

© Лукин В. Л., Сухорученков Б.И.
Lukin V., Sukhoruchenkov B.

СПОСОБ СТАТИСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ ДИНАМИКИ БЕЗОТКАЗНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ПРОЦЕССЕ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА

METHOD OF STATISTICAL CONTROL OF DYNAMICS OF FAULTLESSNESS TECHNICAL SYSTEMS IN THE PROCESS OF LIFE CYCLE

Аннотация. Дается обоснование математической модели изменения вероятности безотказной работы (ВБР) технических систем (ТС) в течение жизненного цикла и способа оценивания, и прогнозирования ВБР в рамках этой модели по результатам проводимых испытаний ТС.

Annotation. The ground of mathematical model of change of probability of faultless work (PFW) of the technical systems (TS) is given during a life cycle and method of evaluation and prognostication of PFW within the framework of this model on results tested TS.

Ключевые слова. Техническая система, испытания, динамика вероятности безотказной работы, статистический метод оценивания.

Key words. Technical system, tests, dynamics of probability of faultless work, statistical method of evaluation.

Введение

Рассматривается техническая система (ТС), предназначенная для работы в течение ограниченного периода времени. Эффективность ТС поддерживается в процессе ее эксплуатации (при хранении или нахождении в готовности к решению целевой задачи). Одним из основных показателей эффективности ТС является вероятность безотказной работы (ВБР) при целевом применении. ВБР ТС изменяется в процессе жизненного цикла (ЖЦ): возрастает при отработке благодаря выявлению и устранению дефектов и неисправностей, поддерживается при эксплуатации в период гарантийного срока (возможно, продленного) и снижается при длительной эксплуатации из-за физико-химических изменений материалов и конструкции. К рассматриваемым ТС относятся системы одноразового целевого применения (например, ракеты-носители, баллистические и крылатые ракеты различного назначения) и системы многократного использования (в частности, наземные агрегаты и системы ракетно-космических комплексов

(РКТ) и измерительные системы), периодически привлекаемые к использованию по назначению.

Для обеспечения и подтверждения требуемой эффективности ТС необходим контроль соответствия ВБР ТС предъявляемым требованиям в процессе ЖЦ. Наиболее достоверный контроль ВБР осуществляется по результатам натурных испытаний ТС (для ракет – на основе летных испытаний, контрольных испытаний от серийных партий, испытаний после длительного хранения для обоснования решения о продлении гарантийного срока эксплуатации и испытаний по спецпрограммам). При этом для ТС одноразового целевого применения результат испытания каждого образца на безотказность переносится на все образцы имеющейся или создаваемой совокупности ТС. Возможность и корректность такой процедуры обусловлена тем, что при соблюдении правил производства и эксплуатации сложных иерархических систем с большим числом элементов ВБР каждого образца ТС варьируется в очень узких пределах $\pm 0,01$, что показано в работе [3].

Лукин Владимир Леонидович – доктор технических наук, профессор, академик-секретарь секции "Инженерные проблемы стабильности и конверсии", Российская инженерная академия, тел. (495) 543-36-70;

Сухорученков Борис Иванович – доктор технических наук, профессор, член-корреспондент Российской инженерной академии, профессор кафедры ракетного вооружения, Военная академия РВСН имени Петра Великого, тел. (495) 696-06-48.

Lukin Vladimir – doctor of engineering sciences, professor, akademik-sekretar' sections the "Engineering problems of stability and conversion", Russian engineering academy, tel. (495) 543-36-70;

Sukhoruchenkov Boris – doctor of engineering sciences, professor, corresponding member of the Russian engineering academy, professor of department of rocket armament, Military academy of RVSN of the name of Peter Great, tel. (495) 696-06-48.

Для оценивания переменной ВБР ТС по результатам испытаний необходимо выбрать математическую параметрическую модель динамики ВБР и статистический метод оценивания параметров этой модели по экспериментальным данным.

1. Математическая модель динамики ВБР ТС в процессе жизненного цикла

Изменение ВБР ТС на каждом этапе ЖЦ с учетом их особенностей можно описать различными математическими моделями.

1.1. Модель динамики ВБР ТС в процессе отработочных испытаний

В период последовательных i -х, $i = 1, \dots, n$ отработочных испытаний ВБР ТС изменяется (возрастает) благодаря выявлению и устранению различных дефектов и неисправностей, не выявленных при автономной отработке подсистем. Опыт испытаний изделий РКТ свидетельствует, что основные трудности и длительные сроки отработки ТС на безотказность обусловлены дефектами, имеющими случайную природу проявления, которые можно обнаружить не сразу, а после нескольких испытаний. Модель динамики ВБР с учетом таких дефектов приведена в работе [1] и показана более высокая ее точность по сравнению с другими моделями. Примем упрощенный вариант такой модели на основе следующих допущений. ТС изначально имеет Q дефектов с вероятностями не проявления их при каждом испытании $G_q \in [0; 1]$, которые могут проявляться при испытаниях с номерами $i_q, q=1, \dots, Q$. При проявлении дефекта происходит отказ ТС. После этого производятся эффективные доработки и дефект полностью устраняется ($G_q=1$). Проявления дефектов взаимно независимы. Если при отказе ТС дефекты не обнаружены и доработки не проведены, такой отказ считается случайным. После выявления и устранения всех дефектов ТС имеет конечную (предельную) ВБР, равную $P_{ко}$. При отработочных испытаниях можно выявить Q_B дефектов, $Q_B \leq Q$. С учетом принятых допущений изменение ВБР ТС в процессе i -х испытаний описывается следующей моделью:

$$P(i) = P_{ко} \left[\prod_{q=1}^{Q_B} G_q(i) \right] \prod_{q=Q_B+1}^Q G_q, \quad i = 1, \dots, n. \quad (1)$$

Вероятности не проявления дефектов определяются по зависимостям

$$G_q(i) = G_q \text{ при } i \leq i_q; \quad G_q(i) = 1 \text{ при } i > i_q, \quad q = 1, \dots, Q_B. \quad (2)$$

Более точная модель с учетом возможных неэффективных доработок, после которых q -й дефект устраняется не полностью, а также с учетом возможности внесения новых дефектов при проведении доработок и внесении изменений в конструкцию ТС приведена в работе [1].

