ – образующая вектор-функция ЛА;

$\varphi(x)$ – матрица эффективности уравнения

$$\varphi(x) = 0,5 \cdot \rho \cdot \nu \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -x_2 & \frac{x_4 \nu}{v_p} & \frac{x_2 x_6}{v_p} \\ 0 & 0 & 0 \\ -x_4 & \frac{x_2 \nu}{v_p} & \frac{x_4 x_6}{v_p} \\ 0 & 0 & 0 \\ -x_6 & 0 & -\nu_p \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$\rho = \rho_0 \cdot \exp(-x_5 / k_p)$ – зависимость плотности от высоты [7, 8], в которой k_p – логарифмический градиент плотности по высоте;

$\nu = \sqrt{x_2^2 + x_4^2 + x_6^2}$ и $\nu_p = \sqrt{x_2^2 + x_4^2}$ определяются как модуль вектора скорости и модуль проекции вектора скорости на горизонтальную плоскость.

Таким образом, динамическая модель (13) учитывает основные силы, действующие на летательный аппарат при полете в атмосфере Земли. Она позволяет моделировать управляемый полет за счет изменения по заданному закону нормированных аэродинамических сил u_1, u_2, u_3 , оставаясь при этом достаточно простой для моделирования.

Конкретизируем $\mathbf{y} = [y_1, y_2, y_3, y_4]^T$ вектор наблюдений (2) с компонентами y_1, y_2, y_3, y_4 (дальность, азимут, угол места и радиальная скорость, соответственно)

$$\begin{aligned} y_1 &= \sqrt{x_1^2 + y_3^2 + y_5^2} + \xi_1; \\ y_2 &= \arctg(x_1 / x_3) + \xi_2; \\ y_3 &= \arctg(x_5 / \sqrt{x_1^2 + x_3^2}) + \xi_3; \\ y_4 &= \frac{x_1 x_2 + x_3 x_4 + x_5 x_6}{\sqrt{x_1^2 + y_3^2 + y_5^2}} + \xi_4. \end{aligned} \quad (13)$$

Параметры движения определяются из уравнения

оценки (7), в котором вектор аэродинамической силы $u_0 = (u_{01}, u_{02}, u_{03})^T$ в соответствии с методом прогнозирующей модели находится из уравнения (8).

Ниже представлены результаты моделирования для плоского (в вертикальной плоскости) движения (см. рис.1, 2). Статистические характеристики получены

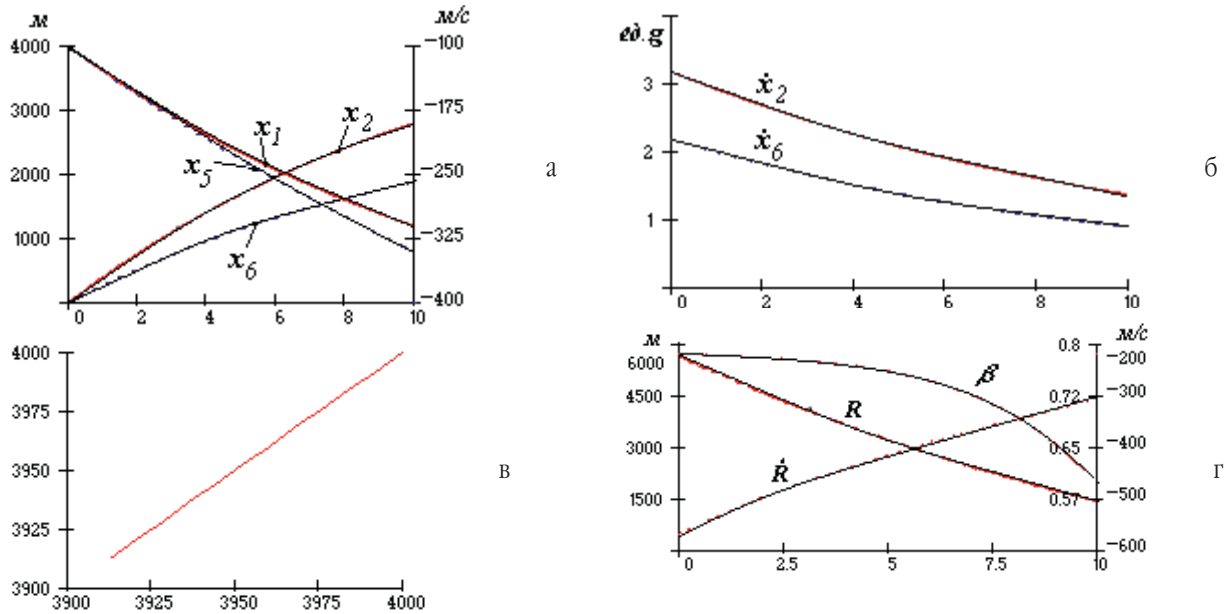


Рис.1. Траектория полета:
 а – изменение координат; б – изменение проекций скорости и ускорения; в – вид траектории;
 г – угол места, радиальные дальность и скорость

