УДК 355.359

© Черноскутов А.И., Мукминов В.А.
Chernoskutov A., Mukminov W.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВРЕМЕНИ ЗАПАЗДЫВАНИЯ ВВОДА РЕЗЕРВА БОЕВЫХ СРЕДСТВ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ДЕЙСТВИЙ РАЗНОРОДНЫХ ГРУППИРОВОК

ESTIMATION OF THE INFLUENCE OF TIME ZAPAZDYVANIYA ENTERING THE RESERVE OF THE COMBAT FACILITIES ON RESULTS ACTION HETEROGENEOUS GROUPS

Аннотация. *В статье излагается метод оценки влияния запаздывания ввода боевых средств на эффективность действий разнородных группировок. Оценивается эффективность влияния стратегий одной стороной в зависимости от времени запаздывания ввода резерва другой стороной.*

Annotation. *In article is stated method of the estimation of the influence of the deceleration of the entering the combat facilities on efficiency action heterogeneous groups. It Is Valued efficiency of the influence strategy by one side depending on time of the deceleration of the entering the reserve by other side.*

Ключевые слова. *Боевые действия, группировки, стратегии, потери, ущерб.*

Key words. *Combat actions, groups, strategies, loss, damage.*

1. Актуальность задачи

При боевых действиях (БД) одной группировки А против другой В вопрос ввода резервных сил и однородных боевых средств (БСр) не представляет новизны [1–4]. В том случае, когда группировки являются разнородными, вызывает интерес влияние выбора стратегий и величины запаздывания ввода резерва в БД разнородных и однородных группировок. Напомним, что к разнородным группировкам (РГ) в статьях [5–9] и патентах [10, 11] в математическом плане относятся те, у которых произведения интенсивностей поражающего огня не равны друг другу

$$\lambda_1\mu_1 \neq \lambda_2\mu_2, \qquad (1а)$$

где λ_1, λ_2 – интенсивности поражающего огня БСр первой B_1 и второй B_2 группировок стороны В, ведущей огонь по БСр группировки А;

μ_1, μ_2 – интенсивности поражающего огня БСр группировки А, осуществляющей ведения огня соответственно по БСр первой и второй группировок стороны В.

В отличие от БД РГ [формула (1а)], однородными будем называть группировки (ОГ), у которых аналогичные произведения интенсивностей поражающего огня БСр друг против друга не отличаются

$$\lambda_1\mu_1 = \lambda_2\mu_2 \qquad (1б)$$

В известных работах [1–4] были определены критерии победы одной из сторон до проведения БД и подчеркивалась *только значимость количества* (*M, N*) противостоящих друг другу БСр сторон. В более поздних статьях [5–9] и патентах [10, 11] авторами было выявлено существенное отличие РГ от однородных, связанное *с наличием дополнительных стратегий*, не присущих ОГ.

При одновременном начале БД стороны А с группировками B_1 и B_2 возникают следующие проблемные вопросы:

1) Существует ли оптимальная стратегия в БД разнородных группировок в условиях запаздывания ввода резерва?

2) Как влияет величина запаздывания ввода резерва на выбор стратегии БД?

3) В чем отличие картины запаздывания ввода резерва разнородных БСр от однородных?

4) Как влияет выбор стратегии ведения БД с разнородными и однородными БСр?

5) Надо ли стороне А придерживаться правила уни-

Черноскутов Анатолий Иванович – доктор технических наук, старший научный сотрудник, главный научный сотрудник, 4 ЦНИИ Минобороны России, тел. 515-25-75;
Мукминов Владислав Аликович – кандидат технических наук, начальник отдела, 4 ЦНИИ Минобороны России, тел. 544-26-24.

Chernoskutov Anatoly – Dr.Sci.Tech., the senior scientific employee, the main scientific employee, 4 Central Scientific Research Institute Ministry of Defence of Russia, tel. (495) 515-25-75;
Mukminov Wladislav – Kand.Sci.Tech., the chief of department, 4 Central Scientific Research Institute Ministry of Defence of Russia, tel. (495) 544-26-24.

чтожения вначале сильной группировки, а затем слабой?

Наличие разнородных группировок в БД сторон затрудняет получение ответа на все поставленные и другие вопросы.

