

© Шевченко В.А.
Shevchenko V.**ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБКИ ДЛЯ ДВОИЧНЫХ КОДОВ
В НЕКОГЕРЕНТНЫХ КАНАЛАХ СВЯЗИ С «САМОНОРМАЛИЗУЮЩЕЙСЯ»
МЕТРИКОЙ В ПРИСУТСТВИИ ИМПУЛЬСНОЙ ПОМЕХИ И ТЕПОВОГО ШУМА****UPPER BOUND ON THE BIT ERROR PROBABILITY FOR BINARY CODES
ON COMMUNICATION CHANNELS WITH «SELF-NORMALISED» METRICS
IN THE PRESENCE OF THE PULSED JAMMING AND THE THERMAL NOISE**

Аннотация. Исследованы характеристики двоичных кодов в некогерентных каналах с «самонормализующейся» метрикой в условиях воздействия теплового шума и различных типов помех – импульсной шумовой и импульсной полигармонической. Получена верхняя аддитивная граница вероятности ошибки на бит для таких каналов. Проведено сравнение эффективности воздействия импульсной полигармонической и импульсной шумовой помех на канал связи.

Annotation. The performance of binary codes in noncoherent channels with the «self-normalised» metrics in the conditions of influence of thermal noise and various types of interference - pulse noise and pulse multitone are investigated. The upper bound on the bit error probability for such channels is received. Comparison of the effect of pulse multitone and pulse noise interference on the performance of noncoherent channels is spent.

Ключевые слова. Помехоустойчивость, пакет ошибок, импульсная помеха, некогерентный канал связи, «самонормализующаяся» метрика, кодирование.

Key words. Anti-jamming, package errors, pulse jamming, noncoherent channel, self-normalized metric, coding.

Для каналов связи с кодированием в условиях воздействия случайной импульсной помехи характерно появление ошибок, группирующихся в пакеты, когда одиночный импульс помехи перекрывает несколько символов одной кодовой комбинации [1,2].

Наибольший выигрыш от кодирования в этих условиях достигается в случае использования «когерентного» приема, «мягких» решений и «сторонней» информации о состоянии канала [2].

Однако в ряде случаев, когда начальная фаза сигналов, передаваемых по каналу, меняется во времени случайным образом, а ее точная и своевременная оценка затруднительна, возможен только «некогерентный» прием. Таким примером являются каналы с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты (ППРЧ).

В свою очередь, наличие на приемной стороне «сторонней» информации о состоянии канала представляет собой идеализированный случай. В ее отсут-

ствии «мягкие» решения с линейным сложением начинают уступать «жестким» [2]. Метрика с «самонормализующимся» объединением «мягких» решений демодулятора, которую назовем «самонормализующейся», позволяет исключить этот недостаток без использования «сторонней» информации о состоянии канала связи [3].

Известны исследования каналов связи с «самонормализующейся» метрикой применительно к «быстрой» ППРЧ для условий воздействия как шумовых [3], так и многочастотных помех [4].

Поскольку «быструю» ППРЧ, предполагающую многократное разнесение сигнала по частоте, можно интерпретировать как код с многократным повторением, то полученные результаты могут быть применены к каналам и с более сложными кодами при условии использования верхней аддитивной границы [5]. Однако расчет вероятности ошибки на бит указанным способом требует значительных вычислительных затрат.

Шевченко Вячеслав Анатольевич – кандидат технических наук, начальник отдела Военно-научного комитета Вооруженных сил Российской Федерации, тел. +7(499)-739-91-32.

Shevchenko Vyacheslav – the candidate of the technical sciences, chief of division of military-scientific committee of Military forces of the Russian Federation, +7(499)-739-91-32.

Для каналов со сверточными кодами в присутствии шумовой помехи предложена более простая асимптотически точная верхняя аддитивная граница вероятности ошибки на бит, основанная на границе Чернова [6].

Однако данная граница, как и ранее отмеченные, построена для случая воздействия помехи, вызывающей независимые ошибки на входе декодера.

Вместе с тем известен подход построения верхней аддитивной границы вероятности ошибки на бит для каналов с произвольной решающей метрикой в условиях воздействия случайной импульсной помехи, вызывающей группирование ошибок [7].

В работе [8] данный подход конкретизирован применительно к каналу с «самонормализующейся» метрикой в условиях воздействия импульсной шумовой помехи без учета влияния теплового шума.

Целью настоящей статьи является обобщение полученной верхней аддитивной границы вероятности ошибки на бит на случай учета влияния теплового шума, а также построение аналогичной верхней аддитивной границы вероятности ошибки на бит для условий воздействия импульсной многочастотной помехи в присутствии теплового шума.

Рассмотрим канал связи, в котором для передачи информации используется блочный (n, k) код со скоростью $\tau = k/n$ и минимальным расстоянием d_{min} . Для сверточных кодов аналогом длины кода может рассматриваться глубина декодирования как производная от длины кодового ограничения [1,2].

Дистанционные свойства кода охарактеризуем коэффициентами A_{wd} , которые представляют собой ко-

личество кодовых комбинаций весом d , порожденных входными информационными последовательностями весом w .

Переданную кодовую комбинацию длиной n обозначим через $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Без потери общности примем, что $x_i = 0$, где $i = \overline{1, n}$.

Примем, что двоичный символ кода $x_i = 0$ передается сигналом $S_0(t)$, а символ кода $x_i = 1$ – сигналом $S_1(t)$. Сигналы $S_0(t)$ и $S_1(t)$ являются взаимно ортогональными в усиленном смысле. Мощность полезного сигнала на входе демодулятора определим величиной P_s , длительность интервала передачи символа кода величиной $T_s = r/R$, где R – скорость передачи информации, а энергию, приходящуюся на бит информации, величиной $E_b = P_s/R$.