1.2. Модель динамики ВБР ТС в процессе гарантийного срока эксплуатации

В течение гарантийного срока эксплуатации ТС в готовности к целевому применению ВБР ТС может значительно изменяться из-за воздействия различных внешних факторов и проведения мероприятий по поддержанию безотказности ТС. В этот период возможно проявление дефектов, не выявленных при отработочных испытаниях. Для корректности общей модели динамики ВБР будем полагать, что в начале эксплуатации предельная ВБР ТС совпадает с конечным значением $P_{ко}$ при отработке. Предполагается, что в период гарантийного срока все дефекты ТС выявляются. Обозначим предельную ВБР ТС в конце гарантийного периода эксплуатации в виде $P_{кэ}$. С учетом этого для описания изменения ВБР в период эксплуатации примем упрощенную линейную модель зависимости ВБР от времени

$$P(t) = \left[P_{ко} + (P_{кэ} - P_{ко}) \frac{t - T_{нэ}}{T_{гэ} - T_{нэ}} \right] \prod_{q=Q_B+1}^Q G_q(t), \quad t \in [T_{нэ}; T_{гэ}], \quad (3)$$

где $T_{нэ}, T_{гэ}$ – время начала и конца гарантийного периода эксплуатации ТС (возможно продленного);

Q_B – число дефектов, выявленных при отработочных испытаниях.

Вероятности не проявления дефектов в модели (3) определяются по зависимостям, аналогичным (2)

$$G_q(t) = G_q \text{ при } t \leq t_q; \quad G_q(t) = 1 \text{ при } t > t_q, \quad q=Q_B+1, \dots, Q, \quad (4)$$

где t_q – время проведения i -го испытания, при котором проявился q -й дефект.

1.3. Модель динамики ВБР ТС в период продленного срока эксплуатации

В период гарантийного срока эксплуатации ТС все дефекты, оставшиеся после отработки, выявляются и устраняются. На последнем этапе ЖЦ ТС при продленном гарантийном сроке эксплуатации после момента ТГЭ может происходить постепенное снижение ВБР из-за старения и физико-химических изменений конструкции и материалов ТС. Динамику ВБР в этот период можно описать различными параметрическими моделями: параболическими, экспоненциальными, тригонометрическими и другими [1]. Обозначим ВБР в некоторый последний момент $t_{п}$ в виде $P_{п}$. В качестве момента $t_{п}$ можно использовать время прогнозирования ВБР ТС при решении задачи обоснования возможности продления срока эксплуатации ТС. Для корректности общей модели динамики ВБР будем полагать, что в начале последнего этапа ЖЦ (при $t=T_{гэ}$) ВБР и скорость ее изменения совпадает со значением (3) без учета дефектов. Изменение ВБР ТС

в последний период ЖЦ между значениями $P_{кэ}$ и $P_{п}$ представим в виде параболической модели. С учетом принятых допущений после преобразований получим

$$P(t) = P_{п}(t) + \{P_{п} - [P_{п}(t_{п})]\} \frac{(t - T_{гэ})^2}{(T_{п} - T_{гэ})^2}, t > T_{гэ} \quad (5)$$

где $P_{п}(t)$ – функция, соответствующая зависимости (3) без учета дефектов

$$P_{п}(t) = \left[P_{ко} + (P_{кэ} - P_{ко}) \frac{t - T_{нэ}}{T_{гэ} - T_{нэ}} \right] \quad (6)$$

1.4. Комплексная модель динамики ВБР ТС в процессе ЖЦ

Модель динамики ВБР ТС в процессе ЖЦ формируется на основе моделей (1)–(5) изменения ВБР на отдельных этапах. Для этого модель (1) необходимо преобразовать в функцию от времени. Так как при отработочных испытаниях ВБР ТС зависит только от номера очередного испытания, то в этот период можно ввести условное дискретное время t , пропорциональное номеру испытания, и отсчитывать его от начала эксплуатации $T_{нэ}$

$$T_i = T_{нэ} - (n + 1 - i)\Delta; i = 1, \dots, n, \quad (7)$$

где Δ – условный временной интервал между испытаниями.

При принятой модели условный период отработочных испытаний равен $t \in [T_{нэ} - n\Delta; T_{нэ} - \Delta]$.

На основе (1)–(7) общую модель изменения ВБР ТС в процессе ЖЦ можно записать в виде комплекса зависимостей

$$P(t) = P_{ко} \prod_{q=1}^Q G_q(t), t = t_i \in [T_{нэ} - n\Delta; T_{нэ} - \Delta]; i = 1, \dots, n; \quad (8)$$

$$P(t) = \left[P_{ко} + (P_{кэ} - P_{ко}) \frac{t - T_{нэ}}{T_{гэ} - T_{нэ}} \right] \prod_{q=Q_0+1}^Q G_q(t), t \in [T_{нэ}; T_{гэ}]; \quad (9)$$

$$P(t) = P_{п}(t) + \{P_{п} - [P_{п}(t_{п})]\} \frac{(t - T_{гэ})^2}{(T_{п} - T_{гэ})^2}, t > T_{гэ} \quad (10)$$

где $G_q(t)$ – вероятности, вычисляемые по формулам (2) или (4);

$P_{п}(t)$ и $P_{п}(t_{п})$ – вероятности, определяемые по зависимости (6).

Изменение ВБР по модели (8) между дискретными моментами предполагается линейным. Отметим, что для описания переменной ВБР ТС в процессе ЖЦ кроме моделей (8)–(10) могут использоваться и другие многочисленные модели.

