УДК 621.311.

© Бабишин В.Д., Дорошенко М.А., Маклаков В.В.
Babishin V., Doroshenko M., Maklakov V.

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД РЕГУЛЯРИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ ПРИ УПРАВЛЕНИИ СЛОЖНЫМИ ТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ НА ОСНОВЕ МЕТОДИКИ ВЫБОРА КОЭФФИЦИЕНТОВ СТАБИЛЬНОСТИ

MODIFIED SOLUTION REGULARIZATION METHOD OF THE ILL-POSED PROBLEMS ON THE BASIS OF STABILITY COEFFICIENTS SELECTION

Аннотация. *Модифицированный метод регуляризации решения некорректных задач на основе выбора коэффициентов стабильности, в отличие от метода регуляризации Тихонова, позволяет существенно упростить процедуру поиска нужного значения параметра регуляризации, что в целом приводит к уменьшению погрешности решения. При этом устойчивость решения достигается путем определения коэффициентов стабильности, получаемых на основе экспериментально установленной зависимости.*

Annotation. *Modified solution regularization method of the ill-posed problems on the basis of stability coefficients selection, in contrast to the Tikhonov regularization method, can significantly simplify the search for the desired values of the regularization parameter, which in general leads to a reduction of solution error. The stability of the solution is achieved by substituting the stability coefficients obtained on the basis of the experimentally established dependence.*

Ключевые слова. *Случайный процесс, обратная задача, регуляризация, технические характеристики, надежность.*

Key words. *Random process, the inverse problem, regularization, technical characteristics, reliability.*

Практика производства и эксплуатации высоконадежных малосерийных объектов космической техники показывает необходимость предъявления требований к надежности космической техники уже на этапе разработки с тем, чтобы технические характеристики проектируемых объектов или космических аппаратов (КА) обеспечивали требуемый уровень надежности на этапе летных испытаний. При этом сокращаются как объемы заводских, так и летных испытаний.

В такой постановке задача управления надежностью [2] является «обратной» задачей по отношению к прогнозированию надежности, являющейся прямой задачей оценивания надежности. В математической модели управления надежностью заданными являются классы функций, описывающие законы изменения характеристик надежности, и характеристик условий применения уникальных объектов, а искомыми являются требуемые законы распределения характеристик технического качества или технических характеристик бортовых систем управления (БС) КА.

Известно [2],.что под управлением надежностью понимается получение законов изменения технических характеристик системы на основе требуемого закона изменения надежности.

Также согласно работе [2], на этапе наземных испытаний невозможно предсказать все действующие на системы КА дестабилизирующие факторы или нагрузки (тепловые, радиационные, электрические, механические и др.). Данный вывод приводит к тому, что проектные значения технических характеристик, полученные на этапе проектирования и наземных испытаний, на этапе летных испытаний уже не в полной мере обе-

Бабишин Владимир Денисович – доктор технических наук, профессор, МАРТИТ, тел. 8-926-311—85-38;
Дорошенко Максим Андреевич – аспирант, МАРТИТ;
Маклаков Владимир Васильевич – доктор технических наук, профессор, ИПУ РАН.

Babishin Vladimir – doctor of technical sciences, professor, Moscow academy of labor market and information technology, tel. 8-926-311-85-38;
Doroshenko Maxim – post-graduate student, Moscow academy of labor market and information technology;
Maklakov Vladimir – doctor of technical sciences, professor, ICS RAS.

спечивают требования к надежности БС КА, полученной на этапе наземных испытаний.

Таким образом возникает необходимость в уточнении законов изменения технических характеристик бортовых систем космических аппаратов в соответствии с требуемой надежностью на этапе летных испытаний с целью повышения точности управления техническим состоянием бортовых систем космических аппаратов и обеспечения предъявляемых требований к надежности БС КА.

В качестве технических характеристик бортовых систем космических аппаратов, согласно работе [2], рассматриваются такие параметры, как давление, температура, прочность, упругость и др.. При этом, как известно [2], обобщающей характеристикой данных параметров является сопротивляемость, т.е. наибольшее значение внешнего воздействия, которое объект может выдерживать неограниченное время и превышение которого ведет к отказу.

Решение указанной задачи, т.е. определение или уточнение сопротивляемости в соответствии с требуемой надежностью особенно актуально для малосерийных или произведенных в единственном экземпляре КА.

