УДК 519.8

© Синицын С.В.
Sinicyn S.

РАЗРАБОТКА СТРАТЕГИИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ГОТОВНОСТИ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ МАТРИЧНОЙ ИГРЫ НЕКЛАССИЧЕСКОГО ТИПА И ОЦЕНКА ЕЁ ЭФФЕКТИВНОСТИ

DEVELOPMENT STRATEGY FOR RECOVERY OF READINESS OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS BASED MODEL MATRIX GAMES NONCLASSICAL TYPE AND EVALUATION OF ITS EFFECTIVENESS

Аннотация. *Предложена методика разработки стратегии восстановления готовности сложных технических систем на основе модели матричной игры неклассического типа в условиях неопределенности статистических оценок показателей надежности составляющих элементов, отличающаяся простотой реализации. Проведена оценка эффективности по критерию минимума вероятности превышения средних затрат над минимально-гарантированным значением.*

Annotation. *The technique of developing a recovery strategy readiness of complex engineering systems based on the model of non-classical matrix game type in the conditions of uncertainty of statistical estimates of reliability of the constituent elements, which is easy to implement. The efficiency of the criterion of minimal probability of exceeding the average cost of the minimum-guaranteed value.*

Ключевые слова. *Стратегия, восстановление, готовность, сложная техническая система, модель, матричная игра, оценка, эффективность.*

Key words. *The strategy, recovery, preparedness, complex technical system, the model matrix game, evaluation, efficiency.*

В статье [1] проведено обоснование принятия решения по планированию процессов поиска и устранения неисправностей сложных технических систем (далее систем) по критерию минимизации обобщенных затрат (далее затрат) с использованием модели матричной игры неклассического типа (МИНТ). Модель целесообразно использовать для разработки стратегии восстановления готовности систем на этапах испытаний и начального периода эксплуатации систем в условиях неопределенности статистических оценок показателей надежности составляющих её элементов.

Модель матричной игры неклассического типа (1) с ограничениями (2) позволяет связать решение игры с числом возникших неисправностей за счет изменения параметра β

$$\max_{\tilde{X}} W = \max_{\tilde{X}} (\tilde{X}^T E_N); \tag{1}$$

$$\beta \tilde{X}^T A_{*m} + (1-\beta) \tilde{X}^T A_{\max} \le 1, \tag{2}$$

где A – матрица размера $N\times M$; $W=1/\omega$; $\tilde{X} = X/\omega$; ω – значение игры; $X=\{\xi_1,\xi_2,...,\xi_n,...,\xi_N\}^T$ – вектор-столбец вероятностного распределения стратегий поиска (устранения) неисправностей (решение или смешанная стратегия ЛПР); E_N – единичный вектор-столбец размерности N; $A_{\max}$ – столбец с элементами $\max\limits_m a_n^m$; $A^*{}_m$ – m-й столбец матрицы А.

При предельных значениях β (β=1, β=0) модель МИНТ соответствует смешанному расширению матричной игры (СРМИ) и матричной игре в чистых стратегиях соответственно. Результаты решения игры (1) при ограничениях (2) для различных значений параметра $\beta = \overline{0,1}$ позволяют сделать вывод, что при малом числе реализаций процесса поиска и устранения неисправностей параметр β следует выбирать близким к нулю. При увеличении числа реализаций процесса, параметр β следует выбирать близким к единице. Однако никаких обоснованных методик, однозначно связывающих параметр β с числом реализаций процесса поиска и устранения неисправностей, не предложено, что затрудняет применение модели МИНТ типа на практике.

В настоящее время технические системы создаются на основе высоконадежной элементной базы. В таких условиях количество неисправностей, возни-

Синицын Сергей Витальевич – кандидат технических наук, преподаватель, Военная академия РВСН им. Петра Великого, тел. 8-985-483-71-42.

Sinitsyn Sergei – candidate of technical sciences, professor, Military academy of strategic missile forces Peter the Great, tel. 8-985-483-71-42.

кающих в процессе эксплуатации, будет незначительным, даже для длительного срока эксплуатации. Поэтому для разработки стратегии восстановления готовности, как правило, применяют минимаксный критерий [2]. Это подтверждается практикой эксплуатации современных технических систем. Поэтому целью применения модели МИНТ является решение противоречия между объективной возможностью снижения средних затрат и возможностью их превышения над минимально-гарантированным значением при незначительном числе возникновения неисправностей.