2. Статистический метод оценивания параметров модели динамики ВБР ТС

Параметры $P_{ко}, P_{кэ}, P_{п}, G_q, q = 1, \dots, Q$ модели (8)–(10) изменения ВБР ТС неизвестны. Их можно оценить по результатам N испытаний ТС, проводимых в период

ЖЦ; n отработочных испытаний и $N-n$ контрольных испытаний ТС от серийных партий и других видов испытаний в процессе эксплуатации. Для этого можно использовать различные статистические методы: метод наименьших квадратов, метод максимального правдоподобия и другие [1, 4]. Наиболее точные оценки, как показано в работах [1, 4], получаются по методу несмещенных оценок (МНО), который в отличие от классических методов основан на построении по экспериментальным данным плотности вероятности (ПВ) возможных оценок неизвестных параметров. Этот метод используется далее.

2.1. Построение плотности вероятности оценок параметров модели динамики ВБР

ПВ возможных оценок параметров модели ВБР ТС (8)–(10) строится на основе результатов всех N проведенных испытаний. При каждом i -м испытании, $i=1, \dots, N$, возможны следующие результаты x_i : успешное испытание ($x_i=1$), случайный отказ ($x_i=0$) и отказ из-за q -го дефекта ($x_i=0_q$). Вероятности исходов испытаний определяются на основе модели ВБР (8)–(10) при времени t_i каждого i -го испытания. После преобразований получаются следующие зависимости для вероятностей:

$$\left. \begin{aligned} \text{Вер}(x_i = 1) &= P(t_i); \\ \text{Вер}(x_i = 0) &= [1 - P_{п}(t_i)] \prod_{q=1}^Q G_q(t_i); \\ \text{Вер}(x_i = 0_q) &= P_q(t_i) (1 - G_q), \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где $P_{п}(t_i)$ – вероятности (8)–(10) без учета всех дефектов; $P_q(t_i)$ – ВБР, определяемая по зависимостям (8)–(10) без учета q -го дефекта.

Априорная вероятность получения совокупности $\{x_i\}$ любых возможных результатов испытаний равна произведению вероятностей (11) с учетом модели (8)–(10):

$$\text{Вер}(\{x_i\}) = \prod_{i=1}^N \text{Вер}(x_i). \quad (12)$$

Если параметры модели ВБР $P_{ко}, P_{кэ}, P_{п}, G_q, q=1, \dots, Q$ неизвестны, но получены результаты испытаний $\{x_i\}$, то можно построить ПВ возможных оценок неизвестных параметров, которые обозначим соответственно в виде $p_1, p_2, p_3, g_q, q=1, \dots, Q$. Предполагается, что в процессе ЖЦ ТС все дефекты выявлены и устранены, так что число дефектов Q известно. Как показано в работах [1, 4], в соответствии с МНО ПВ оценок $f(p_1, p_2, p_3, \{g_q\})$ пропорциональна вероятности (12), в которую подставляются полученные результаты испытаний, а неизвестные параметры заменяются на их оценки. Для повышения точности оценивания ВБР можно учесть априорные данные о вероятностях $P_{ко}$ и $P_{кэ}$. Информация о ВБР РКО может быть получена по результатам автономных испытаний элемен-

тов ТС. Априорные сведения о ВБР $P_{кэ}$ можно получить на основе статистических данных о безотказности аналогов и прототипов ТС. Будем представлять эти данные в виде ПВ возможных значений $f_a(p_1)$ и $f_a(p_2)$. При отсутствии априорных данных ПВ задаются в виде равномерного распределения $f_a(p)=1$ в диапазоне $[0; 1]$.

С учетом изложенного и зависимостей (1)–(12) при принятых обозначениях ПВ оценок неизвестных параметров модели динамики ВБР ТС строится последовательно по зависимостям

$$V(p_1, p_2, p_3, \{g_q\}) = f_a(p_1) \cdot f_a(p_2) \cdot \prod_{i=1}^N \text{Вер}(\{x_i\}); \quad (13)$$

$$k_1 = \int \int \int_{\Omega} V(p_1, p_2, p_3, \{g_q\}) dp_1 dp_2 dp_3 dg_1 \dots dg_Q; \quad (14)$$

$$f_{\text{общ}}(p_1, p_2, p_3, \{g_q\}) = k_1^{-1} V(p_1, p_2, p_3, \{g_q\}), \quad (15)$$

где k_1 – множитель, обеспечивающий нормирование ПВ;

Ω – множество возможных значений параметров модели ВБР (8)–(10).

Построение ПВ оценок по зависимостям (13)–(15) затруднено из-за «проклятия размерности» при вычислении многомерного интеграла (14) при большом Q . В то же время анализ структуры ПВ (15) показал [1, 4], что оценки параметров $G_q, q=1, \dots, Q$ взаимно независимы и не зависят от оценок других параметров. Поэтому ПВ (15) можно представить в виде

$$f_{\text{общ}}(p_1, p_2, p_3, \{g_q\}) = f(p_1, p_2, p_3) \prod_{q=1}^Q f_q(g_q). \quad (16)$$

Зависимость (16) позволяет значительно упростить процедуру построения ПВ оценок. Для построения ПВ $f(p_1, p_2, p_3)$ введем оценки предельной ВБР ТС без дефектов

$$p_{\Pi}(t) = p_1; \quad t \in [T_{\text{НЭ}} - n\Delta; T_{\text{НЭ}} - \Delta]; \quad (17)$$

$$p_{\Pi}(t) = \left[p_1 + (p_2 - p_1) \frac{t - T_{\text{НЭ}}}{T_{\text{ГЭ}} - T_{\text{НЭ}}} \right]; \quad t \in [T_{\text{НЭ}}; T_{\text{ГЭ}}]; \quad (18)$$

$$p_{\Pi}(t) = p_{\text{Н}}(t) + \{p_3 - [p_{\text{Н}}(t_{\Pi})]\} \frac{(t - T_{\text{НЭ}})^2}{(T_{\text{ГЭ}} - T_{\text{НЭ}})^2}, \quad t > T_{\text{ГЭ}} \quad (19)$$