2. Исходные показатели БСр

Показателями БСр стороны А до начала ($t \le 0$) ведения групповых БД будут: M, N_1, N_2 – первоначальные и текущие $m[t]$, $n_1[t]$, $n_2[t]$ величины боевых средств в группировках А, B_1, B_2. О качественных показателях (λ_1, λ_2; μ_1, μ_2) сторон было сказано при рассмотрении формулы (1а).

Для наглядности оценки влияния каждой из стратегий на результаты БД придадим характеристикам БСр численные значения, показанные в табл. 1.

3. Исходные зависимости изменения значений БСр в ходе БД

Исходные уравнения (2а) – (2г) для динамики ведения БД трех группировок представляются для программного комплекса Mathematic (ПКМ) в следующем виде:

$$\mathrm{DSolve}[\{m'[t] - (\lambda_1 \cdot n_1[t] + \lambda_2 \cdot n_2[t]); \quad (2а)$$

$$n_1'[t] - \mu_1 \cdot r_1 \cdot m[t]; \quad (2б)$$

$$n_2'[t] - \mu_2 \cdot (1 - r_1) \cdot m[t]; \quad (2в)$$

$$m[0]=M;\ n_1[0]=N_1;\ n_2[0]=N_2\};\ \{m[t], n_1[t], n_2[t]\}, t]. \quad (2г)$$

Решение дифференциальных уравнений (2а)–(2г) с помощью ПКМ позволяет определить формулы (3а)–(3г) изменения БСр группировок сторон в ходе БД.

$$r_1 + r_2 = 1; \quad \omega = \sqrt{r_1\lambda_1\mu_1 + \lambda_2\mu_2(1 - r_1)}; \quad (3а)$$

Таблица 1

Исходные показатели БСр РГ сторон А и В

Группировка стороны А		Группировки стороны В		Условие разнородности
А: $M = 33$	$\mu_1 = 0{,}09$ $\mu_2 = 0{,}1$	$\lambda_1 = 0{,}11$ $\lambda_2 = 0{,}13$	B_1: N_1=19 B_2: N_2=10	$\mu_1\lambda_1$=0,09·0,11 = 0,0099 $\mu_2\lambda_2$=0,1·0,13 = 0,013

В табл. 2. по известным формулам [1–4] вычислены автономные коэффициенты боевого превосходства $K_i(i=1,2)$ стороны А по отношению к группировкам B_1 и B_2, характеризующие следующие критерии результатов БД:

$$\{m[t] = MCosh[t\omega] - ((N_1\lambda_1 + N_2\lambda_2)/\omega)Sinh[t\omega]; \quad (3б)$$

$$n_1[t] = \frac{1}{\omega^2}(-N_2 r_1 \lambda_2\mu_1 + N_1 r_2\lambda_2\mu_2 + r_1(N_1\lambda_1 + N_2\lambda_2)\mu_1 Cosh[t\omega] - Mr_1\mu_1\omega Sinh[t\omega]); \quad (3в)$$

Таблица 2

Критерии БП стороны А над группировками B_1 и B_2

Критерии превосходства K_1	Критерии превосходства K_2
$K_1 = \frac{M}{N_1}\sqrt{\frac{\mu_1}{\lambda_1}} = 1{,}57$	$K_2 = \frac{M}{N_2}\sqrt{\frac{\mu_2}{\lambda_2}} = 2{,}89$

• ведя автономный огонь (либо с группировкой B_1, либо с B_2), победа будет на стороне А, так как K_1>1 и K_2>1;

• в связи с тем, что K_1=1,57, а K_2=2,89, то это означает более чем полуторное боевое превосходство (БП) БСр стороны А против группировки B_1, и почти трехкратное боевое превосходство стороны А против группировки B_2;

• иными словами, для стороны А группировка B_1 является более сильной по сравнению с B_2. Используя имеющиеся в работах [1–4] формулы для автономных БД с группировкой B_1, убеждаемся, что при уничтожении её БСр ($n_1[t_{1\infty}] = 0$), потери стороны А составляют 8 БСр. В случае разгрома группировки B_2 ($n_2[t_{2\infty}] = 0$) сторона А теряет только 2 БСр (аргументы $t_{1\infty}$ и $t_{2\infty}$ обозначают времена завершения БД с одной из группировок B_1 или B_2).