В настоящей статье рассматривается задача практической реализации решения модели МИНТ и оценка его эффективности. Под неисправностью системы понимается неисправность одного элемента (подсистемы, прибора или блока) из их конечного множества. Степень детализации определяется конкретными условиями задачи.

В общем виде решение МИНТ представляет собой смешанную стратегию (3).

$$X^*(\beta)=\{\xi_1(\beta),\xi_2(\beta),\dots,\xi_n(\beta),\dots,\xi_N(\beta)\}^T, \qquad (3)$$

где $\xi_N(\beta)$ – оптимальная частота применения стратегии n.

При малых значениях параметра β смешанная стратегия $X^*(\beta)$ (3) вырождается в чистую стратегию $\xi_N(\beta)=1$, $\xi j(\beta)=0$ $\forall j\neq n$, применение которой гарантирует минимум максимально возможных затрат для органов восстановления готовности (ОВГ), но такое решение не всегда является удовлетворительным. Увеличение параметра β до 1 приводит к снижению математического ожидания затрат. На рис. 1 изображен график решения матрицы затрат (4), соответствующей рассмотренному в статье [1] примеру

$$A=\begin{vmatrix} 0,358 & 0,356 & 0,785 \\ 0,358 & 0,684 & 0,622 \\ 0,577 & 0,146 & 0,785 \\ 0,946 & 0,146 & 0,597 \\ 0,728 & 0,684 & 0,434 \\ 0,946 & 0,474 & 0,434 \end{vmatrix}. \qquad (4)$$

Анализ решения показывает, что за счет применения смешанной стратегии можно добиться снижения математического ожидания затрат на поиск и устранение неисправностей, однако такое решение справедливо для бесконечного числа неисправностей в процессе эксплуатации, что противоречит практике. При ограниченном числе неисправностей средние затраты могут превысить не только значение математического ожидания, но и минимально-гарантированное значение.

Реализация смешанной стратегии (3) в технических задачах может быть основана на принципе применения физической смеси стратегий [3]. Физической смесью стратегий называется такая стратегия, при которой одновременно или последовательно применяются чистые стратегии в определенных пропорциях.

Рассмотрим более подробно принцип реализации физической смеси стратегий к задачам планирования процесса поиска и устранения неисправностей.

Пусть некоторая система в процессе испытаний и начального этапа эксплуатации имеет два состояния исправное Г и неисправное $\overline{\Gamma}$, которое характеризуется отказом одного из элементов. Тогда работу всей системы можно представить в виде случайных интервалов работы Р(Г) и восстановления В($\overline{\Gamma}$) чередующихся друг за другом. Как правило, случайные величины Р(Г) и В($\overline{\Gamma}$) независимы, поэтому в качестве показателя для оценки затрат, характеризующих поиск и устранение неисправностей будем использовать математическое ожидание средних затрат за k неисправностей, возникших в процессе эксплуатации МО($\overline{W_k}$).

В качестве критерия приемлемости смешанной стратегии (3) определим вероятность, характеризующую степень возможности появления результатов худших, чем лучшие из гарантированных [4]

$$P(\overline{W_k}>\omega_г)\leq\alpha. \qquad (5)$$

Физический смысл критерия состоит в том, что средние затраты на поиск и устранение k неисправно-

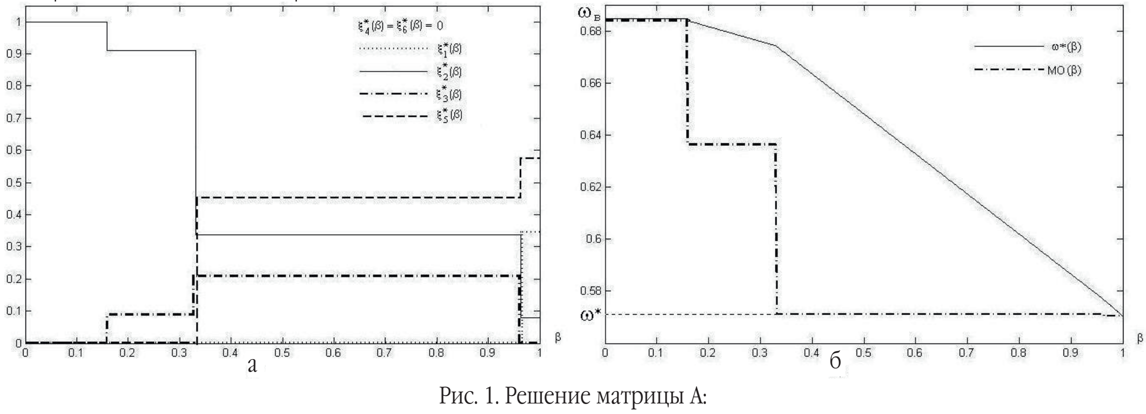

Рис. 1. Решение матрицы А:
а) смешанная стратегия $X(\beta)$;
б) значение игры $\omega^*(\beta)$ и математическое ожидание затрат МО(β) в единичной реализации игровой ситуации

