

© Аверкиев Н.Ф., Булекбаев Д.А., Ключников В.Ю.  
Averkiev N., Bulekbaev D., Klyushnikov W.

## МЕТОД МИНИМИЗАЦИИ ПЛОЩАДИ РАССЕИВАНИЯ ОТДЕЛЯЕМЫХ ЧАСТЕЙ РАКЕТЫ КОСМИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ

### METHOD FOR MINIMIZATION OF THE AREA OF THE FALL OF THE PARTS OF THE ROCKET TO COSMIC PURPOSE

**Аннотация.** Рассматривается задача синтеза оптимальной программы движения ракеты космического назначения для минимизации площади рассеивания ее отделяемых частей. Задача формализована и сведена к стандартной задаче оптимального управления с ограничениями. Для решения применен метод целенаправленной замены оптимизируемых функционалов.

**Annotation.** The task of the syntheses of the optimum program of the moving the rocket of the cosmic purpose is considered for minimization area diffusings herits separated parts. The Task formalized and is brought about standard task of optimum control with restrictions. For decision applying method goal-directed change optimized function.

**Ключевые слова.** Ракета космического назначения, космический аппарат, отделяемая часть, район падения, оптимальное управление, функционал.

**Key words.** Space rocket, spacecraft, detachable element, impact area, optimum governing, functional.

Важным вопросом при осуществлении космической деятельности является обеспечение требований безопасности вдоль трасс запусков космических аппаратов (КА) и в районах падения, под которыми понимаются выделенные участки земной поверхности, используемые для падения отработавших ступеней (ОС) и отделяемых частей (ОЧ) ракет космического назначения (РКН). Поэтому актуальной остается задача синтеза оптимальных программ управления движением РКН на активном участке траектории (АУТ), учитывающих как требования безопасности, так и обеспечивающих минимальную стоимость выведения КА [1–5].

При выведении КА на орбиту можно выделить два характерных участка полета (рис.1):

- управляемый, когда привлекаются активные

силы (сила тяги, силы от органов управления), а траектория полета начинается в точке старта  $O_c$  и заканчивается в точке выведения КА на орбиту  $O_{КА}$ :

- неуправляемый, когда ОС или ОЧ под действием гравитационных и аэродинамических сил совершает полет от точки разделения с РКН  $\bar{x}_{к1}$ ,  $\bar{x}_{к2}$  до момента соприкосновения с поверхностью Земли  $\bar{x}_1^*$ ,  $\bar{x}_2^*$ .

В условиях невозмущенного движения РКН точки  $\bar{x}_{к1}$ ,  $\bar{x}_{к2}$  и  $\bar{x}_1^*$ ,  $\bar{x}_2^*$  связаны функциональной зависимостью

$$\bar{x}_j^* = \bar{F}(\bar{x}, \dot{\bar{x}}, t_{kj}), \quad j = 1, 2, \quad (1)$$

где  $\bar{F}(\bar{x}, \dot{\bar{x}}, t)$  – некоторая вектор-функция фазовых координат  $\bar{x}$  и скоростей  $\dot{\bar{x}}$  на момент времени  $t$  отделения ОС и ОЧ от РКН.

Аверкиев Николай Федорович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры навигационно-баллистического обеспечения применения космических средств и теории полетов летательных аппаратов, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского;

Булекбаев Дастанбек Абдыкалькович – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры высшей математики, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского;

Ключников Валерий Юрьевич – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заместитель начальника комплекса, ФГУП ЦНИИМаши, тел. (903)185-24-91.

Averkiev Nikolay – doctor of technical sciences, professor, professor of the chair of navigation and ballistic support in aerospace means application and aircraft flight theory, Mozbaysky Military space academy,

Bulekbaev Dastanbek – candidate of technical sciences, associate professor, professor of the chair of higher mathematics, Mozbaysky Military space academy \$E-mail: atiman@mail.ru.

Klyushnikov Valery – candidate of technical sciences, senior researcher, depute head of the complex, Central research institute for machine building, tel. (903) 185-24-91.