где

$$p_{\text{Н}}(t) = \left[p_1 + (p_2 - p_1) \frac{t - T_{\text{НЭ}}}{T_{\text{ГЭ}} - T_{\text{НЭ}}} \right]. \quad (20)$$

В результате преобразований схемы (13)–(15) определения общей ПВ оценок неизвестных параметров с учетом (16)–(20) получаются следующие зависимости для построения ПВ $f(p_1, p_2, p_3)$ оценок параметров модели $P_{кэ}, P_{кэ}$ и P_{Π} :

$$V_{\text{Н}}(p_1, p_2, p_3) = f_a(p_1) f_a(p_2) \left[\prod_{i \in \Omega_{\text{кэ}}} p_{\Pi}(t_i) \right] \prod_{i \in \Omega_{\text{кэ}}} [1 - p_{\Pi}(t_i)]; \quad (21)$$

$$k = \int \int \int V_{\text{Н}}(p_1, p_2, p_3) dp_1 dp_2 dp_3; \quad (22)$$

$$f(p_1, p_2, p_3) = k^{-1} V_{\text{Н}}(p_1, p_2, p_3), \quad (23)$$

где $\Omega_{\text{кэ}}, \Omega_{\text{кэ}}$ – множество номеров испытаний без случайных отказов и со случайными отказами.

На основе построенной ПВ $f(p_1, p_2, p_3)$ можно определить автономные ПВ оценок параметров модели ВБР как компонентов случайного вектора по зависимостям

$$f_{p_1}(p_1) = \int \int_0^1 f(p_1, p_2, p_3) dp_2 dp_3; \quad (24)$$

$$f_{p_2}(p_2) = \int \int_0^1 f(p_1, p_2, p_3) dp_1 dp_3; \quad (25)$$

$$f_{p_3}(p_3) = \int \int_0^1 f(p_1, p_2, p_3) dp_1 dp_2. \quad (26)$$

Можно также определить ПВ оценок двух любых параметров. Например, ПВ оценок ВБР $P_{кэ}$ и P_{Π} вычисляется по зависимости

$$f_{23}(p_2, p_3) = \int_0^1 f(p_1, p_2, p_3) dp_1. \quad (27)$$

Для ПВ оценок вероятностей не проявления дефектов G_q после преобразований ПВ (13)–(15) с учетом (16) получаются следующие конечные зависимости [1, 4]:

$$f_q(g_q) = i_q (i_q + 1) g_q^{i_q - 1} (1 - g_q), \quad q=1, \dots, Q, \quad (28)$$

где i_q – номер испытания, при котором проявился q -й дефект.

ПВ (23)–(28) являются исчерпывающей характеристикой оценок параметров модели (8)–(10) как случайного вектора, на основе которых можно определить как точечные, так и интервальные оценки неизвестных параметров.

2.2. Оценивание параметров модели динамики ВБР

Точечные несмещенные оценки параметров модели динамики ВБР и их дисперсии определяются на основе ПВ оценок (24)–(26) и (28) как первые и вторые центральные моменты. При этом для оценок вероятностей $\{G_q\}$ удается получить конечные зависимости

$$\bar{P}_{кэ} = \int_0^1 p_1 f_{p_1}(p_1) dp_1; \quad (29)$$

$$\sigma_{\bar{P}_{кэ}}^2 = \int_0^1 (p_1 - \bar{P}_{кэ})^2 f_{p_1}(p_1) dp_1; \quad (30)$$

$$\bar{P}_{кэ} = \int_0^1 p_2 f_{p_2}(p_2) dp_2; \quad (31)$$

$$\sigma_{\bar{P}_{кэ}}^2 = \int_0^1 (p_2 - \bar{P}_{кэ})^2 f_{p_2}(p_2) dp_2; \quad (32)$$

$$\bar{P}_{\Pi} = \int_0^1 p_3 f_{p_3}(p_3) dp_3; \quad (33)$$

$$\sigma_{\bar{p}_n}^2 = \int_0^1 (p_3 - \bar{p}_n)^2 f_{p_3}(p_3) dp_3; \quad (34)$$

$$\bar{G}_q = \int_0^1 g_q f_g(g_q) dg_q = \frac{i_q}{i_q + 2}; \quad q = 1, \dots, Q; \quad (35)$$

$$\sigma_{\bar{G}_q}^2 = \int_0^1 (g_q - \bar{G}_q)^2 f_g(g_q) dg_q = \frac{2i_q}{(i_q + 2)^2 (i_q + 3)}; \quad q = 1, \dots, Q. \quad (36)$$

На основе автономных ПВ оценок параметров $P_{KO}, P_{KЭ}, P_{IT}$ $\{G_q\}$ можно определить интервальные оценки для этих параметров при заданной доверительной вероятности γ . Указанные параметры являются вероятностями, поэтому обычно для них определяются только нижние доверительные границы. Обозначим любой параметр в виде Θ , его доверительный интервал в виде $[\Theta_H; 1]$, а построенную ПВ оценок параметра в виде $f_\Theta(\theta)$. В этом случае нижняя доверительная граница для параметра Θ оценивается на основе соотношения

$$\int_{\Theta_H}^1 f_\Theta(\theta) d\theta = \gamma. \quad (37)$$

Полученные в пп. 2.1 и 2.2 оценки ВБР и их ПВ можно использовать для контроля соответствия безотказности ТС предъявляемым требованиям, планирования мероприятий по повышению и поддержанию требуемой ВБР ТС на различных этапах ЖЦ и обоснования решений о продлении гарантированного срока эксплуатации ТС. Для этого можно применить новые способы проверки статистических гипотез, основанные на методе несмещенных оценок [2]. Можно также проверить гипотезы о стабильности показателей безотказности ТС при эксплуатации. В частности, можно выдвинуть и проверить гипотезу, что предельная ВБР ТС (без учета дефектов) в процессе ЖЦ не изменяется. Это равносильно проверке нулевых гипотез, что ВБР $P_{KO} = P_{KЭ}$ и $P_{KЭ} = P_{IT}$. Если гипотезы будут приняты, то можно использовать более простую модель динамики ВБР ТС при $P_{KO} = P_{KЭ} = P_{IT}$ и повысить точность оценивания ВБР за счет уменьшения числа оцениваемых параметров. Пример использования такой процедуры приведен в п. 4.4.