Полосу частот, необходимую для передачи сигналов $S_0(t)$ и $S_1(t)$, обозначим величиной B .

Тепловой шум $n(t)$ представим в виде аддитивного белого гауссовского шума с односторонней спектральной плотностью N_0 .

В качестве импульсной помехи рассмотрим как шумовую, так и многочастотную. Будем считать, что помеха имеет среднюю мощность P_j .

Структурная схема «самонормализующегося» демодулятора представлена на рис. 1.

В демодуляторе принятое колебание, состоящее из смеси сигнала, теплового шума и импульсной помехи, обрабатывается в квадратичных детекторах, соответствующих сигналам $S_0(t)$ и $S_1(t)$. На выходе квадратичных детекторов (каналах приема) сигналов $S_0(t)$ и $S_1(t)$ по окончании приема i -го символа кода, где $i = \overline{1, n}$, формируются отсчеты $Y_{0,i}$ и $Y_{1,i}$ соответственно.

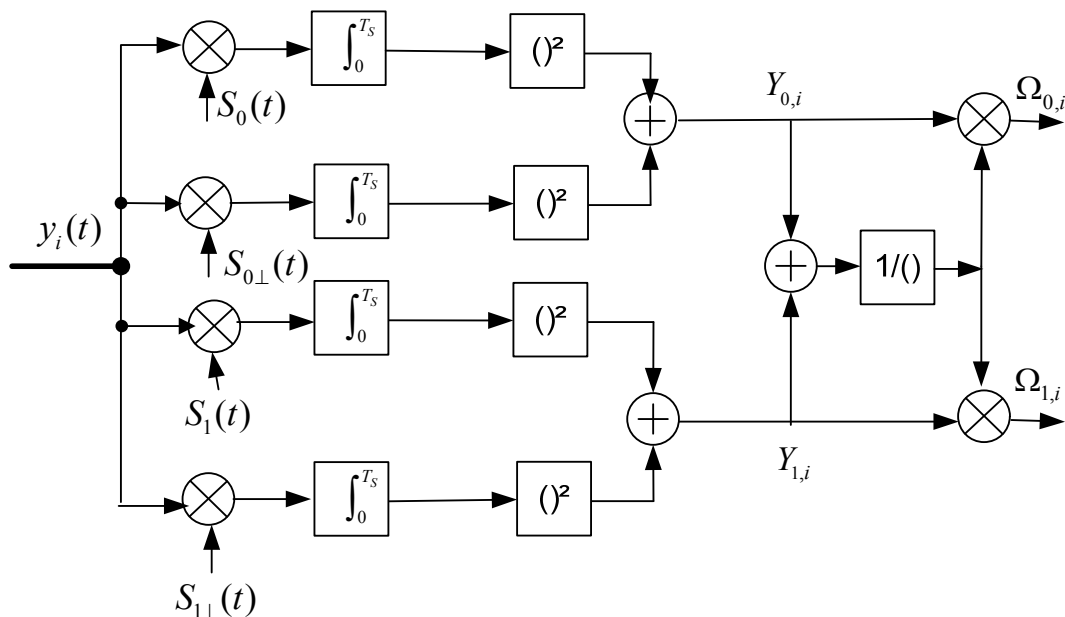


Рис. 1 Структурная схема демодулятора с «самонормализующимся» объединением «мягких» решений

Далее отсчеты $Y_{0,i}$ и $Y_{1,i}$ нормируются относительно их суммы, так что на соответствующих выходах формируются величины [3]

$$\Omega_{k,i} = Y_{k,i} / (Y_{0,i} + Y_{1,i}); k = \overline{0,1}, \quad (1)$$

которые связаны соотношением

$$\Omega_{0,i} + \Omega_{1,i} = 1. \quad (2)$$

Совокупность величин $\Omega_{0,i}$, $\Omega_{1,i}$ определяет i -й элемент канальной последовательности y_i .

Канальная последовательность на входе декодера $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ соответствует последовательности $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Под воздействием помехи и теплового шума возможна трансформация переданной кодовой последовательности x в последовательность $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)$, отличающуюся от переданной d символами кода.

Введем понятие «пакет ошибок», под которым будем понимать совокупность символов одной кодовой комбинации, которые могут быть поражены одиночным импульсом помехи. Обозначим длину пакета через b .

Для удобства дальнейшего анализа примем, что на интервале передачи одной кодовой комбинации возможно разместить $L = \lfloor n/b \rfloor$ пакетов длиной b . Очевидно, что i -й символ кодовой комбинации принадлежит пакету с номером $j = \lceil i/b \rceil$.

Учитывая, что импульсная помеха является случайной, канал связи на интервале передачи j -го пакета, где $j = \overline{1, L}$, находится в одном из двух состояний: либо в «плохом» – когда на вход приемника воздействует случайная импульсная помеха в сочетании с тепловым шумом, либо в «хорошем» – когда на входе приемника присутствует только тепловой шум.

Вероятность нахождения канала связи в «хорошем» состоянии обозначим через величину ρ , вероятность нахождения в «плохом» состоянии – через величину $1 - \rho$.

Таким образом, последовательности пакетов соответствует последовательность состояний канала связи $z = (z_1, z_2, \dots, z_L)$, где z_j – случайная величина, принимающая значение 1 с вероятностью ρ и значение 0 – с вероятностью $1 - \rho$.