стей не превысят гарантированных с вероятностью α. Для конкретных матриц игры такие расчёты могут быть проведены на основе непосредственного определения значений $P(\overline{W_k} > \omega_г)$ и приближенных подходов.

Рассмотрим первый из них.

Решив задачу линейного программирования двойственную задаче (1) получим оптимальные условные вероятности возникновения неисправностей

$$Y^*(\beta)=\{\eta_1(\beta), \eta_2(\beta),..., \eta_m(\beta),..., \eta_M(\beta)\}^T, \qquad (6)$$

где $\eta_m(\beta)$ – вероятность возникновения неисправности m-го элемента при условии, что система неисправна.

Свойства матричных игр [5] характеризуют их как пропорции или частоты событий возникновения неисправностей элементов системы, которые максимизируют затраты для ОВГ. На практике действительные значения частот $Y_k^д = \left\{\eta_{1_k}^д, \eta_{2_k}^д, \ldots, \eta_{m_k}^д, \ldots, \eta_{M_k}^д\right\}$ при возникновении k неисправностей будут отличаться от оптимальных $Y^*(\beta)$. А это значит, что никакие значения $Y_k^д$, отличные от оптимальных $Y^*(\beta)$, не приведут к большим затратам.

Зная оптимальные значения стратегий $X^*(\beta)$ и $Y^*(\beta)$ можно непосредственно рассчитать значение вероятности события $P(W_1 > \omega_г)$, заключающегося в том, что затраты при устранении одной неисправности W_1 превысят минимально-гарантированное значение $\omega_г$.

$$P(W_1 > \omega_г) = \sum_{\text{если } a_{nm} > \omega_г} \xi_n(\beta) \cdot \eta_m(\beta). \qquad (7)$$

Поскольку возникновение очередной неисправности системы после восстановления есть событие независимое, то на основе теоремы умножения для независимых событий определим $P(\overline{W_k} > \omega_г)$

$$P(W_1 > \omega_г) = \sum_{\text{если } a_{nm} > \omega_г} \xi_n(\beta) \cdot \eta_m(\beta). \qquad (8)$$

С учетом (8) правило выбора значения параметра β_k для k-й неисправности системы запишется в виде

$$\beta_k = \left[\arg_{\beta \to 1} \left(\sum_{\text{если } a_{nm} > \omega_г} \xi_n(\beta) \cdot \eta_m(\beta) \right)^k \le \alpha \right], \qquad (9)$$

а правило выбора чистой стратегии устранения этой неисправности запишется в виде

$$x_k = \arg\left(\min_{X_k^д} \left(\left(X^*(\beta_k) - X_k^д \right) E_N \right) \right), \qquad (10)$$

где $X_k^д = \left\{ \xi_{1_k}^д, \xi_{2_k}^д, ..., \xi_{x_k}^д, ..., \xi_{N_k}^д \right\}$ – действительные значения частот применения чистых стратегий при возникновении очередной k-й неисправности.

Рассмотренный способ имеет недостаток, заключающийся в том, что непосредственный подсчёт вероятностей (5) приводит к затруднениям с вычислительной точки зрения даже для малых размеров матриц.

Приближенный способ формирования стратегии поиска и устранения неисправности основан на использовании конкретных характеристик модели игры неклассического типа. Отметим, что решение МИНТ $\omega^*(\beta)$, уменьшается от минимально гарантированного значения $\omega_г = \min_i \max_j a_{ij}$ при β=0 до значения игры ω^* при β=1, соответствующего решению классической модели СРМИ (см. рис. 1,б). Используя это свойство, правило выбора значения параметра β для k-й неисправности системы может быть сформулировано в следующем виде:

$$\beta_k = \left[\arg_{\beta \to 1} \left(\frac{\omega_г - \omega(\beta)}{\omega_г} \right)^k \le \alpha \right]. \qquad (11)$$

Формирование стратегии устранения неисправностей с использованием выражения (11) проще с вычислительной и алгоритмической точек зрения. Используя выражения (10), (11) сформируем стратегию поиска и устранения неисправностей для значения α=0,01. Результаты расчетов для 10 неисправностей приведены во второй строке таблицы.