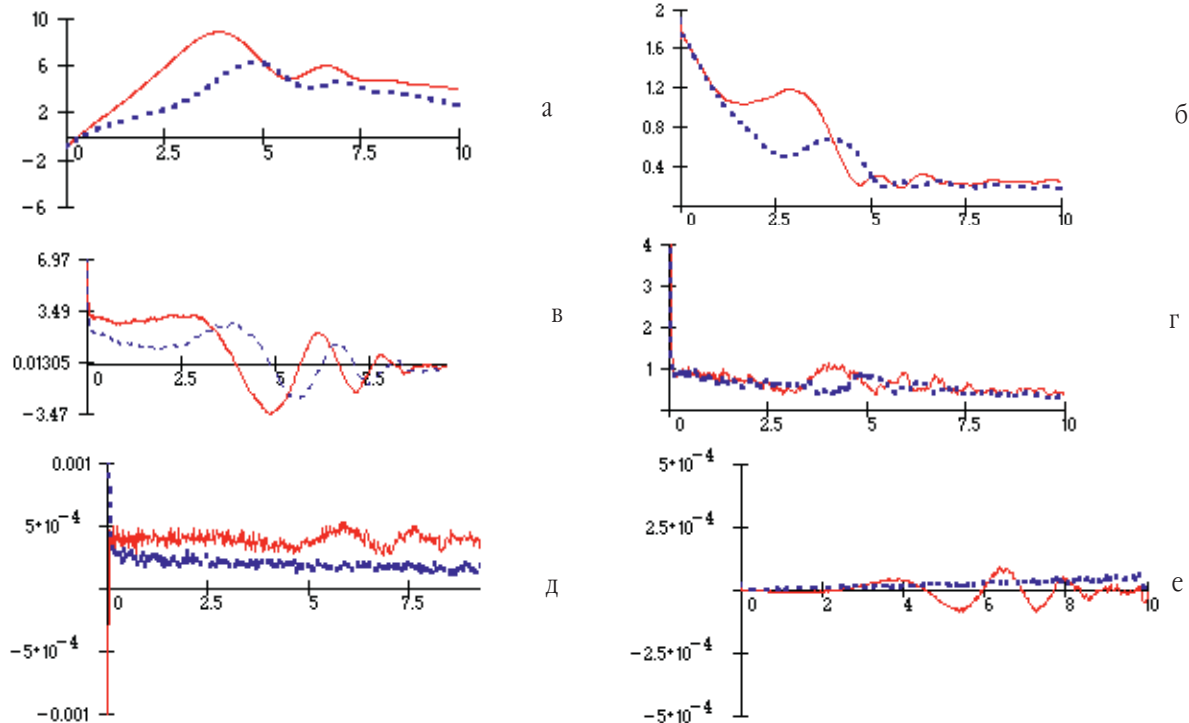


Рис.2. Оценки траектории по углу места и радиальным дальности и скорости:
 а – средние погрешности оценок координат (м); б – СКО погрешностей оценок координат (м);
 в – средние погрешности оценок проекций скорости (м/с); г – СКО погрешностей оценок проекций скорости (м/с);
 д – среднее значение оценки (—) и СКО (---) нормированной силы лобового сопротивления;
 е – среднее значение оценки (—) и СКО (---) нормированной подъемной силы

на основе многократной реализации процедуры оценивания.

Таким образом, на основе подхода решения обратных задач восстановления состояния динамической системы по косвенным наблюдениям получен алгоритм оценивания параметров движения летательного аппара-

та по траекторным измерениям. Имитационное моделирование [9] подтвердило возможность получения удовлетворительных оценок параметров движения для ЛА, представленных нелинейными моделями и нелинейными наблюдениями.

Литература

1. Фарина А, Студер Ф. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей / Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1993.
2. Тихонов АН, Арсенин ВЯ. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.
3. Таран ВН, Трофименко ИВ, Трофименко В. Н. Функционал обобщенной работы в регуляризации задачи оценивания состояния динамической системы // Автоматика и вычислительная техника. - 1999. - № 4. - С. 35-45.
4. Александров А. Г., Красовский АА. и др. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского М.: Наука. Гл. Ред. физ. мат. лит., 1987.
5. Красовский АА. Неклассические целевые функционалы и проблемы теории оптимального управления // Техническая кибернетика, 1992. №1. С3-41.
6. Таран ВН. Максимально правдоподобная оценка состояния оптимально управляемой системы // А и Т. 1991, № 8. С. 101-108.
7. Брандин ВН, Разоренов ГН. Определение траекторий космических аппаратов. - М.: Машиностроение, 1978, - 216 с.
8. Ярошевский ВА. Вход в атмосферу космических летательных аппаратов. - М.: Наука, 1988. - 336 с.
9. Половинчук НЯ. Основы теории наведения баллистических ракет и специальных летательных аппаратов. Изд. РВИ РВ, 2011. 162 с.

Материал поступил в редакцию 19. 10. 2013 г.