Количество символов v , которыми в пакете переданная последовательность отличается от ошибочно принятой, определяет его вес.

Пакеты, в которых нет «отличающихся» символов, назовем «нулевыми», остальные – «ненулевыми».

Обозначим число пакетов с весом v через f_v , число «ненулевых» пакетов – через l .

Ограничим максимальное число «ненулевых» пакетов величиной

$$F = \min(d, L), \quad (3)$$

минимальное – величиной $\lceil d/b \rceil$.

Максимальный вес пакета m определим следующим образом:

$$m = \begin{cases} b, & b \leq d; \\ d - l + 1, & b > d. \end{cases} \quad (4)$$

Распределение числа пакетов различного веса $f = (f_0, f_1, \dots, f_m)$ должно удовлетворять следующим условиям:

$$F = \sum_{v=0}^m f_v = f_0 + l; \quad (5)$$

$$d = \sum_{v=1}^m v f_v. \quad (6)$$

Верхняя аддитивная граница вероятности ошибки на бит, учитывающая вероятности появления возможных комбинаций распределения d «отличающихся» символов по l «ненулевым» пакетам различной длины, имеет следующий вид [7]:

$$P_b \leq \sum_{d=d_{\min}}^n A_d \left[\min_{s \geq 1} \frac{(bF - d)! F!}{(bF)!} \sum_{l=\lceil d/b \rceil}^F \frac{A(d, l; \mathbf{g})}{(F - l)!} \right], \quad (7)$$

где

$$A_d = \sum_{w=1}^k \frac{w}{k} A_{w,d};$$

$A(d, l; \mathbf{g})$ – однородные полиномы Белла;

$\mathbf{g} = (g_1, g_2, \dots, g_{d-l+1})$ – формальные переменные.

Однородные полиномы Белла с учетом того, что $A(1, 1; \mathbf{g}) = g_1$, удовлетворяют следующему рекуррентному соотношению [9]:

$$A(d, l; \mathbf{g}) = \begin{cases} g_d, & l = 1; \\ \sum_{i=1}^{d-l+1} C_{d-l}^{i-1} g_i A(d-i, l-1; \mathbf{g}), & l > 1. \end{cases} \quad (8)$$

Для канала с произвольной решающей метрикой $m(y, x; z)$ формальные переменные, \mathbf{g}_v , где, $v = \overline{1, n}$ определены следующим образом [7]:

$$g_v = \begin{cases} D(s, v) \frac{b!}{(b-v)!}, & v \leq b; \\ 0, & v > b, \end{cases} \quad (9)$$

где s – некоторое положительное число

$$D(s, v) = \rho M \left(\exp \left(s \left(m(y_i, \hat{x}_i; z_j = 1) - m(y_i, x_i; z_j = 1) \right) \right) \right)^v + (1 - \rho) M \left(\exp \left(s \left(m(y_i, \hat{x}_i; z_j = 0) - m(y_i, x_i; z_j = 0) \right) \right) \right)^v. \quad (10)$$

«Самонормализующаяся» решающая метрика определяется следующим образом [3]:

$$m(y_i = (\Omega_{0,i}, \Omega_{1,i}), x_i; z_j) = \Omega_{x_i}. \quad (11)$$

С учетом соотношений (2) и (11)

$$m(y_i, \hat{x}_i; z_j | x_i = 0) - m(y_i, x_i; z_j | x_i = 0) = \Omega_{1,i} - \Omega_{0,i} = 1 - 2\Omega_{0,i}. \quad (12)$$

Из соотношения (12) следует, что для определения верхней границы вероятности ошибки на бит доста-

точно знания плотности распределения величины $\Omega_{0,i}$.

Введем следующие обозначения:

$$\Omega_1 = \Omega_{0,i} = Y_{0,i} / (Y_{0,i} + Y_{1,i}); \quad \Omega_2 = Y_{0,i} + Y_{1,i},$$

из которых следует, что

$$Y_{0,i} = \Omega_1 \Omega_2, \quad Y_{1,i} = \Omega_2 (1 - \Omega_1). \quad (13)$$

Плотность распределения случайной величины Ω_1 зависит от состояния канала, а в случае воздействия многочастотной помехи – еще и от того, на какой из каналов приема демодулятора она воздействует. Эти варианты воздействия на канал связи образуют группу из N событий $E = \{E_1, E_2, \dots, E_N\}$, для каждого из которых должна быть определена условная плотность распределения случайной величины Ω_1 $p_{\Omega_1}(\omega_1 | E_i)$.

Поскольку случайные величины $Y_{0,i}$ и $Y_{1,i}$ независимы, условная плотность распределения $p_{\Omega_1}(\omega_1 | E_i)$ определится следующим образом:

$$p_{\Omega_1}(\omega_1 | E_i) = \int_0^{\infty} J(y_{0,i} = \omega_1 \omega_2, y_{1,i} = \omega_2 (1 - \omega_1)) \times p_{Y_{0,i}}(y_{0,i} = \omega_1 \omega_2 | E_i) p_{Y_{1,i}}(y_{1,i} = \omega_2 (1 - \omega_1) | E_i) d\omega_2, \quad (14)$$

где $p_{Y_{0,i}}(y_{0,i} | E_i)$ – условная плотность распределения случайной величины $Y_{0,i}$;

$p_{Y_{1,i}}(y_{1,i} | E_i)$ – условная плотность распределения случайной величины $Y_{1,i}$;

$J(y_{0,i}, y_{1,i})$ – якобиан преобразования.