Для оценки эффективности применения модели МИНТ по сравнению с классической моделью СРМИ необходимо выбрать показатели и условия оценки.

Поскольку рассматривается незначительное число неисправностей, то в качестве основного показателя эффективности модели МИНТ примем вероятность превышения средних затрат над гарантированным значением (5). Кроме того, проведем оценку эффективности дополнительными показателями: математическим ожиданием средних потерь (МО) и их СКО (σ).

Что касается условий проведения оценки эффективности, то стоит отметить, что, как правило, программы испытаний по оценке надежности технических систем имеют предположение о том, что при неизвестных характеристиках надежности составляющих элементов следует полагать их равнонадежными. Это предположение является наиболее неблагоприятным с позиций теории вероятностей и ведет к значительному увеличению СКО затрат. Обозначим такое распределение $\overline{Y}$. С точки зрения теории игр оптимальные условные вероятности возникновения неисправностей $Y^*(\beta)$ (6) ведут к наибольшим затратам ОВГ. Поэтому оценку эффективности целесообразно провести относительно этих двух распределений.

Для формализации выводов по эффективности модели СРМИ НТ введем следующие обозначения:

$X^*=\{\xi_1,\xi_2,...,\xi_n,...,\xi_6\}^T = X^*(\beta=1)$ – смешанная стратегия ОВГ, являющаяся решением модели СРМИ;

$X^{HT}=\{x_1, x_2,\ldots,x_k,\ldots,x_{10}\}$ – стратегия устранения десяти неисправностей, сформированная на основе ре-

Результаты численного моделирования

k		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
β_k		0,15	0,15	0,33	0.33	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
x_k		2	2	3	5	1	5	1	5	5	1
$P(W_1 > \omega_г)$	X^{HT}, Y^*	0	0	0,137	0,101	0,07	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$
	X^*, Y^*	0,241	0,23	0,173	0,118	0,09	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$
	$X^{HT}, \overline{Y}$	0	0	0,012	0,003	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$
	$X^*, \overline{Y}$	0,229	0,17	0,021	0,008	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$
$MO(\overline{W_k})$	X^{HT}, Y^*	0,684	0,684	0,636	0,607	0,583	0,580	0,578	0,577	0,576	0,574
	X^*, Y^*	0,571	0,571	0,571	0,571	0,571	0,571	0,571	0,571	0,571	0,571
	$X^{HT}, \overline{Y}$	0,581	0,575	0,560	0,549	0,531	0,527	0,524	0,521	0,519	0,513
	$X^*, \overline{Y}$	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500
$\sigma(\overline{W_k})$	X^{HT}, Y^*	0,064	0,052	0,044	0,039	0,035	0,019	0,009	0,002	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$
	X^*, Y^*	0,256	0,181	0,120	0,087	0,043	0,034	0,018	0,007	0,001	$<10^{-4}$
	$X^{HT}, \overline{Y}$	0,206	0,128	0,055	0,031	0,029	0,015	0,006	0,002	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$
	$X^*, \overline{Y}$	0,186	0,095	0,090	0,043	0,037	0,015	0,004	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$

шения модели МИНТ (см. таблицу).

Из таблицы следует, что при проявлении первых двух неисправностей применяется стратегия №2, применение этой стратегии гарантирует ОВГ затраты, не превышающие $\omega_г$, т.е. вероятность превышения средних затрат над гарантированным значением $P(W_1 > \omega_г) =$ $= P(\overline{W_2} > \omega_г) =0$. В этом случае характеристики распределения средних затрат полностью зависят от характеристик надежности элементов, составляющих систему. Поэтому $MO(X^{HT}, Y^*)=\omega_г$, а $MO(X^{HT}, \overline{Y})\le\omega_г$. При использовании ОВГ смешанной стратегии X^* $P(\overline{W_2} > \omega_г) >0$, $P(\overline{W_2} > \omega_г) >0$ для условий распределения неисправностей $\overline{Y}$ и Y^*. Поскольку в спектр стратегии X^* входят чистые стратегии, применение которых может привести к затратам, превышающим минимально-гарантированные.