$$n_2[t] = \frac{1}{\omega^2}(N_2 r_1\lambda_1\mu_1 - N_1 r_2\lambda_1\mu_2 + r_2(N_1\lambda_1 + N_2\lambda_2)\mu_2 Cosh[t\omega] - Mr_2\mu_2\omega Sinh[t\omega]). \quad (3г)$$

Поясним значения некоторых символов и выражений, приведенных в формулах (3а)–(3г):

Sinh[$t\cdot\omega$], Cosh[$t\cdot\omega$] – значения гиперболических синусов и косинусов;

M, N_1, N_2 – начальные величины БСр группировок А, B_1, B_2;

$m[t]$, $n_1[t]$, $n_2[t]$ – текущие (во время хода БД) значения БСр группировок А, B_1, B_2;

$m[t_\infty]$, $n_1[t_\infty]$, $n_2[t_\infty]$ – величины БСр группировок А, B_1, B_2 (после завершения БД) ;

r_1, r_2, – относительные части БСр стороны А, выде-

ленные для ведения огня по группировкам B_1, B_2, равные $r_1 = M_1/M$; $r_2 = M_2/M$. Естественно, что $r_1+r_2 = 1$ и $M_1+M_2=M$.

В нашем примере $r_1=1/(1+\mu_1 \cdot N_2 \cdot \mu_2 \cdot N_1)$ для расчета $m[\tau_0 = 0, S_0]$.

4. Стратегии БД стороны А

Выделим три стратегии стороны А [5–11]:

S_{12} – сторона А вначале уничтожает более сильную (превосходящую) группировку B_1, а затем более слабую – B_2;

S_{21} – сторона А вначале уничтожает более скорострельную группировку B_2, а затем менее – B_1, у которых $\lambda_2\mu_2 = 0{,}013 > \lambda_1\mu_1 = 0{,}0099$;

S_0 – сторона А одновременно уничтожает группировки B_1 и B_2 путем выбора необходимого значения r_1 [5–11].

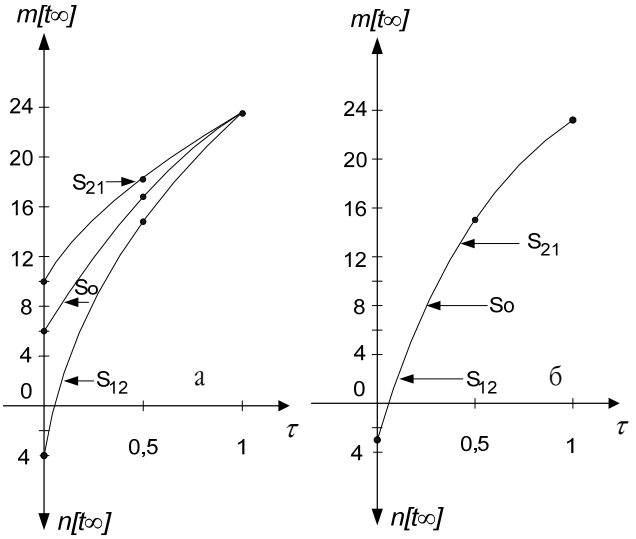
5. Запаздывание ввода резерва стороной В

Перед стороной А находится группировка B_1, из резерва к которой спешит группировка B_2, время τ ввода (запаздывания) которой может осуществиться в период $0 \geq \tau_\gamma \geq t_{1\infty}$. Значение времени $t_{1\infty}$ отражает окончание БД стороны А с группировкой B_1. В принципе можно проследить влияние времени запаздывания τ на протяжении всего периода, что достаточно громоздко, но мы ограничимся только тремя моментами:

$\tau_0=0$ – время ввода резервной группировки B_2 означает, что обе группировки находятся в состоянии мгновенного и одновременного начала сторонами БД в момент $t=0$;

$\tau_{0,5}=0{,}5t_{1\infty}$ – время ввода резервной группировки B_2 соответствует моменту половины времени $0{,}5t_{1\infty}$ автономного уничтожения группировки B_1;

$\tau_1=t_{1\infty}$ – время ввода резервной группировки B_2 в момент времени $t_{1\infty}$ после автономного уничтожения группировки B_1.



Остатки БСр сторон в зависимости от времени τ задержки ввода резерва группировки B_2 и применяемых стратегий в БД стороны А.