3. Оценивание и прогнозирование динамики ВБР ТС в процессе жизненного цикла

Несмещенная точечная оценка переменной ВБР ТС и ее дисперсия определяются на основе принятой модели динамики ВБР и построенной ПВ оценок параметров модели. При этом необходимо учесть, что оценки параметров $\{g_q\}$ взаимно независимы и не зависят от вектора оценок параметров $\{p_1, p_2, p_3\}$. На основе моделей (8)–(10), (17)–(19), оценок (35), (36) и построенных ПВ оценок (23) получаются следующие зависимости для

точечных оценок ВБР ТС и их дисперсий в любой момент $t \geq T_{нр} - n\Delta$:

$$\bar{P}_n(t) = \left[\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 p_n(t) f(p_1, p_2, p_3) dp_1 dp_2 dp_3 \right]; \quad (38)$$

$$\sigma_{\bar{P}_n(t)}^2 = \left[\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 [(p_n(t) - \bar{P}_n(t))^2] f(p_1, p_2, p_3) dp_1 dp_2 dp_3 \right]; \quad (39)$$

$$\bar{P}(t) = \bar{P}_n(t) \prod_{q=1}^Q \bar{G}_q(t); \quad (40)$$

$$\sigma_{\bar{P}(t)}^2 = [\bar{P}(t)]^2 \left\{ \frac{\sigma_{\bar{P}_n(t)}^2}{[\bar{P}_n(t)]^2} + \sum_{q=1}^Q \frac{\sigma_{\bar{G}_q(t)}^2}{[\bar{G}_q(t)]^2} \right\}, \quad (41)$$

где $p_n(t)$ – оценка предельной ВБР по формулам (17)–(19).

На основе зависимостей (38)–(41) производится как оценивание (при $t \leq t_N$), так и прогнозирование ВБР ТС (при $t > t_N$).

Для интервального оценивания ВБР ТС в любой момент времени t необходимо построить ПВ оценок ВБР в этот момент по методике, описанной в работе [4]. Нижнюю доверительную границу для ВБР можно более оперативно оценить на основе допущения, что оценки (40) имеют нормальное распределение, усеченное в пределах $P(t) \in [0; 1]$. В этом случае оценка нижней доверительной границы для ВБР при заданной доверительной вероятности γ в любой момент времени t вычисляется приближенно из соотношения

$$C^{-1} F[\bar{P}(t)] = 1 - \gamma, \quad (42)$$

где $F(\dots)$ – функция нормального распределения с математическим ожиданием (40) и дисперсией (41);

C – нормирующий сомножитель, определяемый по зависимости

$$C = F(1) - F(0). \quad (43)$$

Для ключевых значений ВБР ТС $P_{KO}, P_{KЭ}, P_{IT}$ в конце каждого этапа ЖЦ нижние доверительные границы вычисляются на основе ПВ оценок этих параметров (24)–(26) по соотношениям (37).

Совокупность изложенных в пп. 1–3 моделей и методов представляет собой способ статистического контроля динамики безотказности ТС в процессе жизненного цикла. Разработанный способ можно использовать как для ТС одноразового применения, эксплуатируемых длительное время в готовности к целевому применению, так и для ТС многократного периодического целевого применения в процессе длительной эксплуатации. Изложенный способ позволяет использовать все экспериментальные данные о безотказности ТС, полученные в процессе ЖЦ, и за счет этого обеспечивает максимальную точность оценивания переменной ВБР ТС.

Изложенный способ может использоваться на отдельных этапах ЖЦ: при экспериментальной отработке

для контроля ВБР по результатам испытаний и обоснования решения о продолжении обработки или о принятии ТС в эксплуатацию; в период гарантийного срока эксплуатации ТС для текущего контроля ВБР и проведения мероприятий по поддержанию ВБР; на последнем этапе ЖЦ ТС для прогнозирования ВБР и обоснования решения о продлении гарантийного срока эксплуатации или снятия ТС с эксплуатации.

В частности, если рассматривается только наиболее важный для создания ТС период отработочных испытаний без учета априорных данных при предположении, что при испытаниях удастся выявить все дефекты, то на основе преобразований зависимостей (29)–(30) с учетом (23) и (24) получаются конечные формулы для ПВ $f_{p1}(p_i)$ оценок достигнутой ВБР ТС $P_{КО}$

$$f_{p1}(p_i) = (n+1)C_n^m p_i^{n-m} (1-p_i)^m, \quad (44)$$

где n, m – число испытаний и случайных отказов;

C_n^m – число сочетаний из n по m .

На основе преобразований зависимостей (29) и (30) с учетом ПВ (44) получаются конечные формулы для точечной оценки ВБР ТС, достигнутой при обработке, и ее дисперсии [1, 4]

$$\bar{P}_{КО} = \frac{n+1-m}{n+2}; \quad \sigma_{\bar{P}_{КО}}^2 = \frac{(m+1)(n+1-m)}{(n+2)^2(n+3)}. \quad (45)$$

Оценка нижней доверительной границы для достигнутой ВБР ТС $P_{КОН}$ при заданной доверительной вероятности γ определяется из соотношения

$$(n+1)C_n^m \int_0^{\bar{P}_{КОН}} p^{n-m} (1-p)^m dp = 1-\gamma. \quad (46)$$

При безотказных испытаниях (при $m=0$) получается конечная формула

$$\bar{P}_{КОН} = \sqrt[n+1]{1-\gamma}. \quad (47)$$

По зависимостям (45)–(47) можно также оценить ВБР ТС в период гарантийного срока эксплуатации по результатам контрольных испытаний при допущении, что ВБР в этот период стабильна.