Для системы (13) справедливо следующее соотношение:

$$J(y_{0,i}, y_{1,i}) = \begin{vmatrix} \frac{\partial y_{0,i}}{\partial \omega_1} & \frac{\partial y_{0,i}}{\partial \omega_2} \\ \frac{\partial y_{1,i}}{\partial \omega_1} & \frac{\partial y_{1,i}}{\partial \omega_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_2 & 1 - \omega_1 \end{vmatrix} = \omega_2. \quad (15)$$

Вначале найдем плотность распределения $p_{\Omega_1}(\omega_1 | E_i)$ и конкретизируем с ее помощью выражение (10) для условий воздействия теплового шума $n(t)$ и импульсной шумовой помехи $n_f(t)$.

Колебание, поступающее на вход демодулятора, опишем следующим образом:

$$y_i(t) = (1 - x_i) S_0(t, \varphi_s) + x_i S_1(t, \varphi_s) + z_j n_j(t) + n(t), \quad (16)$$

где φ_s – начальная фаза полезного сигнала.

Шумовую помеху опишем в виде аддитивного белого гауссовского шума, равномерно распределенного в полосе частот W .

Усредненную одностороннюю спектральную плотность шумовой помехи определим следующей величиной:

$$N_J = P_J / W. \quad (17)$$

В состоянии канала z_j спектральная плотность шумовой помехи будет иметь величину $z_j N_J / \rho$, а полная

спектральная плотность мощности шума и помехи N_T – будет определяться из следующего соотношения:

$$N_T(z_j) = N_0 + z_j N_J / \rho. \quad (18)$$

Пусть состоянию канала $z_j=0$ соответствует событие E_0 , а состоянию канала $z_j=1$ – событие E_1 . Для простоты обозначений примем, что

$$p_{\Omega_1}(\omega_1 | E_{z_j}) = p_{\Omega_1}(\omega_1 | z_j). \quad (19)$$

Тогда соотношение (10) для расчета величины примет следующий вид:

$$D(s, \nu) = (1 - \rho) (M_0(\exp(s(1 - 2\omega_1))))^\nu + \rho (M_1(\exp(s(1 - 2\omega_1))))^\nu, \quad (20)$$

где

$$M_{z_j}(\exp((1 - 2\omega_1)s)) = \int_0^1 \exp((1 - 2\omega_1)s) p_{\Omega_1}(\omega_1 | z_j) d\omega_1. \quad (21)$$

Величина $Y_{1,i}$ имеет следующую условную плотность распределения [3]:

$$p_{Y_{1,i}}(y_{1,i} | z_j) = \frac{1}{2\sigma^2(z_j)} \exp\left(-\frac{y_{1,i}}{2\sigma^2(z_j)}\right), \quad (22)$$

где $\sigma^2(z_j) = N_T(z_j) F_k = (N_0 + z_j N_J / \rho) F_k$ – мощность суммарного помехового воздействия в полосе частот F_k канала приема сигнала;

а величина $Y_{0,i}$ – следующую:

$$p_{Y_{0,i}}(y_{0,i} | z_j) = \frac{1}{2\sigma^2(z_j)} \times \exp\left(-\frac{y_{0,i}}{2\sigma^2(z_j)} - \gamma^2(z_j)\right) I_0\left(\sqrt{\frac{2y_{0,i}\gamma^2(z_j)}{\sigma^2(z_j)}}\right), \quad (23)$$

где

$$\gamma^2(z_j) = \frac{P_s}{(N_0 + z_j N_J / \rho) R} r. \quad (24)$$

Введя обозначения

$$\gamma_{sn}^2 = \frac{P_s}{N_0 R} r = \frac{E_b}{N_0} r; \quad \gamma_{sj}^2 = \frac{P_s}{N_J R} r \rho = \frac{E_b}{N_J} r \rho, \quad (25)$$

после некоторых преобразований приведем соотношение (24) к следующему виду:

$$\gamma^2(z_j) = \left(\frac{1}{\gamma_{sn}^2} + z_j \frac{1}{\gamma_{sj}^2}\right)^{-1}. \quad (26)$$

Подставляя выражения (15), (22) и (23) в выражение (14) и введя замену переменной $u = \omega_2 / 2\sigma^2(z_j)$, получаем

$$p_{\Omega_1}(\omega_1 | z_j) = \exp(-\gamma^2(z_j)) \times \int_0^{\infty} u I_0\left(2\sqrt{\gamma^2(z_j)} \omega_1 u\right) \exp(-u) du. \quad (27)$$

Вычислим интеграл в правой части выражения (27) как интегральное преобразование Лапласа L функ-

ции $uI_0(2\sqrt{au})$, где $a = \omega_1\gamma_s^2$. Используя табличное значение [10]

$$F(p) = L\{f(u) = I_0(2\sqrt{au})\} = \exp(a/p)/p, \quad (28)$$

где p - положительная константа,

и соотношение [10]

$$L\{uf(u)\} = -\partial F(p)/\partial p, \quad (29)$$

преобразуем выражение (27) с учетом выбора $p=1$ к следующему виду [3]:

$$p_{\omega_1}(\omega_1 | z_j) = (1 + \omega_1\gamma^2(z_j)) \exp(-\gamma^2(z_j)(1 - \omega_1)). \quad (30)$$

Подставляя выражение (30) в выражение (21) и воспользовавшись известными выражениями для неопределенных интегралов вида

$$\int u \exp(au) du = \exp(au)(au - 1)/a^2; \quad (31)$$

$$\int \exp(au) du = \exp(au)/a,$$

после некоторых математических преобразований получаем

$$M_{z_j}(\exp((1 - 2\omega_1)s)) = \exp(s - \gamma^2(z_j)) \times$$

$$\times \int_0^1 (1 + \omega_1\gamma^2(z_j)) \exp(\omega_1(\gamma^2(z_j) - 2s)) d\omega_1 =$$

$$= \frac{2s \exp(s - \gamma^2(z_j)) + (\gamma^4(z_j) - 2s - 2s\gamma^2(z_j)) \exp(-s)}{(\gamma^2(z_j) - 2s)^2}. \quad (32)$$

Для состояния канала $z_j=1$ и $N_{sn}=0$ выражение (32) совпадает с известным [6].