Данная задача по уточнению технических характеристик бортовых систем космических аппаратов на этапе летных испытаний в соответствии с требуемой надежностью относится к классу обратных задач математической теории управления. Обратные задачи являются некорректными, т.е. их решения неустойчивы к изменениям исходных данных. Они характеризуются тем, что сколь угодно малые изменения исходных данных могут приводить к произвольно большим изменениям решений [1]. Задачи подобного типа, по существу, являются плохо поставленными. Они принадлежат к классу некорректно поставленных задач.

На данный момент наиболее известным методом решения подобных задач является метод регуляризации Тихонова [1], основанный на привлечении дополнительной априорной информации о решении.

Концепция регуляризации сводится к замене исходной некорректной задачи

$$A \times \varphi = r, \qquad (1)$$

где A – оператор, или переходная функция;

φ – искомая функция т.е. функция, подлежащая определению,

r – известная функция,

задачей минимизации следующей функции:

$$\Omega(\varphi,\lambda) = |A \times \varphi - r|^2 + \lambda \times |\varphi - \varphi^0|^2, \qquad (2)$$

где λ — это малый положительный *параметр регуляризации*, который необходимо подобрать определенным способом.

Минимизируя функцию $\Omega(\varphi,\lambda)$, можно получить регуляризованное решение $\varphi(\lambda)$, зависящее от параметра λ.

Недостатком метода регуляризации является большой объем вычислений, связанный с процедурой поиска нужного значения параметра регуляризации, а также с овражностью регуляризирующего функционала. При малых λ~0 проблема поиска $\Omega(\varphi,\lambda)$ близка к (некорректной) исходной задаче, а при больших λ задача поставлена корректно, но ее решение далеко от решения исходной обратной задачи. А именно, чем больше параметр регуляризации, тем ближе решение к априорной оценке φ^0. Очевидно, что на практике необходимо выбирать промежуточные или близкие к оптимальным значениям λ.

Другой существенный недостаток метода связан с самой идеей регуляризации: сглаживания решения в пределах погрешности измерений. Чем больше погрешность, тем можно получить более гладкую кривую, но при этом возрастает опасность получения хотя и более плавной кривой, но все в большей степени отклоняющейся от истинной.

В данной статье для решения некорректной задачи уточнения технических характеристик бортовых систем космических аппаратов на этапе летных испытаний предлагается модифицированный метод регуляризации решения некорректных задач на основе методики выбора коэффициентов стабильности, суть которого заключается в следующем. В соответствии с работой [3] метод решения некорректной задачи (1) определяется следующим выражением:

$$\varphi_\alpha^{n+1} = D^{-1} \times B \times \varphi^n \times \alpha_k + D^{-1} \times C; \quad k = 1,\dots,m, \qquad (3)$$

где φ^{n+1} – искомый вектор приближения на текущем (n+1)-м шаге итерации;

φ^n – то же, на предыдущем шаге итерации;

$$D = \begin{vmatrix} \Phi_{11} & 0 & 0 & \dots 0 \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & 0 & \dots 0 \\ . & . & . & \dots \\ \Phi_{m1} & \Phi_{m2} & \Phi_{m3} & \dots \Phi_{mm} \end{vmatrix}$$ – нижняя треугольная матрица;

$$B = -\begin{vmatrix} 0 & \Phi_{12} & \Phi_{13} & \dots \Phi_{1m} \\ 0 & 0 & \Phi_{23} & \dots \Phi_{2m} \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \dots 0 \end{vmatrix}$$ – верхняя треугольная матрица,

которые получаются из исходной матрицы $\Phi = A^T \times A$;

α_κ – коэффициент стабильности;

$C = A^T \times r$;

A^T – транспонированная матрица оператора.

Предлагаемая методика выбора оптимальных коэффициентов стабильности α_κ, обеспечивающих требуемую погрешность решения заключается в следующем.

Коэффициенты стабильности, подставляемые в выражение (3), рассчитываются с помощью следующей экспериментально установленной зависимости:

$$\alpha_k = 2^{-\frac{i}{n}} - \frac{i}{80}, \qquad (4)$$

где $i = 1, 2, \ldots, m$ - номер итерации;

n – некоторое положительное число.

Значения n выбираются таким образом, чтобы обеспечить требуемую устойчивость и точность вычислений сопротивляемости или уточнения технических характеристик бортовых систем космических аппаратов на этапе летных испытаний.