4. Демонстрация способа оценивания переменной ВБР ТС в процессе жизненного цикла

4.1. Экспериментальные данные об отказах ТС

Рассмотрим жизненный цикл технической системы одноразового применения (например, ракеты), в течение которого было проведено $N=36$ испытаний. При обработке ТС объемом $n=10$ испытаний зафиксирован один случайный отказ и 4 отказа из-за различных дефектов. Для устранения дефектов проведены доработки, после чего такие дефекты больше не повторялись. После принятия в эксплуатацию изготовлено 8 серийных партий ТС. От каждой партии проведено по одному контрольному испытанию, все испытания прошли успешно. Первоначальный гарантийный срок эксплуатации ТС составляет 10 лет. В течение этого срока выполнено 2 контрольных испытания. При одном испытании ТС после 6 лет эксплуатации произошел отказ из-за дефекта. Для устранения дефекта были проведены соответствующие доработки всех ТС, находящихся в эксплуатации. При контрольном испытании ТС после 9 лет эксплуатации зафиксирован случайный отказ. В дальнейшем ежегодно проводились контрольные испытания ТС, которые были успешными, и гарантийный срок продлевался на один год. При испытании ТС со сроком эксплуатации 19 лет произошел случайный отказ. Повторное испытание ТС прошло успешно и срок эксплуатации был продлен. Последние контрольные испытания ТС со сроком до 24 лет эксплуатации завершились успешно.

Контроль ВБР ТС будем осуществлять от начала эксплуатации $T_{НЭ}=0$. При этом условное время отработочных испытаний в соответствии с зависимостью (7) будет отрицательным. Условный интервал между отработочными испытаниями для удобства примем равным $\Delta=1$. Все контрольные испытания ТС от серийных партий отнесем к началу эксплуатации. Время и результаты испытаний ТС в процессе ЖЦ в соответствии с принятыми условиями и обозначениями приведены в табл. 1.

Таблица 1

Время проведения и результаты испытаний ТС

Номера испытаний i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Время испытаний t_i	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	0
Результаты испытаний x_i	1	0 ₁	0 ₂	1	0 ₃	0	0 ₄	1	1	1	1	1
Номера испытаний i	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Время испытаний t_i	0	0	0	0	0	6	0	9	10	11	12	13
Результаты испытаний x_i	1	1	1	1	1	0 ₅	1	1	1	1	1	1
Номера испытаний i	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Время испытаний t_i	14	15	16	17	18	19	19	20	21	22	23	24
Результаты испытаний x_i	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

На основе полученных данных необходимо оценить динамику ВБР ТС в процессе ЖЦ и подготовить информацию для принятия решения о возможности продления гарантийного срока эксплуатации ТС еще на год. Для этого прогнозируемую ВБР P_{II} отнесем к соответствующему периоду эксплуатации $t_{II} = 25$. Для решения задачи используем способ, изложенный в пп. 2 и 3.

4.2. Построение плотности вероятности оценок параметров модели динамики ВБР ТС

Динамику ВБР ТС в процессе ЖЦ будем оценивать по модели (8)–(10). Для построения ПВ оценок параметров модели используем зависимости (21)–(28). Для повышения точности оценок привлечем априорные данные о конечных значениях ВБР $P_{КО}$ и $P_{КЭ}$, полученные по результатам автономных испытаний элементов ТС и на основе статистических данных о безотказности аналогов ТС. Эти сведения представим в виде ПВ нормального распределения с ожидаемыми значениями P_{10} и P_{20} и возможными среднеквадратическими отклонениями (СКО) σ_{10} и σ_{20} , усеченного в пределах [0; 1]:

$$f_a(p_1) \in N(P_{10}, \sigma_{10}); f_a(p_2) \in N(P_{20}, \sigma_{20}). \quad (48)$$

Примем следующие априорные значения ВБР ТС: $P_{10}=0,95; P_{20}=0,90; \sigma_{10}=\sigma_{20}=0,10$. Все вычисления проводились в системе MathCAD. Автономные ПВ оценок параметров модели динамики ВБР, полученные по зависимостям (24)–(28), показаны на рис. 1 и 2. Из рисунков видно, что распределения оценок всех параметров модели динамики ВБР ТС отличаются от нормального распределения.

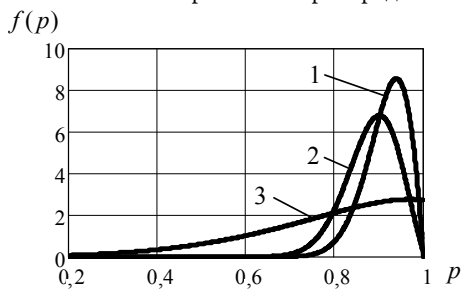


Рис. 1. Автономные ПВ оценок ВБР $f_{p_1}(p_1)$ (1); $f_{p_2}(p_2)$ (2) и $f_{p_3}(p_3)$ (3)

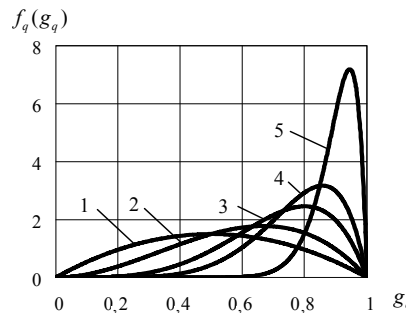


Рис. 2. Автономные ПВ оценок вероятностей не проявления дефектов $f_q(g_q)$: 1- $f_1(g_1)$; 2- $f_2(g_2)$; 3- $f_3(g_3)$; 4- $f_4(g_4)$; 5- $f_5(g_5)$

но несимметрична, а оценки параметров имеют отрицательную корреляционную связь.