Подстановка выражения (32) в выражение (20) позволяет определить искомую величину $D(s, \nu)$ для случая воздействия импульсной шумовой помехи.

Рассмотрим теперь случай воздействия многочастотной импульсной помехи.

Такая помеха формируется из множества узкополосных помех, которые перекрывают все N частотных позиций, отведенных для перестройки рабочей частоты полезного сигнала. При этом в каждой из этих позиций узкополосная помеха совпадает по форме либо с сигналом $S_0(t)$, либо с сигналом $S_1(t)$, отличаясь от них начальной фазой φ_j .

Число частотных позиций зависит от полосы частот B , необходимой для передачи сигналов $S_0(t)$ и $S_1(t)$, и определяется следующим соотношением:

$$N = \frac{W}{B}.$$

После свертки сигнала с ППРЧ величина мощности узкополосной помехи на входе «некогерентного» демодулятора имеет значение $P_j/(\rho N)$.

В случае использования сигналов с двоичной частотной модуляцией, либо сигналов в виде последовательностей Волша $B = 2R/r$, так что

$$N = \frac{W}{2R} r. \quad (33)$$

Колебание, поступающее на вход демодулятора в условиях воздействия импульсной помехи, опишем следующим образом:

$$y_i(t) = (1 - x_i)S_0(t, \varphi_s) + x_i S_1(t, \varphi_s) + (1 - z_j)J(t, \varphi_j) + n(t), \quad (34)$$

где $J(t, \varphi_j)$ – узкополосная помеха.

Пусть состоянию канала $z_i = 0$ соответствует событие E_0 , а в состоянии $z_j=1$ плотность распределения случайной величины Ω_j зависит от того, с каким из сигналов ($S_0(t)$ или $S_1(t)$) совпадает помеха $J(t, \varphi_j)$. Тогда

$$E_0 = (z_j = 0); \quad E_1 = (z_j = 1, J = S_0);$$

$$E_2 = (z_j = 1, J = S_1). \quad (35)$$

С учетом введенных обозначений (35) выражение (10) примет следующий вид:

$$D(s, \nu) = (1 - \rho) (M_0(\exp(s(1 - 2\omega_1))))^\nu +$$

$$+ \rho \left(\frac{M_{1,0}(\exp(s(1 - 2\omega_1))) + M_{1,1}(\exp(s(1 - 2\omega_1)))}{2} \right)^\nu, \quad (36)$$

где

$$M_0(\exp((1 - 2\omega_1)s)) - \text{определяется выражением (32) при } z_j=0,$$

$$M_{1,0}(\exp((1 - 2\omega_1)s)) =$$

$$= \int_0^1 \exp((1 - 2\omega_1)s) p_{\omega_1}(\omega_1 | z_j = 1, J = S_0) d\omega_1; \quad (37)$$

$$M_{1,1}(\exp((1 - 2\omega_1)s)) =$$

$$= \int_0^1 \exp((1 - 2\omega_1)s) p_{\omega_1}(\omega_1 | z_j = 1, J = S_1) d\omega_1. \quad (38)$$

Введем обозначение

$$\gamma_{Jn}^2 = \frac{P_j r}{\rho N R N_0}, \quad (39)$$

которое с учетом обозначений (25) и соотношения (33) приведем к следующему виду:

$$\gamma_{Jn}^2 = \frac{2\gamma_{sn}^2}{\gamma_{sj}^2}. \quad (40)$$

Условные плотности распределения величин $Y_{0,i}$ и $Y_{1,i}$ при наступлении события $E_2 = (z_j = 1, J = S_0)$ определяются следующим выражением [4]:

$$p_{Y_{k,i}}(y_{k,i} | z_j = 1, J = S_0) = \quad (41)$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{y_{0,i}}{2\sigma^2} - \gamma^2(\cos \varphi)\right) I_0\left(\sqrt{\frac{2y_{0,i}\gamma^2(\cos \varphi)}{\sigma^2}}\right) d\varphi, & k = 0, \\ \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{y_{k,i}}{2\sigma^2}\right), & k = 1. \end{cases}$$

где $\varphi = \varphi_s - \varphi_j$ – разность начальных фаз полезного сиг-

нала и узкополосной помехи;

$$\sigma^2 = N_0 F_k - \text{мощность теплового шума в полосе частот канала приема } F_k;$$

$$\gamma^2 (\cos \varphi) = \gamma_{sn}^2 + \gamma_{jn}^2 + 2\gamma_{sn}\gamma_{jn} \cos \varphi. \quad (42)$$

Подставляя выражения (15) и (41) в выражение (14) и введя замену переменной $u = \omega_2/2\sigma^2$, получаем

$$p_{\Omega_1}(\omega_1 | z_j = 1, J = S_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp(-\gamma^2 (\cos \varphi)) \times \int_0^\infty u I_0(2\sqrt{\gamma^2 (\cos \varphi) \omega_1 u}) \exp(-u) du d\varphi. \quad (43)$$