Используя исходные данные БСр сторон, и с учетом времени $0 \geq \tau_y \geq t_{1\infty}$ запаздывания ввода группировки B_2, приведем табл. 3 результатов БД разнородных и однородных группировок для трех стратегий БД, применяемой стороной А.

По результатам, представленным в табл. 3, построен график (см. рисунок) остатков БСр сторон в зависимости от времени τ задержки ввода резерва группировки B_2 и применяемых стратегий в БД стороны А.

Из графика следует:

• для разнородных группировок наиболее тяжелым (потери самые большие) у стороны А является про-

Таблица 3

Остатки БСр после БД разнородных и однородных группировок сторон

Стратегии	Остатки БСр для разнородных группировок		
τ_γ→Отставание резерва	$\tau_0 = 0$	$\tau_{0.5} = 0.5t_{1\infty}$	$\tau_1 = t_{1\infty}$
РГ{S_{12}}	$m[t_\infty]=0$ $n_1[t_\infty]=0$ $n_2[t_\infty]=5$	$m[t_\infty]=16$ $n_1[t_\infty]=0$ $n_2[t_\infty]=0$	$m[t_\infty]=23$ $n_1[t_\infty]=0$ $n_2[t_\infty]=0$
РГ{S_{21}}	$m[t_\infty]=10$ $n_1[t_\infty]=0$ $n_2[t_\infty]=0$	$m[t_\infty]=18$ $n_1[t_\infty]=0$ $n_2[t_\infty]=5$	$m[t_\infty]=23$ $n_1[t_\infty]=0$ $n_2[t_\infty]=0$
РГ{S_0}	$m[t_\infty]=6$ $n_1[t_\infty]=0$ $n_2[t_\infty]=0$	$m[t_\infty]=17$ $n_1[t_\infty]=0$ $n_2[t_\infty]=0$	$m[t_\infty]=23$ $n_1[t_\infty]=0$ $n_2[t_\infty]=0$
ОГ{S_{12}; S_{21}; S_0}	$m[t_\infty]=0$ $n_1[t_\infty]=0$ $n_2[t_\infty]=3$	$m[t_\infty]=15$ $n_1[t_\infty]=0$ $n_2[t_\infty]=0$	$m[t_\infty]=22$ $n_1[t_\infty]=0$ $n_2[t_\infty]=0$

цесс ведения одновременного поражающего огня против обеих группировок B_1,B_2 при τ_0=0;

• естественно, что для стороны А наиболее ответственным при τ_0=0 служит выбор *оптимальной* стратегии S_{21}.

• разброс результатов стороны А велик: от поражения (при выборе стратегии S_{12}) до победы (при стратегии S_{21});

• стратегия S_0 занимает по результатам БД промежуточное место и в зависимости от изменения величины r_1 может приближаться либо к стратегии S_{12}, либо к стратегии S_{21};

• с увеличением времени τ запаздывания ввода резерва БСр актуальность выбора стратегии сохраняется для периода $\tau_0 \le \tau_y \le 0{,}5t_{1\infty}$, в дальнейшем уменьшаясь до нуля при $\tau_1 = t_{1\infty}$.

Для сравнения влияния роли выбора стратегии для однородных группировок с исходными данными, приведенными в табл. 1 и 2, несколько видоизменим их исходные данные, получив однородные группировки, представленные в табл. 4 и 5.

• у второй кривой нет раструба, т.е. отсутствует влияние стратегий S_{12}, S_{21}, S_0, на исходы БД;

• вторая кривая напоминает нижнюю часть раструба первой кривой, т.е. худшую стратегию S_{12}.

6. Заключение

В статье еще раз подтверждена необходимость выявления разнородных группировок, учет особенностей которых – формула (1а), позволяет определить неравенство $\lambda_i \mu_i > \lambda_j \mu_j$ для выбора оптимальной стратегии – первоначального уничтожения всеми средствами *i*-й группировки (B_2) противника. В дальнейшем производится уничтожение оставшейся группировки B_1. Цена оптимальной стратегии S_{ij} (S_{21}) – победа стороны А, неоптимальная стратегия – S_{12} ведет к поражению стороны А (см. рисунок).

Если в условиях БД присутствуют однородные группировки, то все стратегии равнозначны и дают один и тот же результат. У кривой на рисунке (б) – нет раструба.