На рис.1 приведена экспериментальная зависимость погрешности вычислений от числа n. Данная зависимость позволяет определить диапазон приемлемых чисел n, обеспечивающих минимальную погрешность

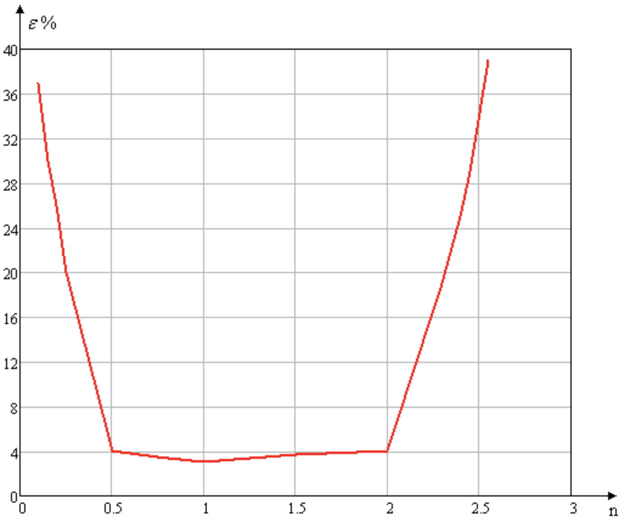

Рис. 1. Зависимость погрешности вычислений от числа n

решения.

Как видно из рис. 1, при $n \in [0,5; 2]$ обеспечиваются требуемая устойчивость и точность вычислений и наоборот, при $n \notin [0,5; 2]$ требуемые устойчивость и точность не обеспечиваются.

Диапазон приемлемых коэффициентов стабильности α_κ, обеспечивающих минимальную погрешность, определяется по формуле (4).

Для проверки работы метода рассмотрим следующий пример решения задачи уточнения технических характеристик бортовых систем космических аппаратов на этапе летных испытаний.

В рассматриваемом примере нагрузка, действующая на объект управления, подчиняется экстремальному закону распределения вероятности согласно

$$F_{\tilde{u}}^{n}(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\beta\left(x - \mu + \frac{\ln n}{\beta}\right)\right]\right\},$$

где μ и β – параметры распределения;

n – число испытаний.

В качестве требуемого закона распределения вероятности безотказной работы $R_{\hat{n}}(n)$ примем геометрический закон

$$R_{\hat{n}}(n) = q^n(1-q),$$

где q – вероятность безотказной работы в одном испытании.

В качестве требуемого закона распределения вероятности сопротивляемости примем нормальный закон

$$\varphi_{\tilde{x}}(x) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}\right],$$

где μ и δ – параметры распределения.

Для данного примера были выбраны следующие значения параметров распределения:

1. Для закона распределения наибольшего значения нагрузки: μ=18; β =0,1; n =4.

2. Для требуемого закона распределения вероятности безотказной работы: q=0,395; n =4.

3. Для требуемого закона распределения вероятности сопротивляемости: μ=19; δ =0,55.

Вначале определим матрицу оператора A. Элементы матрицы будут определяться по формуле

$$a_{ij} = \int_0^\infty \int_{-\infty}^{\infty} K(x,n) \times H_i(n) \times H_j(x)\, dx dn, \qquad (5)$$

где $K(x,n) = F_{\tilde{u}}^{n}(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\beta\left(x - \mu + \frac{\ln n}{\beta}\right)\right]\right\}$ – действующая на объект управления нагрузка в виде функции от двух переменных;

$H(n)$ и $H(x)$ – базисные функции.

Для определения элементов вектора правой части r, воспользуемся следующей формулой:

$$b_i = \int_0^\infty R(n) \times H_i(n)\, dn, \qquad (6)$$

где $R(n) = q^n(1-q)$ – требуемый закон распределения вероятности безотказной работы;

$H(n)$ – базисные функции.

В качестве базисных функций в данном примере были использованы полиномы Эрмита:

$$H_s(x) = (-1)^s e^{x^2} \frac{d^s e^{-x^2}}{dx^s},$$

где $s = 0, 1, \ldots, p$ – степень многочлена;

x – значение аргумента.