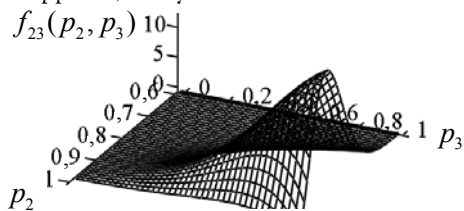


Рис. 3. Общий вид ПВ оценок $f_{23}(p_2, p_3)$

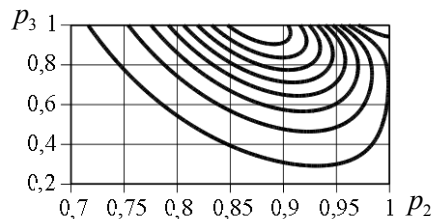


Рис. 4. Карта уровней ПВ оценок $f_{23}(p_2, p_3)$

4.3. Оценивание параметров модели динамики ВБР ТС

На основе построенных ПВ оценок параметров, показанных на рис. 1 и 2, вычисляются точечные оценки неизвестных параметров модели динамики ВБР ТС и их дисперсии по зависимостям (29)–(36). Односторонние доверительные границы для параметров вычисляются на основе соотношения (37). Полученные реализации оценок параметров и их среднеквадратические отклонения (СКО) приведены в табл. 2.

Таблица 2

Оценки параметров модели динамики ВБР ТС

Параметры модели	$P_{КО}$	$P_{КЭ}$	P_{II}	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
Реализации точечных оценок параметров	0,915	0,882	0,766	0,500	0,600	0,714	0,778	0,900
СКО точечных оценок параметров	0,048	0,058	0,180	0,224	0,200	0,160	0,131	0,065
Нижняя доверительная граница при $\gamma = 0,90$	0,849	0,805	0,510	0,195	0,320	0,490	0,593	0,810

Совместная ПВ $f(p_2, p_3)$ оценок ВБР ТС в начале и конце продленного срока эксплуатации, построенная по зависимости (27), показана на рис. 3 и 4.

Из рис. 3 и 4 следует, что ПВ оценок существен-

4.4. Оценивание и прогнозирования динамики ВБР ТС

Переменная ВБР ТС в процессе ЖЦ оценивается по зависимостям (38)–(41). Реализация оценки ВБР и ее СКО, увеличенное в 4 раза, показаны на рис. 5. Из-

менение ВБР между моментами испытаний принято линейным.

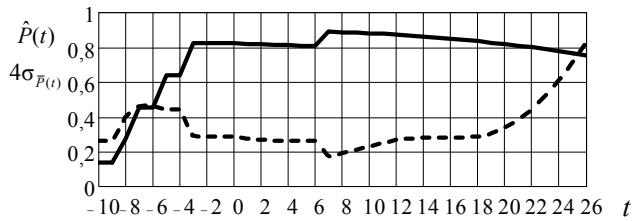


Рис. 5. Реализация оценки ВБР ТС (сплошная) и ее СКО, увеличенное в 4 раза (пунктирная)

Из рис. 5 видно, что оценка ВБР ТС возрастает при отработочных испытаниях благодаря выявлению дефектов и устранению их при доработках. При гарантийном сроке эксплуатации (при $t \in [0; 10]$) оценка ВБР постепенно снижается, но при сроке эксплуатации 6 лет возрастает после выявления последнего 5-го дефекта и проведения соответствующих доработок. В период продленного срока эксплуатации (при $t > 10$) оценка ВБР снижается, а ее СКО возрастает.

На основе полученных оценок можно осуществить прогнозирование ВБР ТС при продолжении эксплуатации (при $t > t_N$) по зависимостям (38)–(39). Например, при продолжении эксплуатации ТС на один год (при $t=25$) реализация точечной оценки прогнозируемой ВБР и ее СКО в рассмотренном примере совпадают с оценкой ВБР $P_{П}$ (см. табл. 2) и равны $\hat{P}_{П} = 0,766$; $\sigma_{\hat{P}_{П}} = 0,180$. Нижняя доверительная граница для прогнозируемой ВБР при доверительной вероятности $\gamma = 0,9$ равна $\hat{P}_{Пн} = 0,51$. Сравнение полученных оценок с требуемыми значениями ВБР позволяет обосновать решение о возможности продления срока эксплуатации ТС.

4.5. Анализ полученных результатов

Анализ результатов, полученных в пп. 4.2–4.4, позволяет дополнительно решить некоторые задачи контроля динамики ВБР ТС в процессе ЖЦ. Рассмотрим некоторые из них.

А. Проверка гипотез о стабильности ВБР ТС в процессе ЖЦ. Полученные выше оценки ВБР позволяют проверить различные гипотезы о параметрах модели динамики ВБР и значениях ВБР ТС на различных этапах ЖЦ [2]. Рассмотрим случай, когда выдвигается гипотеза, что ВБР ТС в процессе длительной эксплуатации (при $t > t_{ТЭ}$) не изменяется. Это равносильно нулевой гипотезе $H_0: P_{КО} = P_{КЭ} = P_{П}$, что в конце гарантийного срока эксплуатации ВБР ТС $P_{КО}$ и прогнозируемая ВБР РП (при $t=25$) совпадают. Для проверки гипотезы зададим уровень значимости $\alpha=0,2$ и вычислим вероятности неравенства зна-

чений ВБР на основе построенных ПВ оценок ВБР $f_{p_2}(p_2)$ и $f_{p_3}(p_3)$ (рис. 1) по зависимостям

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \text{Вер}(P_{П} \leq P_{КО}) = \int_0^1 \int_{p_3}^1 f_{p_2}(p_2) f_{p_3}(p_3) dp_2 dp_3; \\ B_2 &= \text{Вер}(P_{П} > P_{КО}) = 1 - B_1; \quad B_{\max} = \max(B_1; B_2). \end{aligned} \right\} (49)$$

$$\left. \begin{aligned} &\text{Для решения используется правило [2]:} \\ &\text{гипотеза принимается, если } B_{\max} \leq 1 - \alpha; \\ &\text{гипотеза отклоняется, если } B_{\max} > 1 - \alpha. \end{aligned} \right\} (50)$$

По зависимостям (49) с учетом ПВ оценок, показанных на рис. 1, были получены следующие вероятности: $B_1=0,69$, $B_2=0,31$. По правилу (50) гипотезу следует принять и считать, что прогнозируемая ВБР ТС не отличается от ВБР в конце первоначального гарантийного срока эксплуатации. Однако при принятии окончательного решения следует учесть, что вероятность того, что ВБР ТС в процессе длительной эксплуатации снижается, составляет значительную величину $B_1=0,69$.