Процесс увеличения остатков БСр стороны А после окончания боевых действий в зависимости от повышения уровня запаздывания ввода резервов носит у разнородных и однородных группировок почти одинаковый характер. Однако использование в БД однородных группировок повторяет картину изменения остатков БСр при выборе худшей стратегии в действиях разнородных группировок.

Таблица 4

Исходные показатели БСр ОГ сторон А и В

Группировка стороны А		Группировки стороны В		Условие однородности
А: M = 32	μ_1 = 0,1; μ_2 = 0,096	λ_1 = 0,12; λ_2 = 0,125	B_1: N_1=19; B_2: N_2=10	$\mu_1\lambda_1$ = 0,1·0,12 = 0,012; $\mu_2\lambda_2$ = 0,096·0,125=0,012

Таблица 5

Критерии превосходства стороны А над ОГ B_1 и B_2

Критерии превосходства K_1	Критерии превосходства K_2
$K_1 = (M/N_1)\cdot(\mu_1/\lambda_1)^{0,5} = 1{,}54$	$K_2 = (M/N_2)\,(\mu_2/\lambda_2)^{0,5} = 2{,}80$

Сравнение табл. 1, 2 с табл. 4 и 5 говорит о приблизительном сходстве разнородных и однородных группировок. Отличие заключается только в реализации формул (1) для разнородных группировок в неравенстве произведений (табл.1)

0,09·0,11 = 0,0099 < 0,1·0,13=0,013

и (1б) для однородных группировок в их равенстве (табл. 4)

0,1·0,12 = 0,012 = 0,096·0,125·0,012.

На рисунке (б) и в табл. 3 (нижняя строка) аналогично рисунку (а) представлен ход кривой $m[t_\infty]$ в зависимости от изменения времени запаздывания ввода резервной группировки в условиях БД ОГ. Существенными отличиями от рисунка (а) будут:

Важность выбора оптимальной стратегии в начале боевых действий разнородных группировок очень значима (от поражения до победы стороны А). В дальнейшем – с ростом запаздывания ввода резервов ценность выбора оптимальной стратегии снижается и к концу БД роль любой из стратегий становится одинаковой.

Литература

1. Вентцель Е.С. Введение в исследование операций. – М.: Сов. Радио,1964, 391 с.

2. Иванов П. И. и др. Основы и применение методов прикладной математики в военном деле. – Монино: ВВА им. Ю.А. Гагарина, 1991. С. 186-224.

3. Жиров А. Ю. Военно-прикладная математика. Вероятностные основы оценки эффективности боевых и обеспечивающих действий авиации. – Монино: ВВА им. Ю.А. Гагарина, 2004. С. 80-118.
4. Абчук В.А., Матвейчук Ф.А., Томашевский Л.П. Уравнения динамики боя/Справочник по исследованию операций. – М.: Военное изд-во министерства Обороны СССР, 1979, с. 322-325.
5. Черноскутов А.И. и др. Стратегия боя с противоборствующей стороной, имеющей разнородные группировки сил и средств// Стратегическая стабильность. № 1 (46), 2009, с. 56-59.
6. Черноскутов А.И. и др. Выбор способа огневого поражения разнородных группировок//Стратегическая стабильность. № 2 (47), 2009, с. 18-23.
7. Черноскутов А.И. и др. Критерий, правила и ограничения при выборе стратегий боя с разнородными группировками//Стратегическая стабильность. № 1 (50), 2010, с. 27-30.
8. Черноскутов А.И. и др. Стратегия огневого поражения, обусловленная разнородностью группировок//Стратегическая стабильность. № 1(50), 2010, с. 20-26.
9. Черноскутов А.И и др. Влияние ввода ложных боевых средств на результаты боевых действий с разнородными группировками//Стратегическая стабильность. № 3 (56), 2011, с. 36-40.
10. Черноскутов А.И и др. Способ и устройство целераспределения по групповым объектам. Патент № 2 419 140 по заявке № 2008146571/08, от 25.11.2008.
11. Черноскутов А.И и др. Способ и устройство выбора стратегии целераспределения. Решение о выдаче патента от 02.12.11 . по заявке № 2010143582 /08 (062772) от 25.10.10 .

Материал поступил в редакцию 14. 12. 2011 г.