Поскольку правая часть выражения (27) и подынтегральная часть правой части выражения (43) идентичны при замене в первом величину $\gamma^2(z_j)$ на величину $\gamma^2(\cos \varphi)$, то на основании соотношения (30) получим следующее выражение:

$$p_{\Omega_1}(\omega_1 | z_j = 1, J = S_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi p_{\Omega_1}(\omega_1 | \cos \varphi, z_j = 1, J = S_0) d\varphi, \quad (44)$$

где

$$p_{\Omega_1}(\omega_1 | \cos \varphi, z_j = 1, J = S_0) = (1 + \omega_1 \gamma^2 (\cos \varphi)) \exp(-(1 - \omega_1) \gamma^2 (\cos \varphi)). \quad (45)$$

Подставляя выражение (45) в выражение (44), а последнее – в выражение (37), изменяя порядок интегрирования и используя известные табличные интегралы (31), получаем

$$M_{1,0}(\exp((1 - 2\omega_1)s)) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{2s \exp(s - \gamma^2 (\cos \varphi)) + (\gamma^4 (\cos \varphi) - 2s - 2s\gamma^2 (\cos \varphi)) \exp(-s)}{(\gamma^2 (\cos \varphi) - 2s)^2} d\varphi. \quad (46)$$

Получить выражение для величины $M_{1,0}(\exp((1 - 2\omega_1)s))$ затруднительно.

Вместе с тем, если воспользоваться разложением функции $p_{\Omega_1}(\omega_1 | \cos \varphi, z_j = 0, J = S_0)$ в ряд Тейлора и ограничиться первыми тремя его членами [4]

$$p_{\Omega_1}(\omega_1 | \cos \varphi, z_j = 1, J = S_0) \approx \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 p_{\Omega_1} \left(\omega_1 \left| \frac{k\sqrt{3}}{2}, z_j = 1, J = S_0 \right. \right), \quad (47)$$

то после некоторых математических преобразований вместо выражения (46) можно получить в замкнутом виде следующее выражение:

$$M_{1,0}(\exp((1 - 2\omega_1)s)) \approx \sum_{k=1}^3 \frac{2s \exp\left(-\gamma^2 \left(\frac{k\sqrt{3}}{2}\right) + s\right) + \left(\gamma^4 \left(\frac{k\sqrt{3}}{2}\right) - 2s - 2s\gamma^2 \left(\frac{k\sqrt{3}}{2}\right)\right) \exp(-s)}{3 \left(\gamma^2 \left(\frac{k\sqrt{3}}{2}\right) - 2s\right)^2}. \quad (48)$$

В случае наступления события $E_3 = (z_j = 1, J = S_1)$ условные плотности распределения случайных величин

$Y_{0,i}$ и $Y_{l,p}$ определяются следующими выражениями [4]:

$$p_{Y_{k,i}}(y_{k,i} | z_j = 1, J = S_1) = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{y_{k,i}}{2\sigma^2} - \gamma_{sn}^2\right) I_0\left(\sqrt{\frac{2y_{k,i}\gamma_{sn}^2}{\sigma^2}}\right), & k = 0, \\ \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{y_{k,i}}{2\sigma^2} - \gamma_{jn}^2\right) I_0\left(\sqrt{\frac{2y_{k,i}\gamma_{jn}^2}{\sigma^2}}\right), & k = 1. \end{cases} \quad (49)$$

Подставляя выражения (15) и (49) в выражение (14) и введя замену переменной $u = \omega_2/2\sigma^2$, получим

$$p_{\Omega_1}(\omega_1 | z_j = 1, J = S_1) = \exp(-\gamma_{sn}^2 - \gamma_{jn}^2) \times \int_0^\infty u I_0(2\sqrt{\gamma_{sn}^2 \omega_1 u}) I_0(2\sqrt{\gamma_{jn}^2 (1 - \omega_1) u}) \exp(-u) du. \quad (50)$$

Вычислим интеграл в правой части выражения (50) как интегральное преобразование Лапласа L функции $u I_0(\sqrt{2\alpha u}) I_0(\sqrt{2\beta u})$,

$$\text{где } \alpha = 2\gamma_{sn}^2 \omega_1; \beta = 2\gamma_{jn}^2 (1 - \omega_1). \quad (51)$$

С этой целью воспользуемся табличным значением [10]

$$F(p) = L\{f(u) = I_0(\sqrt{2\alpha u}) I_0(\sqrt{2\beta u})\} = \exp\left(\frac{(\alpha + \beta)}{2p}\right) \frac{I_0\left(\sqrt{\frac{\alpha\beta}{p}}\right)}{p}, \quad (52)$$

где p – положительная константа, и соотношением (29).