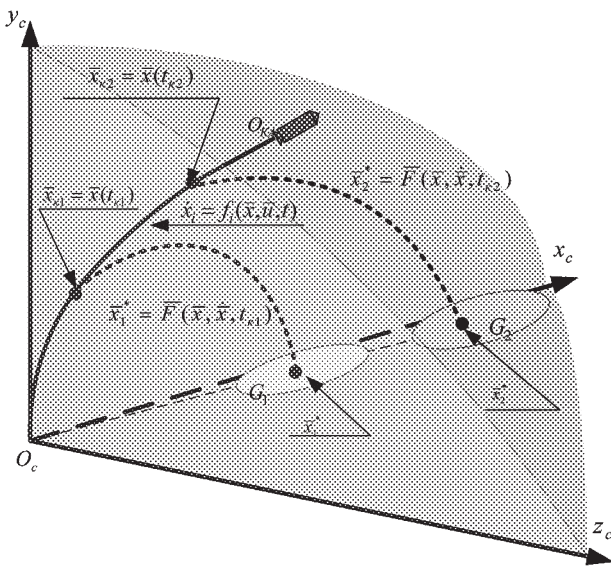


Рис. 1. Траектории полета РКН, ОС и ОЧ

Точки  $\bar{x}_1^*$ ,  $\bar{x}_2^*$  иногда называют точками прицеливания, которые располагаются в районах падения ОС и ОЧ. В эти точки ОС, ОЧ могут попасть, как известно [6], при различных значениях начальных условий  $\bar{x}_{k1} \in X_{k1}$ ,  $\bar{x}_{k2} \in X_{k2}$ , где  $X_{k1}$  и  $X_{k2}$  есть множества таких значений начальных условий движения ОС и ОЧ (рис.2).

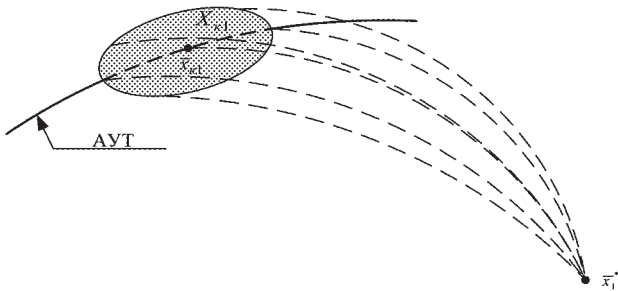


Рис. 2. Область значений начальных условий движения  $X_{k1}$ , при которых ОС, ОЧ попадают в точку прицеливания

Кроме того, при наличии соответствующих энергетических ресурсов на РКН (например, в виде сверхгарантийных запасов топлива) может быть реализовано семейство траекторий выведения. При этом в моменты времени  $t_{k1}$  и  $t_{k2}$  будут иметь место множества значений  $\bar{x}(t_{k1})$  и  $\bar{x}(t_{k2})$  (рис.3). Обозначим множества этих значений  $\tilde{X}_{k1}$  и  $\tilde{X}_{k2}$  соответственно.

Тогда множества значений начальных условий движения ОС и ОЧ, с учетом которых необходимо осуществлять поиск программы управления движением РКН при выведении КА на орбиту, определяются как

$$X_{1U} = \tilde{X}_{k1} \cap X_{k1}; \quad X_{2U} = \tilde{X}_{k2} \cap X_{k2}. \quad (2)$$

В реальных условиях пусков РКН при воздействии возмущающих факторов, например вариаций термоди-

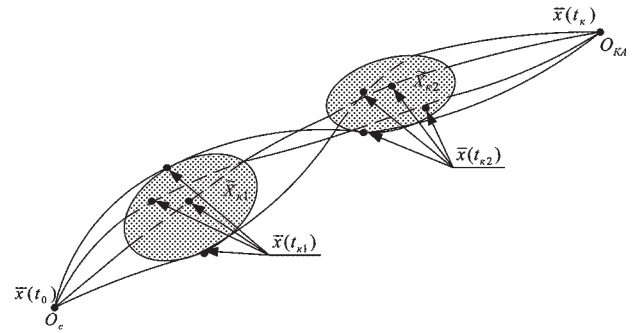


Рис.3. Области точек отделения ОС и ОЧ от РКН

намических параметров атмосферы на пассивном участке траектории, ОС и ОЧ не попадают в соответствующие точки прицеливания  $\bar{x}_1^*$  и  $\bar{x}_2^*$ , а имеют место отклонения фактических точек падения относительно них. Данные отклонения могут быть оценены параметрами эллипсов рассеивания с площадями  $S_1$  и  $S_2$ . При этом, как показывают исследования, параметры эллипсов рассеивания ОС и ОЧ зависят от начальных условий движения [1,6]. Поэтому для рассматриваемой РКН с двумя отводимыми районами падения актуальна следующая постановка задачи.

Пусть в общем случае текущие координаты РКН меняются во времени согласно системе дифференциальных уравнений движения

$$\dot{x}_i = f_i(\bar{x}, \bar{u}, t), \quad i = 1(1)n, \quad (3)$$

где  $f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)$  функции  $\bar{x}$ , времени  $t \in [t_0, t_k]$  и  $r$ -мерного вектора управления  $\bar{u} = [u_1, u_2, \dots, u_r]^T \in U$ ;

$U$  – множество допустимых управлений  $\bar{u}$ ;

$n$  – размерность фазового вектора  $\bar{x}$ ;

$t_k$  – момент окончания выведения КА на орбиту.

И пусть в случае выключения двигательной установки и отделения ОС, ОЧ от РКН в моменты времени  $t_{k1} \in [t_0, t_k]$ ,  $t_{k2} \in [t_0, t_k]$  координаты точек падения ОС и ОЧ на поверхности Земли  $\bar{x}_1^* \in X_1$ ,  $\bar{x}_2^* \in X_2$  можно определить при помощи функциональных связей (1).