Аналогично можно проверить гипотезу, что ВБР ТС стабильна в гарантийный период эксплуатации (что $P_{КО} = P_{КЭ}$). Как следует из рис. 1 и табл. 2, значения вероятностей $P_{КО}$ и $P_{КЭ}$ отличаются незначительно.

Б. Возможности упрощения модели динамики ВБР ТС. На основе анализа полученных оценок параметров модели динамики ВБР при использовании методов проверки статистических гипотез можно упростить модель изменения ВБР и за счет этого повысить точность оценивания ВБР ТС. Рассмотрим гипотезу о стабильности предельной ВБР в процессе эксплуатации (о том, что параметры модели равны: $P_{КО} = P_{КЭ} = P_{П} = P$). Если гипотеза принята, то точность оценивания ВБР ТС повышается благодаря снижению числа оцениваемых параметров. Соответствующая этому варианту реализация оценки ВБР и ее СКО, увеличенное в 4 раза, показаны на рис. 6. Сравнивая с рис. 5, находим, что если при эксплуатации ТС ВБР стабильна, то ее оценка повышается, а СКО оценки снижается.

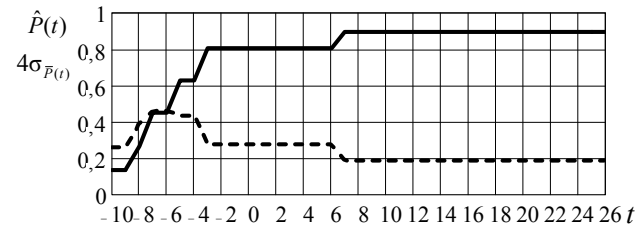


Рис. 6. Реализация оценки стабильной предельной ВБР ТС (сплошная) и ее СКО, увеличенное в 4 раза (пунктирная)

В. Возможности повышения точности оценивания ВБР ТС за счет выявления причин случайных отказов. Невысокая точность полученных выше оценок ВБР ТС обусловлена ограниченным объемом отработочных и контрольных испытаний ТС и повышенным числом слу-

чайных отказов ТС, рассмотренных в примере. Увеличить число испытаний обычно не удастся из-за ресурсных и временных ограничений. Но можно совершенствовать систему контроля параметров состояния ТС и улучшить систему диагностирования причин отказов и неисправностей. Если причины «случайных» отказов ТС оперативно выявлять и проводить соответствующие эффективные доработки, то можно повысить точность оценок ВБР ТС. Для подтверждения этого допустим, что при испытаниях ТС не было случайных отказов (для этого все значения $x_i=0$ в табл. 1 заменим на $x_i = 1$). Будем также считать, что отсутствует отказ ТС из-за дефекта при $i = 18$ (дефект можно обнаружить еще при отработке). Полученная в этом случае реализация оценки переменной ВБР ТС и ее СКО представлены на рис. 7. Сравнение с рис. 5 показывает, что в этом предполагаемом случае оценка ВБР при эксплуатации существенно возрастает, а ее СКО снижается.

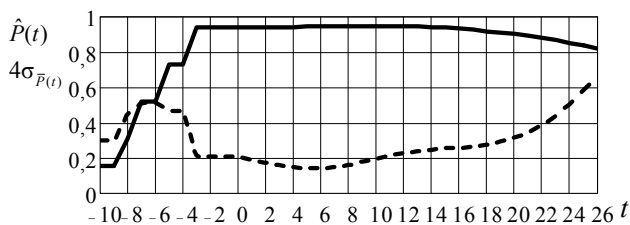


Рис. 7. Реализация оценки ВБР ТС (сплошная) и ее СКО, увеличенное в 4 раза (пунктирная) при отсутствии случайных отказов

Рассмотренный пример свидетельствует, насколько важно при каждом отказе ТС выявлять причины от-

казов и проводить соответствующие эффективные доработки ТС для их устранения.

Примеры вычислений, приведенные в п. 4, подтверждают работоспособность и хорошие возможности изложенного способа для оценивания ВБР ТС, изменяющейся в процессе жизненного цикла.

Заключение

На основе проведенных исследований разработан способ оценивания и прогнозирования переменной вероятности безотказной работы (ВБР) ТС на основе результатов испытаний, проводимых на протяжении жизненного цикла (ЖЦ), который включает:

- комплексную математическую модель изменения ВБР ТС в течение ЖЦ (п. 1);
- статистический метод оценивания параметров модели динамики ВБР ТС по результатам отработочных и контрольных испытаний, основанный на методе несмещенных оценок (п. 2);
- методику оценивания и прогнозирования переменной ВБР ТС в процессе ЖЦ (п. 3).

Проведена апробация разработанного способа (п. 4) и подтверждена его работоспособность и хорошая точность на различных этапах ЖЦ ТС (при отработке в период первоначального гарантийного срока эксплуатации и на заключительном этапе эксплуатации ТС с продленными сроками).

Литература

1. Волков Л. И., Лукин В. Л., Сухорученков Б. И. Методы статистического контроля надежности технических систем. – Юбилейный: ЗАО «ПСТМ», 2008. – 332 с.
2. Лукин В. Л., Сухорученков Б. И., Швед Е. В. Новые методы проверки гипотез о параметрах состояния технических систем. // СИП РИА. Сборник трудов, 2009. Вып. 18, С. 4-26.
3. Лукин В. Л., Сухорученков Б. И. Исследования распределения вероятности безотказной работы образцов сложных технических систем. // Двойные технологии, 2012. № 1, С. X - X.
4. Сухорученков Б. И. Анализ малой выборки. Прикладные статистические методы. М.: Вузовская книга, 2010. – 384 с.

Материал поступил в редакцию 25. 11. 2011 г.