Поскольку для функции $F(p)$, задаваемой соотношением (52),

$$\frac{\partial F(p)}{\partial p} = -\exp\left(\frac{\alpha + \beta}{2p}\right) \left[\frac{\alpha + \beta}{2p^3} + \frac{1}{p^2} \right] \times I_0\left(\sqrt{\frac{\alpha\beta}{p}}\right) + \frac{\sqrt{\alpha\beta}}{2p^{5/2}} I_1\left(\sqrt{\frac{\alpha\beta}{p}}\right), \quad (53)$$

то выражение (50) с учетом соотношений (51), (53) и выбора $p=1$ после некоторых математических преобразований примет следующий вид:

$$p_{\Omega_1}(\omega_1 | z_j = 1, J = S_1) = \exp(-\gamma_{sn}^2 (1 - \omega_1) - \gamma_{jn}^2 \omega_1) \times \left[(1 + \gamma_{sn}^2 \omega_1 + \gamma_{jn}^2 (1 - \omega_1)) I_0(2\gamma_{sn}\gamma_{jn}\sqrt{\omega_1(1 - \omega_1)}) + \gamma_{sn}\gamma_{jn}\sqrt{\omega_1(1 - \omega_1)} I_1(2\gamma_{sn}\gamma_{jn}\sqrt{\omega_1(1 - \omega_1)}) \right]. \quad (54)$$

Замкнутое выражение для величины

$$M_{1,1}(\exp((1 - 2\omega_1)s))$$

при подстановке выражения (54) в выражение (38) найти затруднительно. Для расчета этой величины применим один из численных методов интегрирования (численный метод Симпсона с заданным уровнем погрешности).

Воспользуемся полученными соотношениями для сравнительной оценки воздействия многочастотной и шумовой «наихудших» импульсных помех на каналы связи с двоичными сверточными кодами. Под «наихудшей» будем

понимать помеху, вероятность появления отдельного импульса ρ которой выбрана таким образом, чтобы максимизировать верхнюю границу вероятности ошибки на бит (7).

В качестве кода рассмотрим сверточный с длиной кодового ограничения $\nu=7$, скоростью $r=1/4$ и порождающими полиномами в восьмеричной форме (231, 273, 327, 37). Выбор скорости кода обусловлен тем, что при группировании ошибок сверточный код с такой

скоростью начинает показывать лучшие характеристики по сравнению с кодами, имеющими скорости $r=1/2$ и $r=1/3$, за счет большего значения минимального кодового расстояния [8].

На рис. 2 представлены зависимости вероятности ошибки на бит P_b от отношения E_b/N_j в канале с «само-нормализующейся» метрикой при различных значениях максимальной длины пакетов ошибок.

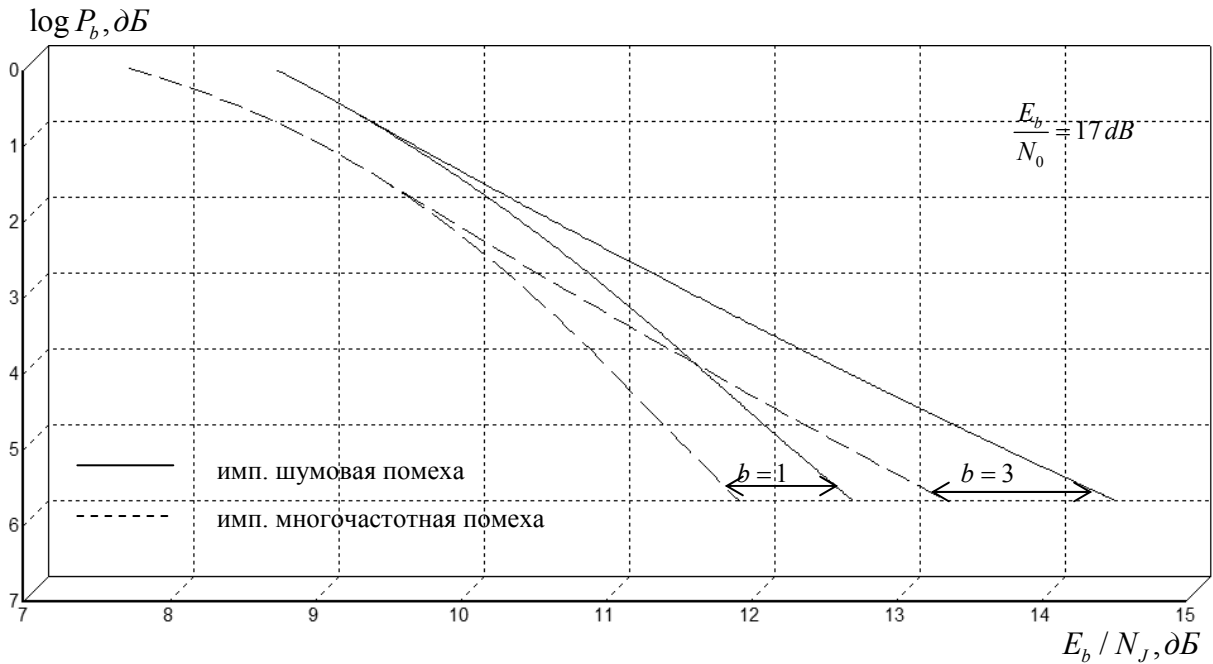


Рис. 2. Зависимость вероятности ошибки P_b от отношения E_b/N_j для сверточного кода с $r=1/4$ и $\nu=7$ при различных значениях максимальной длины пакетов ошибок b