Если задано начальное состояние объекта (точка старта)

$$\bar{x}_2^* \in X_2 \quad (4)$$

и функции управления  $\bar{u}(t)$ , то при предположении, что функции  $f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)$ ,  $i = 1(1)n$  непрерывны по совокупности  $\bar{x}$  и  $\bar{u}$ , непрерывно дифференцируемы по  $\bar{x}$  и функции  $\bar{u}(t)$ , измеримые и ограниченные, решение системы уравнений (3) однозначно определяет траекторию движения РКН  $\bar{x}(t)$ , которая называется фазовой траекторией.

Пусть, кроме того, задана конечная точка управления (параметры орбиты КА)

$$\bar{x}(t_k) = \bar{x}_k \quad (5)$$

и получены все возможные управления  $\bar{u}(t)$  для всех  $t \in [t_0, t_k]$ , такие, что траектория  $\bar{x}(t)$  проходит в момент

времени  $t_k$  через точку  $\bar{x}_k$  и удовлетворяет ограничениям, налагаемым на траекторию выведения КА с целью попадания ОС и ОЧ в заданные области (районы падения), определяемые, например, как

$$G_i = \{\bar{x}_i^* : \|\bar{x}_i^* - \bar{x}_{0i}\| \leq R_i\}, \quad i = 1, 2, \quad (6)$$

где  $\bar{x}_{0i}$  – геометрические центры областей;

$R_i$  – радиусы областей.

Среди этих управлений необходимо найти одно управление, для которого функционал, характеризующий суммарную площадь эллипсов рассеивания

$$S = \min_{\substack{\bar{u} \in U, \\ \bar{x}_{k1} \in X_{1U}, \bar{x}_{k2} \in X_{2U}}} \{S_1(\bar{x}_{k1}, \bar{u}) + S_2(\bar{x}_{k2}, \bar{u})\}, \quad (7)$$

принимает минимальное значение.

Методы поиска квазиоптимального управления движением РКН с ограничениями на фазовые переменные, которые предполагают, что уже найдено допустимое (опорное) управление, обеспечивающее выполнение условий (4)–(6), известны. К ним относится, например, метод локальных вариаций [7]. Для поиска опорного управления произведем целенаправленную замену оптимизируемых функционалов [4] таким образом, чтобы формулируемые при этом задачи решались известными методами. Тогда получим следующую последовательность задач:

1. Найти управление  $\bar{u} = \bar{u}(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , обеспечивающее выполнение условий (4) и (5) на уравнениях связи (3) для функционала

$$\tilde{G}_1(\bar{x}, t_1) = \min_{\bar{u}} \|\bar{x}_1^* - \bar{x}_{01}\|.$$

2. Найти управление  $\bar{u} = \bar{u}(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , обеспечивающее выполнение условий (4), (5) и  $\|\bar{x}_1^* - \bar{x}_{01}\| \leq R_1$  на уравнениях связи (3) для функционала

$$\tilde{G}_2(\bar{x}, t_2) = \min_{\bar{u}} \|\bar{x}_2^* - \bar{x}_{02}\|.$$

3. Найти управление  $\bar{u} = \bar{u}(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ , обеспечивающее выполнение условий (4), (5),

$$\|\bar{x}_i^* - \bar{x}_{0i}\| \leq R_i, \quad i = 1, 2$$

и доставляющее экстремум функционалу  $S$ .

Таким образом, задача синтеза программы управления движением РКН сведена к стандартной математической постановке задачи поиска оптимального управления с ограничениями. Решение данной последовательности задач известными методами приведет к решению задачи в исходной постановке, что позволит минимизировать площади эллипсов рассеивания точек падения ОС и ОЧ заданного типа РКН и, в конечном итоге, площадь отводимых территорий для районов падения ОС и ОЧ РКН.

#### Литература

1. Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н. *Внешняя баллистика* – М.: Машиностроение, 2005. – 608 с.
2. Шатров Я.Т. *Обеспечение экологической безопасности ракетно-космической деятельности (учебно-методическое пособие): в 3-х частях.* – Г. Королев М.О.: ЦНИИМаш, 2010.
3. Куреев В.Д. *Введение в теорию синтеза траекторий безопасного выведения космических аппаратов на орбиты.* – Спб.: Вику, 1999. – 111 с.
4. Аверкиев Н.Ф. *Синтез оптимального управления движением динамической системы // известия высших учебных заведений: приборостроение.* – 2001. – №8. – С. 21–25.
5. Аверкиев Н.Ф., Булекбаев Д.А. *Задача синтеза экономичных трасс запусков космических аппаратов // вооружение и экономика.* – 2012. – №5(21). – С. 60 – 64.
6. Сихарулидзе Ю.Г. *Баллистика летательных аппаратов* – м.: Наука, 1966. – 352 с.
7. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. *Вариационные задачи механики и управления.* – М.: Наука, 1973. – 236с.

Материал поступил в редакцию 19. 04. 2013 г.