При проявлении последующих неисправностей ОВГ применяют стратегии, указанные во второй строке таблицы. Для наглядности результатов моделирования на рис. 2 и рис. 3 изображены графики плотностей распределения средних затрат трех и пяти неисправностей соответственно. На каждом рисунке отображены четыре графика плотностей распределения средних затрат при применении стратегий восстановления X^{HT} и X^* относительно условий распределения неисправностей $\overline{Y}$ и Y^*. Кроме того, обозначены уровни затрат, соответствующие решению МИНТ при граничных условиях параметра β [$\omega^*(\beta=1)=0{,}571$ и $\omega_г(\beta=0)=0{,}684$)].

Для оптимальных условных вероятностей возникновения трех неисправностей элементов Y^* (6), составляющих систему, вероятность превышения средних

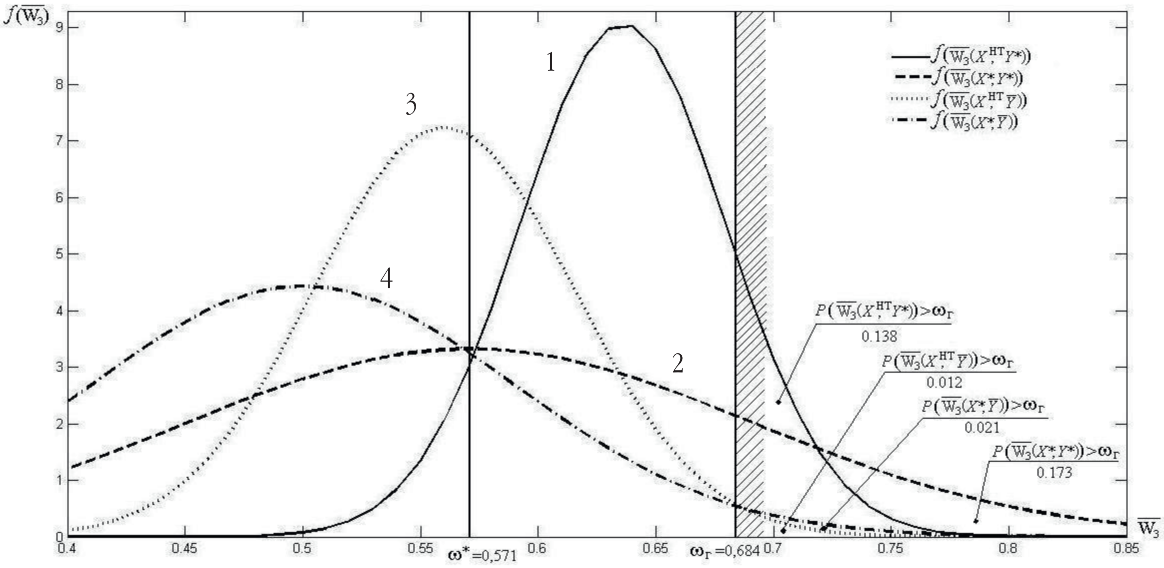

Рис. 2. Графики плотностей распределения средних затрат трех неисправностей

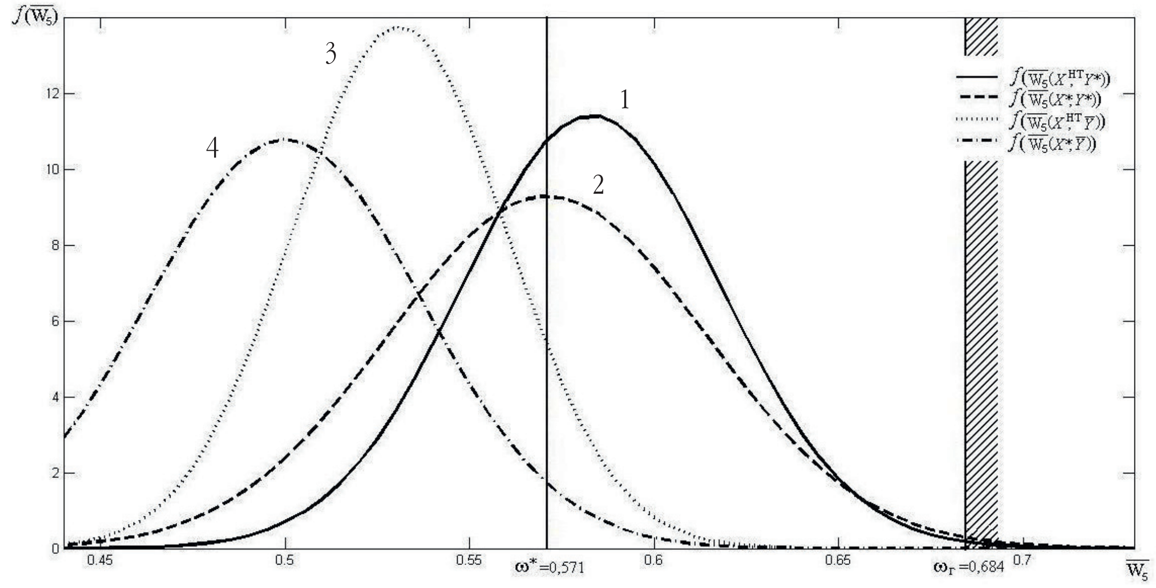

Рис. 3. Графики плотностей распределения средних затрат пяти неисправностей

затрат над минимально-гарантированным значением $P\left(\overline{W}_3(X^{HT},Y^*)>\omega_г\right)$ =0,138, что на 0,036 (на 20 процентов) меньше, чем при использовании стратегии, полученной решением классической модели СРМИ (рис. 2, линии 1 и 2). Следует отметить, что по математическому ожиданию средних потерь преимущества модели МИНТ не наблюдается, т.е.

$MO\left(\overline{W}_3(X^{HT},Y^*)=0,636\right)>MO\left(\overline{W}_3(X^*,Y^*)=0,571\right)$,

но этот показатель является второстепенным. Кроме того недостаток качества по показателю математического ожидания компенсируется по показателю СКО

$\sigma\left(\overline{W}_3(X^{HT},Y^*)=0,044\right)<\sigma\left(\overline{W}_3(X^*,Y^*)=0,120\right)$.

Аналогичные выводы об эффективности модели МИНТ по сравнению с СРМИ можно сделать и для условий распределения неисправностей (рис. 2, линии 3 и 4). В этом случае математические ожидания при использовании ОВГ сравниваемых стратегий уменьшается, что полностью соответствует свойствам матричных игр с нулевой суммой [5].