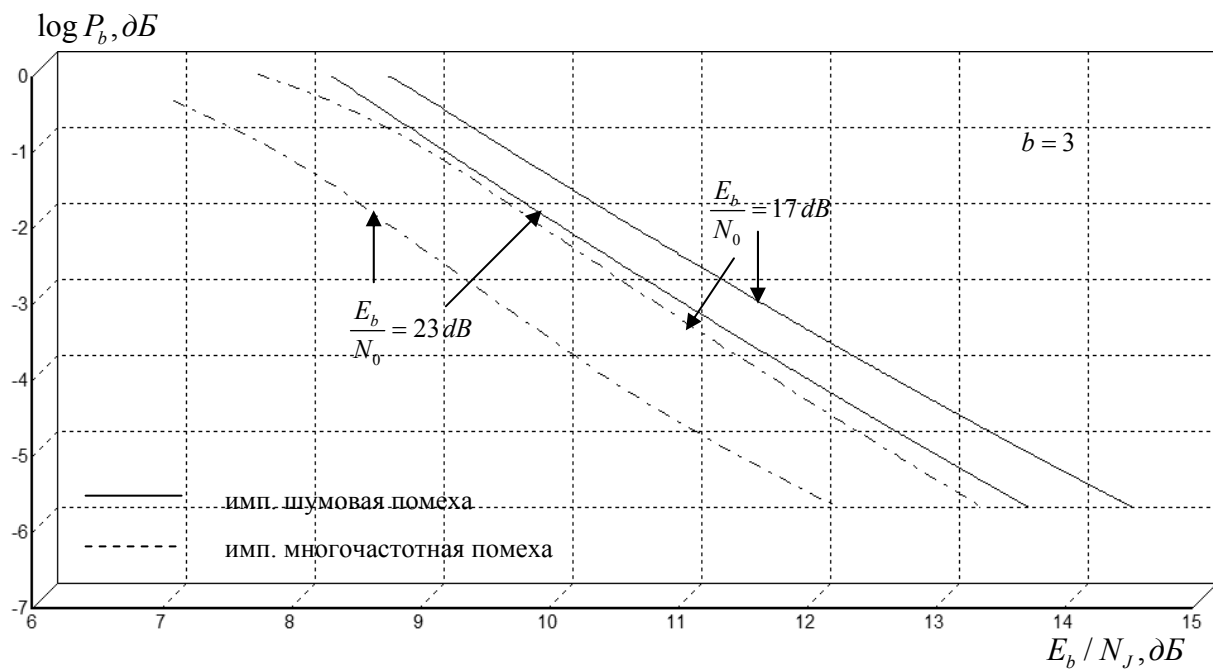


Рис. 3. Зависимость вероятности ошибки P_b от отношения E_b/N_j для сверточного кода с $r=1/4$ и $\nu=7$ при различных значениях отношения E_b/N_0

Из анализа графиков, представленных на рис. 2, следует, что по эффективности воздействия многочастотная помеха уступает шумовой. Такой результат согласуется с ранее полученным для «некогерентного» канала связи со «сторонней» информацией о его состоянии для случая $E_b/N_0 \rightarrow \infty$ [2].

На рис.3 представлены зависимости вероятности ошибки на бит P_b от отношения E_b/N_j в канале с «самонормализующейся» метрикой при различных значениях отношения E_b/N_0 в условиях воздействия импульсной помехи, вызывающей пакеты ошибок длиной $b=3$.

Из анализа графиков, представленных на рис. 3, следует, что с увеличением отношения E_b/N_0 преимущество шумовой помехи перед многочастотной возрастает.

Иными словами, чем более детерминирована помеха, тем эффективней борется с ней приемник с «самонормализующейся» метрикой.

Таким образом, получены аналитические соотношения, которые позволяют конкретизировать верхнюю аддитивную границу вероятности ошибки на бит применительно к «некогерентному» каналу с «самонормализующейся» метрикой в условиях воздействия многочастотной и шумовых импульсных помех, вызывающих группирование ошибок, а также теплового шума. Найденные соотношения позволяют определить степень уязвимости канала связи перед различными типами помех, обосновать выбор параметров кода для условий воздействия «наихудшей» импульсной помехи.

Литература

- 1 Кларк Дж., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи: Пер. с англ. - М.: Радио и связь, 1987. - 392 с.
- 2 Simon M.K., Omura J.K., Scholtz R.A., Levitt B.K. Spread Spectrum Communications, vol. I-III, Rockville, MD: Computer Science, Maryland, 1985.
- 3 Miller L. E., Lee J. S., Kadriou A. P. Probability of error analyses of a BFSK frequency-hopping system with diversity under partial-band jamming interference—Part III: Performance of square-law self-normalizing soft decision receivers//IEEE Transactions on Communication, vol. COM-34, pp. 669-675, July 1986.
- 4 Teh K. C., Koi A. C., Li K. H. Multitone jamming rejection of FFH/BFSK self-normalizing receiver//in Proc. MILCOM 98, vol.2, pp. 479 - 483.
- 5 Theodoss M.D., Robertson R.C. Performance of the FFH/BFSK self-normalized receiver with convolutional coding and soft decision decoding over Rician fading channels with partial-band noise interference//in Proc. MILCOM 96, vol.2, pp. 436 - 441.
- 6 Cheun K., Stark W.E. Performance of robust metrics with convolutional coding and diversity in FHSS systems under partial-band noise jamming//IEEE Transactions on Communication, vol. 41, pp. 200-209, January 1993.
- 7 Шевченко В.А. Верхняя аддитивная граница вероятности ошибки на бит в канале с «жесткими» решениями в условиях воздействия случайной импульсной помехи.//Известия института инженерной физики, 2010. - № 3, С. 43-47.
- 8 Верхняя вероятности граница вероятности ошибки для двоичных кодов в некогерентных каналах связи с «самонормализующейся» метрикой в присутствии импульсной помехи//Двойные технологии, 2011. № 1. С. 68-71.
- 9 Кузьмин О.В. Рекуррентные соотношения и перечислительные интерпретации некоторых комбинаторных чисел и полиномов.//Дискретная математика, 1994- том 6, выт. 3, С.39-49.
- 10 Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина: Пер. с англ. - М.:Наука, 1968. - 344 с.

Материал поступил в редакцию 28. 03. 2011 г.