В результате расчетов по формуле (5) получим матрицу оператора, которая будет иметь следующий вид:

$$A=\begin{pmatrix} 8,362\times10^{-3} & 3,482\times10^{-3} & 1,23\times10^{-3} & 5,118\times10^{-4} \\ 7,192\times10^{-3} & 2,926\times10^{-3} & 1,012\times10^{-3} & 4,217\times10^{-4} \\ 3,765\times10^{-3} & 1,494\times10^{-3} & 5,042\times10^{-4} & 2,11\times10^{-4} \\ 1,308\times10^{-3} & 5,053\times10^{-4} & 1,663\times10^{-4} & 6,994\times10^{-5} \end{pmatrix}.$$

По формуле (6) определим элементы вектора правой части выражения (1)

$$r=\begin{pmatrix} 0,125 \\ -4,216\times10^{-4} \\ -7,771\times10^{-3} \\ 1,553\times10^{-3} \end{pmatrix}.$$

Вектор коэффициентов искомой функции сопротивляемости φ обозначим следующим образом:

$$\varphi=\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix},$$

где c_1,c_2, c_3, c_4 – неизвестные элементы.

В результате имеем следующую систему:

$$\begin{pmatrix} 8,362\times10^{-3} & 3,482\times10^{-3} & 1,23\times10^{-3} & 5,118\times10^{-4} \\ 7,192\times10^{-3} & 2,926\times10^{-3} & 1,012\times10^{-3} & 4,217\times10^{-4} \\ 3,765\times10^{-3} & 1,494\times10^{-3} & 5,042\times10^{-4} & 2,11\times10^{-4} \\ 1,308\times10^{-3} & 5,053\times10^{-4} & 1,663\times10^{-4} & 6,994\times10^{-5} \end{pmatrix}\times$$

$$\times\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0,125 \\ -4,216\times10^{-4} \\ -7,771\times10^{-3} \\ 1,553\times10^{-3} \end{pmatrix},$$

где $\varphi=\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix}$ – вектор коэффициентов, которые необходимо определить.

Все расчеты проводились с помощью пакета прикладных программ *Mathcad* 14. В ходе расчетов был получен следующий вектор значений сопротивляемости:

$$\varphi=\begin{pmatrix} 0,075 \\ -0,364 \\ 0,905 \\ -0,933 \end{pmatrix}.$$

Графически результаты изображены на рис.2. Сплошной линией представлено проектное распределение вероятности технических характеристик, а пунктиром – уточненное распределение вероятности технических характеристик, полученное на этапе летных испытаний, которое может как совпадать, так и немного отличаться от проектного распределения.

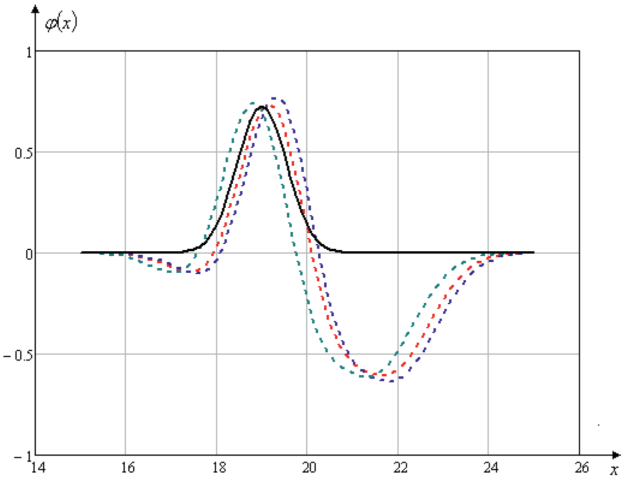

Рис. 2. Кривая закона распределения вероятности технических характеристик на этапах наземных и летных испытаний

Таким образом, модифицированный метод регуляризации решения некорректных задач на основе выбора коэффициентов стабильности, в отличие от метода регуляризации Тихонова, не требует построения регуляризующего функционала с последующей его минимизацией, а также проведения большого объема вычислений для нахождения нужного значения параметра регуляризации. Устойчивость решения достигается путем определения коэффициентов стабильности, получаемых на основе экспериментально установленной зависимости.

Данный метод позволяет существенно повысить точность формирования управляющих воздействий сложных технических систем при использовании двойных технологий управления как для управления летательными аппаратами социально-экономического назначения, так и аппаратами специального назначения.

Литература

1. Тихонов А.Н. Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986.
2. Дедков В.К. Обратная задача теории надежности. – М.: ВЦ РАН, 2004.
3. Бурба А.А., Бабишин В.Д., Давыдов А.Н., Дедков В.К., Дорошенко М.А. Устройство формирования управляющих воздействий для обеспечения устойчивой работы сложных технических систем. Патент на изобретение №2475828 от 29.12.2011.

Материал поступил в редакцию 19. 04. 2013 г.