Для пяти возникших в процессе эксплуатации неисправностей (рис. 3) остаются справедливыми выводы, сделанные для трех неисправностей. Однако эффективность модели МИНТ снижается. Это объясняется тем, что при возникновении пяти неисправностей (k=5) параметр β, рассчитанный по выражению (11), равен единице и модель МИНТ соответствует классической модели СРМИ (см. таблицу).

Таким образом, стратегия восстановления готовности, сформированная на основе модели МИНТ, эффективна в области незначительного числа возникновения неисправностей системы (для рассмотренного примера до 6) и позволяет с ограниченным значением вероятности превышения затрат над гарантированным значением сократить средние затраты в области малого числа возникновения неисправностей системы. Модель МИНТ имеет преимущество в сравнении с минимаксным методом за счет гибкого учета числа возникших неисправностей. Модель МИНТ может быть использована для разработки стратегий восстановления готовности сложных технических систем на этапах испытаний и начального периода эксплуатации. При значительном числе неисправностей модель МИНТ полностью соответствует классической модели СРМИ, что позволяет использовать её и на этапе эксплуатации.

Литература

1. Строцев А.А., Синицын С.В. Применение методов теории принятия решений в условиях неопределенности при разработке системы поддержки принятия решения по поиску и устранению неисправностей сложных технических систем на начальном и послегарантийном периодах эксплуатации. // Двойные технологии. – 2009, №1. – С. 15 – 21.

2. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. 2-е изд., – СПб.: БВХ-Петербург, 2006. – 704 с.

3. Вентцель Е.С. Введение в исследование операций. – М:Советское радио, 1964 – 391 с.

4. Строцев А.А., Синицын С.В., Кузьменко А.Н. Методика оценки эффективности применения модели смешанного расширения матричных игр неклассического типа к задачам контроля технического состояния сложных систем. // Радиоэлектроника. Известия ВУЗов. Том 50. – 2009, №7. – С. 24 – 36.

5. Оуэн Г. Теория игр:. 3-е изд. – М.: Издательство ЛКИ, 2007. – 216 с.

Материал поступил в редакцию 19. 02. 2014 г.